Coordonatori:

prof. univ. dr. **Mariana CRAIU**
prof. univ. dr. **O. STĂNĂŞILĂ**
prof. univ. dr. **Gh. OPRIŞAN**
prof. univ. dr. **C. UDRIŞTE**

TESTE DE MATEMATICĂ

Enunțuri şi soluții

Cuprins

Prefaţă 5

1 Algebră 9
1.1 Mulţimi, funcţii. Funcţia de gradul al doilea 9
1.2 Funcţia exponenţială şi funcţia logaritmică 31
1.3 Numere complexe. Inducţie, combinatorică. 38
1.4 Matrice. Determinanţi. Sisteme liniare 49
1.5 Structuri algebrice 63

2 Analiză matematică 73
2.1 Numere reale. Progresii. Şiruri 73
2.2 Limite 80
2.3 Funcţii continue 89
2.4 Derivabilitate 97
2.5 Studiul funcţiilor cu ajutorul derivatei 105
2.6 Grafice de funcţii 114
2.7 Primitive 125
2.8 Integrale definite 134

3 Geometrie şi trigonometrie 143
3.1 Vectori. Operaţii cu vectori 143
3.2 Dreapta în plan 153
3.3 Conice 159
3.4 Funcţii şi identităţi trigonometrice 170
3.5 Ecuaţii trigonometrice 185
3.6 Aplicaţii ale trigonometriei în algebră 190
3.7 Aplicaţii ale trigonometriei în geometrie 195
3.8 Drepte şi plane în spaţiu 201
3.9 Ecuaţiile dreptei şi planului 212
3.10 Poliedre. Arii şi volume 218
3.11 Corpuri rotunde. Arii şi volume 228

5 Răspunsuri 273

Capitolul 1

Algebră

1.1 Mulţimi, funcţii. Funcţia de gradul al doilea

1.1A Fie sistemul $\begin{cases} x+y+z=a \\ 2xy-z^2=9 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$. Fie A mulţimea acelor $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite o unică soluţie reală şi $S = \sum_{a \in A} a$. Atunci

a) $S=4$; b) $S=10$; c) $S=2$; d) $S=0$; e) $S=8$; f) $S=\frac{2}{3}$.

1.2A Să se determine polinoamele de gradul al doilea $f = a_0 + a_1X + a_2X^2$ astfel încât $f(0)=6$ şi $f(2)=f(3)=0$.

a) $6-3X+2X^2$; b) $6+5X+X^2$; c) problema are două soluţii; d) $6+5X-X^2$; e) $6-5X+X^2$; f) nu există un astfel de polinom.

1.3A Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{3x+19}-\sqrt{x+2}=\sqrt{x+7}$.

a) $x=-22/3$; b) $x=5$; c) $x \in \{-22/3, 2\}$; d) $x=2$; e) $x=3$; f) $x=10$.

1.4A Să se rezolve ecuaţia $x^2-4x=3\sqrt{x^2-4x+20}-10$.

a) $x=-1$; b) $x \in \{-1,5\}$; c) $x \in (-1,5)$; d) $x=5$; e) $x=3$; f) $x=2$.

1.5A Se dau ecuaţiile $x^2+px+1=0$, $x^2-x+p=0$. Să se determine p astfel încât suma pătratelor soluţiilor unei ecuaţii să fie egală cu suma pătratelor soluţiilor celeilalte ecuaţii.

a) $p_1=2, p_2=-1$; b) $p_1=3, p_2=1$; c) $p_1=1, p_2=-3$; d) $p_1=p_2=2$; e) $p_1=p_2=1$; f) $p_1=p_2=-3$.

1.6A Soluţiile ecuaţiei $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}=0$ sunt

a) $x_1=-1, x_{2,3}=-1\pm\sqrt{\frac{2}{5}}$; b) $x_1=-2, x_{2,3}=-2\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$;
c) $x_1=2, x_{2,3}=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$; d) $x_1=1, x_{2,3}=1\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$;
e) $x_1=1, x_{2,3}=\pm 2$; f) $x_1=3, x_{2,3}=\pm 2$.

1.7A Să se determine valorile parametrului $m\in\mathbb{R}$ astfel ca soluţiile ecuaţiei următoare $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-4=0$ să verifice $x_1<2<x_2$.

a) $m\in(0,1)$; b) $m\in(-1,0)$; c) $m\in(1,2)$; d) $m\in(0,\frac{1}{2})$; e) $m\in(\frac{1}{2},1)$; f) $m\in(0,2)$.

1.8A Soluţiile ecuaţiei $\sqrt[3]{x-1}-x=-1$ sunt

a) $1,2,3$; b) $2,3,1$; c) 2; d) 0; e) 1; f) $0,1,2$.

1.9A Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x-8}+\sqrt{x-2}=\sqrt{2x-10}$ în $\mathbb{R}$.

a) $x=2$; b) $x=3$; c) $x=4$; d) $x=5$; e) $x=8$; f) $x=6$.

1.10A Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2}$.

a) $x\in[\frac{1}{2},1]$; b) $x>\frac{1}{2}$; c) $x=\frac{1}{2}$; d) $x=2$; e) $x=1$; f) $x<2$.

1.11A Aflaţi soluţiile sistemului $\frac{xyz}{x+z}=\frac{mp}{m+p}$, $\frac{xyz}{y+z}=\frac{np}{n+p}$, $\frac{xyz}{x+y}=\frac{mn}{m+n}$, unde $mnp>0$.

a) (m,n,p); b) $(-m,-n,-p)$; c) $\left(\frac{1}{m},\frac{1}{n},\frac{1}{p}\right)$; d) $\left(-\frac{1}{m},-\frac{1}{n},-\frac{1}{p}\right)$;
e) $\left(\pm\frac{\sqrt{mnp}}{m},\pm\frac{\sqrt{mnp}}{n},\pm\frac{\sqrt{mnp}}{p}\right)$; f) (m^2,n^2,p^2).

1.12A Rezolvaţi sistemul $x+y+z=d$, $y+z+t=a$, $z+t+x=b$, $t+x+y=c$.

a) $x=y=z=t=\frac{1}{4}(a+b+c+d)$; b) $x=y=z=t=\frac{3}{4}(a+b+c+d)$;
c) $x=-a+b+c+d, y=a-b+c+d, z=a+b-c+d, t=a+b+c-d$;
d) $x=\frac{1}{3}(-2a+b+c+d), y=\frac{1}{3}(a-2b+c+d), z=\frac{1}{3}(a+b-2c+d), t=\frac{1}{3}(a+b+c-2d)$; e) $x=3a, y=3b, z=3c, t=3d$; f) nu are soluţii.

1.13A Dacă x,y,z satisfac relaţiile

$$x+y+z=14,\ x^2+y^2+z^2=98,$$

atunci suma $xy+yz+zx$ are valoarea

a) 49; b) 98; c) 196; d) 0; e) 10; f) 100.

1.14A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=3x-2$. Notăm $A=\{x|f(x)g(x)\geq 0\}$ şi $B=\left\{x\left|\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0\right.\right\}$. Atunci

a) $A=B$; b) $A\cap B=\varnothing$; c) $B\subset A$; d) $A\subset B$; e) $A\cup B=B$; f) $A\backslash B=\varnothing$.

1.15A Dacă $A=\left\{x\in\mathbb{R}|x^2-x>12\right\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{R}|x(x-2)>8\right\}$ şi $C=\left\{x\in\mathbb{R}|x^2-x-2>0\right\}$, atunci

a) $A\subset B\cap C$; b) $C\backslash B\subset A$; c) $C\subset A\cup B$; d) $B\subset A\cap C$; e) $B\subset A\backslash C$; f) $A\subset C\backslash B$.

1.16A Să se rezolve ecuaţia $|x-1|-3|x+1|=6$.

a) $x=1$; b) $x\in[-5,1]$; c) $x=-5$; d) $x\in\{1,-5\}$; e) $x=3$; f) $x\in\varnothing$.

1.17A Determinaţi mulţimea $A=\left\{x\in\mathbb{R}\left|2x+3\geq 0 \text{ şi } \frac{x-2}{x(x-3)}<0\right.\right\}$.

a) $[-\frac{3}{2},3)$; b) $[-\frac{3}{2},0)\cup(2,3)$; c) $(0,2)\cup(3,\infty)$; d) $(-\frac{3}{2},0)\cup(2,3)$; e) $(-\frac{3}{2},0)\cup(2,\infty)$; f) $[-\frac{3}{2},3)$.

1.18A Fie $A=\left\{\sum_{k=1}^{n^2+4n+3}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}\middle| n\in\mathbb{N}\right\}$. Atunci

a) $A\subset\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$; b) $A\subset\{2m+1|m\in\mathbb{N}^*\}$; c) $A\subset\mathbb{Z}\backslash\mathbb{N}$; d) $A\subset\{2m|m\in\mathbb{N}\}$; e) $A=\mathbb{N}^*$; f) $A\subset\mathbb{Q}\backslash\mathbb{Z}$.

1.19A Fie $A=\left\{\frac{9+x^2}{9-x^2}\middle| x\in(-1,2)\right\}$. Să se afle $m=\inf A$ şi $M=\sup A$.

a) $m=1, M=\frac{5}{4}$; b) $m=1, M=\frac{13}{5}$; c) $m=\frac{5}{4}, M=\frac{13}{5}$; d) $m=-1, M=2$; e) $m=-1, M=1$; f) $m=\frac{5}{4}, M=2$.

1.20A Fie funcţia $f:(-2,0)\cup(2,\infty)\to[-4,\infty), f(x)=x^2-4$. Atunci

a) f nu este injectivă; b) f este surjectivă; c) f este crescătoare; d) f este descrescătoare; e) f nu este bijectivă; f) f este inversabilă.

1.21A Pentru funcţia $f:D\to\mathbb{R}, f(x)=2\sqrt{x(5-x)}$, unde $D\subset\mathbb{R}$ este domeniul maxim de definiţie, notăm $M=\max_{x\in D}f(x)$ şi $m=\min_{x\in D}f(x)$. Atunci

a) $M=\frac{5}{2}, m=0$; b) $M=\frac{5}{2}, m=1$; c) $M=5, m=0$; d) $M=\infty, m=0$; e) $M=10, m=2$; f) $M=5, m$ nu există.

1.22A Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x}<2$ este

a) $(-\infty,-\frac{1}{2})$; b) $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$; c) $[-\frac{1}{2},0)\cup(0,\frac{1}{2}]$; d) $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$; e) $[-\frac{1}{2},0)\cup(0,\frac{1}{2})$; f) $(\frac{1}{2},\infty)$.

1.23A Fie funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2(m+2)x - 1$, $g(x) = x^2 - 2x + m$. Să se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficele celor două funcţii să aibă două puncte comune distincte.

a) $m \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$; b) $m \in (-1, 0)$; c) $m \in (0, \infty)$;
d) $m \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$; e) $m \in \mathbb{R}^*$; f) $m \in [-1, 0]$.

1.24A Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{mx^2 - (m-1)x + m - 1}$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcţia f să fie corect definită.

a) $m \in [-\frac{1}{3}, 1]$; b) $m \in (0, \infty)$; c) $m \in \mathbb{R} \setminus (-\frac{1}{3}, 1)$;
d) $m \in \mathbb{R} \setminus [-\frac{1}{3}, 1]$; e) $m \in \mathbb{R}^*$; f) $m \in [1, \infty)$.

1.25A Să se rezolve inecuaţia $(x^2 - 5x)(x^2 - 6x + 8) \leq 0$.

a) $x \in [0, 2] \cup [4, 5]$; b) $x \in [2, 4]$; c) $x \in [0, 5]$;
d) $x \in [0, 2]$; e) $x \in [4, 5]$; f) $x \in [0, \infty]$.

1.26A Să se rezolve ecuaţia $x^2 - 3|x| - 4 = 0$.

a) $x \in \{-1, 1\}$; b) $x \in \{1, 4\}$; c) $x \in \{-4, 4\}$; d) $x \in \{2, 3\}$; e) $x \in \{-1, 2\}$;
f) $x \in \{-4, -1, 1, 4\}$.

1.27A Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcţia $f : [4, \infty) \to [a, \infty)$, $f(x) = x - 5 - 2\sqrt{x-4}$, să fie surjectivă.

a) $a = -3$; b) $a = -2$; c) $a = -1$; d) $a = 0$; e) $a = 1$; f) $a = 2$.

1.28A Să se rezolve sistemul $\begin{cases} |x-2| + |y+3| = 4 \\ x = 2 + |y+3|. \end{cases}$

a) $x = 4, y = -1$; b) $x = 4, y = -5$; c) $x = 4, y = -1$ sau $x = 4, y = -5$;
d) $x = 1, y = 2$; e) $x = 4, y = 2$; f) $x = 2, y = -2$.

1.29A Aflaţi soluţiile reale ale ecuaţiei $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 120$.

a) $\{1, 5\}$; b) $\{2, 3\}$; c) $\{\pm 1, \pm 6\}$; d) $\{1, -6\}$; e) $\{1, -6, 2, 3\}$; f) $\{1, 2, 3, 4\}$.

1.30A Să se rezolve inecuaţia $\sqrt{6 - x} > x$.

a) $x < 2$; b) $x > 2$; c) $0 \leq x \leq 2$; d) $x < 6$; e) $x > 6$; f) $x < 3$.

1.31A Să se determine suma tuturor soluţiilor complexe ale ecuaţiilor următoare:

$$x^3 + 3 = 0,\ x^4 + 4 = 0,\ x^5 + 5 = 0.$$

a) -1; b) 1; c) 0; d) 2; e) -2; f) 3.

1.32A Expresia $E = \left(x^{1/2} + y^{1/2}\right)^{-2} \cdot (x^{-1} + y^{-1}) + 2\dfrac{(x^{-1/2} + y^{-1/2})}{(x^{1/2} + y^{1/2})^3}$ este egală cu

a) $\frac{1}{\sqrt{xy}}$; b) $\sqrt{\frac{y}{x}}$; c) $\sqrt{\frac{x}{y}}$; d) $\frac{1}{xy}$; e) $\frac{x+y}{x-y}$; f) $\frac{x-y}{x+y}$.

1.33A Pentru $a, b, c > 0$, $\sqrt{abc} > 2$, calculaţi valoarea expresiei

$$E = \frac{1}{\sqrt{abc} - 2} \sqrt{\frac{abc + 4}{a} - 4\sqrt{\frac{bc}{a}}}$$

a) $\sqrt{a}$; b) $\frac{1}{\sqrt{a}}$; c) a; d) $\frac{1}{a}$; e) 1; f) -1.

1.34A Să se rezolve inecuaţia $5x^2 - 20x + 26 > \dfrac{4}{x^2 - 4x + 5}$.

a) $x \in [-2, 3]$; b) $x \in \mathbb{R}$; c) $x < 5$; d) $x > 5$; e) $x \in [-5, 5]$; f) $x > 10$.

1.35A Determinaţi m astfel ca $x^2 + y^2 - 8x - 8y + m > 0$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

a) $m < 32$; b) $m < 16$; c) $m > 32$; d) $m \in [8, 16]$; e) $m \in (8, 32)$; f) $m > 0$.

1.36A Pentru ce valori ale parametrului m, vârfurile parabolelor $y = x^2 + 2(m-1)x + m - 1$ se află deasupra axei Ox ?

a) $m \in (1, 2)$; b) $m \in (2, 3)$; c) $m < 1$; d) $m > 2$; e) $m \in (-1, 1)$; f) $m > 5$.

1.37A Dacă (x, y, z) este soluţie a sistemului $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ xy + xz + yz = 0 \end{cases}$ atunci $x^2 + y^2 + z^2$ are valoarea

a) 1; b) 2; c) 4; d) 0; e) $\sqrt{2}$; f) 8.

1.38A Să se afle soluţiile pozitive ale sistemului $\begin{cases} x\sqrt[3]{yzt} = 1 \\ y\sqrt[3]{xzt} = 4 \\ z\sqrt[3]{xyt} = 9 \\ t\sqrt[3]{xyz} = 16. \end{cases}$

a) $(1, 2, 3, 4)$; b) $(4, 3, 2, 1)$; c) $\left(\frac{1}{\sqrt{4!}}, \frac{2^3}{\sqrt{4!}}, \frac{3^3}{\sqrt{4!}}, \frac{4^3}{\sqrt{4!}}\right)$;
d) $(1, -1, 1, -1)$; e) $(-1, 1, -1, 1)$; f) $\left(\frac{4^3}{\sqrt{4!}}, \frac{3^3}{\sqrt{4!}}, \frac{2^3}{\sqrt{4!}}, \frac{1}{\sqrt{4!}}\right)$.

1.39A Determinaţi numerele reale (x, y, u, v) care verifică $\begin{cases} u + v = 2 \\ ux + vy = 1 \\ ux^2 + vy^2 = -1 \\ ux^3 + vy^3 = -5. \end{cases}$

a) $(1, 2, 3, -1)$; b) $(1, 2, 3, -1), (2, 1, -1, 3)$; c) $(2, 1, -1, 3)$;
d) $(1, -1, 1, -1), (-1, 1, -1, 1)$; e) $(1, 1, 1, 1), (-1, -1, -1, -1)$; f) $(2, 1, 2, 1)$.

1.40A Ordinea crescătoare a numerelor $x = \sqrt{3} - 1$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$, $z = 1 + \sqrt{2}$ este

a) x, y, z; b) x, z, y; c) y, x, z; d) y, z, x; e) z, x, y; f) z, y, x.

1.41A Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată dacă $A = \sqrt{6}$, $B = \sqrt[4]{12}$, $C = \sqrt[3]{8}$, $D = \sqrt[6]{20}$?

a) $B < C < D < A$; b) $B < D < C < A$; c) $C < D < B < A$;
d) $C < B < D < A$; e) $D < B < C < A$; f) $D < C < B < A$.

1.42A Se consideră numerele reale $x = \frac{17}{6}$, $y = 2,8(3)$ (fracţie zecimală periodică), $z = \sqrt{7}$. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată ?

a) y este iraţional; b) z este raţional; c) $x > y$; d) $x = y$; e) $y \leq z$; f) $x \leq z$.

1.43A Se consideră mulţimile $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 1 < 3x + 2\right\}$, $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 2 \leq x + 5\right\}$. Avem

a) $A \cap B = \varnothing$; b) $A \cap B = (-3, \frac{3}{2}]$; c) $A \cup B = (-3, \frac{3}{2}]$;
d) $A \cap B = (-\infty, -3) \cup (\frac{3}{2}, \infty)$; e) $A \setminus B = \varnothing$; f) $B \setminus A = \varnothing$.

1.44A Fie $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + ax = 0\right\}$. Determinaţi valorile parametrului $a \in \mathbb{R}$ pentru care mulţimea A este formată dintr-un singur element.

a) $a = 1$; b) $a = 0$; c) $a \in \{-1, 1\}$; d) $a \in \{0, 1\}$; e) $a \in \mathbb{R}$; f) nu există.

1.45A Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (a + 3)x + a^2$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcţiei f să taie axa Ox în două puncte distincte.

a) $a = -3$; b) $a \in \mathbb{R}$; c) $a \in (-\infty, -1)$; d) $a \in (3, \infty)$; e) $a \in (-\infty, 3)$;
f) $a \in (-1, 3)$.

1.46A Să se rezolve inecuaţia $x \leq \dfrac{16}{x}$.

a) $x \in [-4, 4]$; b) $x \in (-\infty, -4] \cup (0, 4]$; c) $x \in (-\infty, -4) \cup (0, 4)$; d) $x \in [4, \infty)$;
e) $x \neq 0$; f) $x \in (-\infty, -4]$.

1.47A Să se rezolve sistemul $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} + \dfrac{y-x}{2} = -\dfrac{1}{6}, \\ \dfrac{2x-5}{4} - \dfrac{1-y}{2} = y - \dfrac{5}{4}. \end{cases}$

a) $x = 2, y = 1$; b) nu are soluţii; c) $x = 1, y = 2$;
d) $x = 1, y \in \mathbb{R}$; e) $x = y = 1$; f) $x = y = 2$.

1.48A Fie $a, b \in (0, \infty)$, $a \neq b$, şi $x = \dfrac{a+b}{2}$, $y = \dfrac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, $z = \sqrt{ab}$.
Ordonaţi crescător x, y, z.

a) x, y, z; b) y, x, z; c) z, y, x; d) z, x, y; e) x, z, y; f) y, z, x.

1.49A Să se rezolve inecuaţia $\dfrac{x-1}{1-2x} \leq 1$.

a) $x \in (-\infty, \frac{2}{3}] \setminus \{\frac{1}{2}\}$; b) $x \in (-\infty, \frac{2}{3}]$; c) $x \in (-\infty, \frac{1}{2}) \cup [\frac{2}{3}, \infty)$; d) $x \in \varnothing$;
e) $x \in \mathbb{R}$; f) $x \in (\frac{2}{3}, \infty)$.

1.50A Să se afle soluţiile inecuaţiei $x < |x|$.

a) $x \in (-\infty, 0)$; b) $x \in \mathbb{R}$; c) $x \in (-\infty, 0]$; d) $x \in \varnothing$; e) $x \in (0, \infty)$;
f) $x \in [0, \infty)$.

1.51A Să se determine parametrul real şi pozitiv m astfel încât o soluţie a ecuaţiei $x^2 + mx + 2m + 8 = 0$ să fie dublul celeilalte.

a) $m = 4 + 4\sqrt{3}$; b) $m = -4$; c) $m = 12$; d) $m \in \varnothing$; e) $m = 3$; f) $m = 1$.

1.52A Pentru $m \in \mathbb{R}$, considerăm ecuaţia $x^2 - (3m + 1)x + \frac{1}{4} = 0$.
Fie $A = \{m \in \mathbb{R} \mid$ ecuaţia are două soluţii reale distincte$\}$ şi
$B = \{m \in \mathbb{R} \mid$ ecuaţia are soluţii de semne contrare $\}$. Determinaţi A şi B.

a) $A = (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (0, \infty)$, $B = (-\frac{1}{3}, \infty)$;
b) $A = (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup [0, \infty)$, $B = (-\infty, -\frac{1}{3})$;
c) $A = (-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [0, \infty)$, $B = \varnothing$; d) $A = (-\frac{2}{3}, 0)$, $B = (-\infty, -\frac{1}{3}]$;
e) $A = (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (0, \infty)$, $B = (-\infty, -\frac{1}{3})$; f) $A = (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (0, \infty)$, $B = \varnothing$.

1.53A Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + x + 3$ este

a) monoton crescătoare; b) monoton descrescătoare; c) injectivă; d) surjectivă;
e) descrescătoare pe intervalul $[1/2, \infty)$; f) crescătoare pe intervalul $[1/2, \infty)$.

1.54A Funcţia $f : (0, \infty) \to [1, \infty)$, $f(x) = x^2 + x + 1$

a) este injectivă; b) este surjectivă; c) este liniară; d) este mărginită; e) este periodică; f) nici unul dintre răspunsurile anterioare nu este corect.

1.55A Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 + (2m + 1)x + 2 - m$ şi fie

$$A = \{m \in \mathbb{R} \mid f \text{ are un minim în } x = 2\}$$

$$B = \{m \in \mathbb{R} \mid \text{valoarea maximă a funcţiei } f \text{ este } 1\}.$$

Care afirmaţie este adevărată ?

a) $A = \{\frac{1}{6}\}$, $B = \{-\frac{\sqrt{2}}{2}\}$; b) $A \cap B \neq \varnothing$; c) $A = \{-\frac{1}{6}\}$, $B = \varnothing$;
d) $A = \varnothing$, $B = \{\frac{\sqrt{2}}{2}\}$; e) $A = B = \varnothing$; f) $A = \{-\frac{1}{6}\}$, $B = \{-\sqrt{3}\}$.

1.56A Să se determine mulţimea acelor $m \in \mathbb{R}$ pentru care graficele funcţiilor $f(x) = x^2 - 2x - 4$ şi $g(x) = -x^2 + 2m^2x + 6m$ au acelaşi vârf.

a) $\{1\}$; b) $\{-1\}$; c) $\{-1, 1\}$; d) $\varnothing$; e) $[-1, 1]$; f) $(0, +\infty)$.

1.57A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$ şi $A=\{x\in\mathbb{R}\mid f(x)=0\}$. Avem
a) $A=\varnothing$; b) $A=\{-1\}$; c) $A=\{1\}$; d) $A=\{0\}$; e) $A=\{2\}$; f) $A=\{3\}$.

1.58A Soluţia inecuaţiei $|x+1|>2$ este
a) $x\in(-\infty,-3)\cup(1,\infty)$; b) $x\in(-\infty,-3)$; c) $x\in(1,\infty)$;
d) $x\in(-3,1)\cup(3,\infty)$; e) $x\in(-\infty,-1)\cup(3,\infty)$; f) $x\in(-3,\infty)$.

1.59A Suma cuburilor soluţiilor ecuaţiei $x^2-4x+1=0$ este
a) 60; b) 50; c) 56; d) 52; e) 64; f) 49.

1.60A Soluţia inecuaţiei $x^2+x-2\le 0$ este
a) $x\in(-\infty,-2)\cup(1,\infty)$; b) $x\in(-\infty,-2]\cup[1,\infty)$; c) $x\in[-2,1]$;
d) $x\in(-2,1)$; e) $x\in(-\infty,-2]\cup(1,\infty)$; f) $x\in[-2,1)$.

1.61A Soluţia sistemului $\begin{cases} x+y=4\\ x^2+y^2=10\end{cases}$ este
a) $(x,y)=(1,3)$; b) $(x,y)\in\{(1,3),(3,1)\}$; c) $(x,y)=(3,1)$;
d) $(x,y)=(2,2)$; e) $(x,y)\in\varnothing$; f) $(x,y)\in\{(0,4),(4,0)\}$.

1.62A Inecuaţia $2-x>x+6$ are soluţia
a) $x>-2$; b) $x\ge -2$; c) $x<-2$; d) $x\le -2$; e) $x>0$; f) $x\ge 0$.

1.63A Fie $a,b\in\mathbb{R}_+$ astfel încât $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$. Atunci
a) $a=b=0$; b) $a=0$ sau $b=0$; c) $a>1$; d) $ab=1$; e) $a^2+b^2=1$; f) $a<b$.

1.64A Fie $A=\{x\in\mathbb{R}\mid 4x+5\ge 2x-11\}$ şi $B=\{x\in\mathbb{R}|10-3x<5x-14\}$. Atunci
a) $A\cup B=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x>3\right\}$; b) $A\cup B=\mathbb{R}$; c) $A\cup B=\varnothing$;
d) $A\cup B=\left\{x\in\mathbb{R}|x\ge -8\right\}$; e) $A\cup B=(0,+\infty)$; f) $A\cup B=[-8,3)$.

1.65A Ecuaţia $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x}=\frac{1}{a+b+x}$, $a,b\neq 0$, are un număr finit de soluţii. Fie $\mathbb{S}$ suma acestora. Atunci
a) $\mathbb{S}=a$; b) $\mathbb{S}=b$; c) $\mathbb{S}=a+b$; d) $\mathbb{S}=-a-b$; e) $\mathbb{S}=1$; f) $\mathbb{S}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

1.66A Domeniul maxim de definiţie al funcţiei $f(x)=\sqrt{x-3+\frac{1}{x}}$ este
a) $\mathbb{R}$; b) $[0,\frac{3-\sqrt{5}}{2}]\cup[\frac{3+\sqrt{5}}{2},\infty)$; c) $(\frac{3-\sqrt{5}}{2},\frac{3+\sqrt{5}}{2})$;
d) $(0,\frac{3-\sqrt{5}}{2}]\cup[\frac{3+\sqrt{5}}{2},\infty)$; e) $[\frac{3-\sqrt{5}}{2},2)$; f) $[2,3]$.

1.67A Fie $A=\{x\in\mathbb{R}/\sqrt[4]{78+x}+\sqrt[4]{19-x}=5\}$ şi S suma elementelor mulţimii A. Atunci
a) $S=65$; b) $S=3$; c) $S=-65$; d) $S=-59$; e) $S=0$; f) mulţimea A este infinită.

1.68A Numerele reale x şi y verifică sistemul $x^2-y^2=35, xy=6$. Dacă $S=x+y$, atunci
a) $S=7$; b) $S=-7$; c) $S=\pm 7$; d) $S=11$; e) $S=0$; f) $S=14$.

1.69A Să se determine toate elementele mulţimii $\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|\frac{x+4}{x+1}\in\mathbb{Z}\right\}$.
a) $\{-3,-1,1\}$; b) $\varnothing$; c) $\mathbb{N}\backslash\{1\}$; d) $\{-4,-3,-2,1\}$; e) $\{-4,-2,0,2\}$;
f) $\{-1,1,1\}$.

1.70A Să se determine mulţimea $A=\left\{x\in\mathbb{N}\middle|x=\frac{4n}{n+2},\ n\in\mathbb{N}\right\}$.
a) $A=\{2\}$; b) $A=\{3\}$; c) $A=\{2,3\}$; d) $A=\{0,2,3\}$; e) $A=\varnothing$;
f) $A=\{1\}$.

1.71A Găsiţi patru numere naturale consecutive x,y,z,w (în această ordine) care verifică relaţia $x^3+y^3+z^3=w^3$.
a) 3,4,5,6; b) 2,3,4,5; c) 3,4,5,4; d) 3,4,5,3; e) 3,4,5,2; f) 3,4,5,1.

1.72A Ordinea crescătoare a numerelor $x=\sqrt{6}$, $y=\sqrt[4]{12}$, $z=\sqrt[8]{72}$ este
a) $z<y<x$; b) $z<x<y$; c) $x<y<z$; d) $x<z<y$; e) $y<x<z$;
f) $y<z<x$.

1.73A Fie $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definite de $f(x)=3x+2$ şi $g(x)=3|x|+2$. Atunci
a) f,g sunt bijecţii; b) f bijectivă, g surjectivă; c) f bijectivă, g nu este bijectivă; d) f,g injective; e) f,g surjective; f) afirmaţiile precedente sunt toate false.

1.74A Valorile parametrului real m pentru care ecuaţia $x^2+x+m=0$ are soluţii reale şi distincte, sunt
a) $m<0$; b) $m\ge 0$; c) $m<1$; d) $m\ge 1$; e) $m<1/4$; f) $m\ge 1/4$.

1.75A Fie ecuaţia $ax^2+bx+c=0$ cu soluţiile x_1 şi x_2; notăm $x_1+x_2=s$, $x_1\cdot x_2=p$. Atunci expresia $d=|x_1-x_2|$ se exprimă în funcţie de s şi p astfel
a) $d=s-2p$; b) $d=s^2-4p$; c) $d=\sqrt{s^2-4p}$;
d) $d=\pm\sqrt{s^2-4p}$; e) $d=ps$; f) $d=s/p$.

1.76A Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{4}$, atunci imaginea lui f este
a) $[0,\infty)$; b) $(-1,1)$; c) $[-2,\infty)$; d) $(-\infty,-2]$; e) $(-\infty,0]$; f) $\mathbb{R}$.

1.77A Sistemul $\begin{cases} x(x+y+z+t)=10 \\ y(x+y+z+t)=20 \\ z(x+y+z+t)=30 \\ t(x+y+z+t)=40 \end{cases}$ admite soluţiile

a) $x=\pm 2$, $y=\pm 1$, $z=\pm 3$, $t=\pm 4$; b) $x=\pm 2$, $y=\pm 1$, $z=\pm 4$, $t=\pm 3$;
c) $x=\pm 1$, $y=\pm 2$, $z=\pm 3$, $t=\pm 4$; d) $x=y=z=t=1$;
e) $x=y=z=t=10$; f) nici una din afirmaţiile precedente nu este adevărată.

1.78A Determinaţi valorile parametrului m pentru care ecuaţia $\frac{x(x+1)}{x+2}=m$ are soluţii reale de semne contrare.

a) $m\in(-\infty,-3-2\sqrt{2})\cup(-3+2\sqrt{2},\infty)$; b) $\varnothing$; c) $m\in(0,\infty)$;
d) $m\in(-3-2\sqrt{2},-3+2\sqrt{2})$; e) $m\in\mathbb{R}$; f) $m\in(-\infty,0)$.

1.79A Fie a şi b numere reale astfel încât $a+b$ şi $a-b$ să fie numere raţionale. Atunci

a) $a\in\mathbb{Q}, b\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$; b) $a\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}, b\in\mathbb{Q}$; c) $a\in\mathbb{Q}, b\in\mathbb{Q}$; d) $a\in\mathbb{N}, b\in\mathbb{Z}$;
e) $a\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}, b\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$; f) $a\in\mathbb{N}, b\notin\mathbb{N}$.

1.80A Să se rezolve ecuaţia $|6-x|=2x+3$.

a) $x\in\{-9,1\}$; b) $x=1$; c) $x=-9$; d) $x\in\varnothing$; e) $x\in\mathbb{R}$; f) $x=2$.

1.81A Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât soluţiile x_1, x_2 ale ecuaţiei $x^2-(m+1)x+m=0$ să satisfacă relaţia $|x_1-x_2|=1$.

a) $m=0$; b) $m=8$; c) $m\in\{0,1\}$; d) $m\in\{0,2\}$; e) $m\in\varnothing$; f) $m\in(2,3)$.

1.82A Să se rezolve inecuaţia $|x^2-x-2|\le 1$.

a) $x\in\left[\frac{1-\sqrt{13}}{2},\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$; b) $x\in\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$; c) $x\in\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},\infty\right)$;
d) $x\in\left[\frac{1-\sqrt{13}}{2},\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right]\cup\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$; e) $x\in\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$; f) $x\in\varnothing$.

1.83A Să se determine mulţimea S a soluţiilor sistemului $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ x^2-xy+y^2=7. \end{cases}$

a) $S=\varnothing$; b) $S=\{(1,-2),(-2,1),(-1,2),(2,-1)\}$; c) $S=\{-2,-1,1,2\}$;
d) $S=\{(1,-2),(-2,1)\}$; e) $S=\{(-1,-2),(2,1)\}$; f) $S=\{(1,-1),(-1,1)\}$.

1.84A Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x+2y=5 \\ x^2+2y^2-xy=7. \end{cases}$

a) $(1,2)$; b) $(\frac{11}{4},\frac{9}{8})$; c) $(1,2),(\frac{11}{4},\frac{9}{8})$; d) $(1,\frac{9}{8})$; e) $(\frac{11}{4},2)$; f) $(1,\frac{11}{4})$.

1.85B Să se determine $\operatorname{Im} f$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$.

a) $[-2,2]$; b) $[-1,1]$; c) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$; d) $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; e) $[0,1]$; f) $(\frac{1}{2},\infty)$.

1.86B Fie $a>0$ şi $B=\left\{x\in\mathbb{R}\;\middle|\;\frac{1}{x}\sqrt{a^2-x^2}=\sqrt{\frac{a^2}{x^2}-1}\right\}$. Decideţi:

a) B este un interval deschis la unul din capete; b) B este un interval închis; c) B nu este interval; d) B este o mulţime nemărginită; e) B este reuniunea a două intervale deschise; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

1.87B Fie $M=\left\{(a,b)\in\mathbb{Q}^2\;\middle|\;\sqrt{a-\sqrt{3}}=a+b\sqrt{3}\right\}$ şi $k\in\mathbb{N}$ numărul elementelor mulţimii M. Avem

a) $M=\varnothing$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=3$; e) $k=4$; f) M este infinită.

1.88B Fie $M=\left\{x\in\mathbb{R}\;\middle|\;\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}}+\sqrt{1-\sqrt{2x-x^2}}=\sqrt{4-2x}\right\}$. Decideţi:

a) $M=\varnothing$; b) M are un singur element; c) $M\cap(1,2)\neq\varnothing$; d) $M\setminus[0,1]=\varnothing$; e) M nu este mărginită; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

1.89B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^5+(a^2+1)x^3+a+2$, $a\in\mathbb{R}$. Fie A mulţimea valoarilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care f este surjectivă. Avem:

a) $A=\{0\}$; b) $A=[0,\infty)$; c) $A=[-1,1]$; d) $A=[-2,2]$; e) $A=(-\infty,0]$; f) $A=\mathbb{R}$.

1.90B Fie x_1, x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2-2x+5=0$. Să se calculeze

$$E=\frac{x_1^3-x_1^2+2x_1+4}{x_1^3-x_1^2+3x_1+3}+\frac{x_2^3-x_2^2+2x_2+4}{x_2^3-x_2^2+3x_2+3}.$$

a) $E=-1$; b) $E=2$; c) $E=0$; d) $E=4$; e) $E=-6$; f) $E=\frac{1}{2}$.

1.91B Fie x_1, x_2, x_3, x_4 soluţiile ecuaţiei $2x^4+3x^3-3x^2-3x+2=0$ şi fie $S=|x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4|$. Decideţi:

a) $S\in(0,1)$; b) $S\in(1,2)$; c) $S\in(2,4)$; d) $S\in(4,5)$; e) $S\in(5,8)$; f) $S>8$.

1.92B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ cu proprietatea $f(x-y)=f(x)+f(y)-2xy$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$. Aflaţi $\alpha=f(3)$.

a) $\alpha=6$; b) $\alpha=-1$; c) $\alpha=12$; d) $\alpha=5$; e) $\alpha=9$; f) $\alpha=4$.

1.93B Pentru $a,b\in\mathbb{Z}$ considerăm mulţimile $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2+2ax+b=0\}$ şi $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2+2bx+a=0\}$. Fie k numărul elementelor mulţimii $M=\{(a,b)\in\mathbb{Z}^2\mid A\cap B \text{ are exact un element}\}$. Atunci

a) $M=\varnothing$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=4$; e) $k=6$; f) M este infinită.

1.94B Fie M mulţimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care

$$-7 < \frac{x^2+(m+1)x-5}{x^2-x+1} < 3, \ (\forall)\, x \in \mathbb{R}.$$

Atunci

a) $M = \varnothing$; b) $M = (0,1)$; c) $M = [-1,0)$; d) $M = (-2,4)$; e) $M = (3,5)$; f) $M = (6,\infty)$.

1.95B Ecuaţia $\sqrt[5]{2x+1+2\sqrt{x^2+x}} + \sqrt[5]{2x+1-2\sqrt{x^2+x}} = 2$ are

a) o soluţie; b) două soluţii; c) trei soluţii; d) patru soluţii; e) cinci soluţii; f) nici o soluţie.

1.96B Fie $A = \left\{a \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2+1} \le ax, \ (\forall)\, x \in [\frac{1}{2}, 1]\right\}$. Decideţi:

a) $A = [\sqrt{5},\infty)$; b) $A = [1,2]$; c) $A = \varnothing$; d) $A = [1,\infty)$; e) $A = [\frac{1}{2},\infty)$; f) $A = \mathbb{R}$.

1.97B Fie ecuaţia $\sqrt{x-4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}} = a$ şi A mulţimea acelor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia admite două soluţii reale şi distincte. Decideţi:

a) $A = (0,1)$; b) $A = (1,5]$; c) $A = [1,8)$; d) $A = [5,\infty)$; e) $A = \varnothing$; f) $A = (0,\infty)$.

1.98B Fie ecuaţia $\sqrt{1-\sqrt{x^4-x}} = x-1$. Decideţi:

a) ecuaţia nu are soluţii; b) ecuaţia admite o soluţie unică; c) ecuaţia admite două soluţii; d) ecuaţia admite trei soluţii; e) ecuaţia admite o soluţie subunitară; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

1.99B Fie $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2+ax+2$. Să se determine mulţimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia f este injectivă.

a) $\varnothing$; b) $\mathbb{Q}$; c) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; d) $(0,1)$; e) $[-4,4]$; f) $\mathbb{R}$.

1.100B Dacă S este suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt[4]{97-x} + \sqrt{9+x} = 8$, atunci

a) $S \in [13,20]$; b) $S \in [20,30]$; c) $S \in [8,13]$; d) $S \in [30,42]$;
e) $S \in (5,8)$; f) ecuaţia nu are soluţii reale.

1.101B Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \le 0 \\ x+1, & x > 0 \end{cases}$ are proprietatea

a) nu este injectivă; b) nu este surjectivă; c) este injectivă, dar nu este surjectivă; d) este surjectivă, dar nu este injectivă; e) este bijecţie; f) este bijecţie cu $f^{-1} = f$.

1.102B Fie funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2-2$, $g(x) = x+1$. Avem

a) $(g \circ f)(x) = (x+1)^2-2$; b) f este injectivă; c) $\operatorname{Im} f = [-2,\infty)$;
d) f este surjectivă; e) $f \circ g$ este bijecţie; f) f este inversabilă.

1.103B Fie o mulţime A având n elemente şi $a \in A$. Să se determine numărul submulţimilor lui A care nu conţin pe a.

a) $n-1$; b) 2^n-1; c) 2^{n-1}; d) 2^n-n; e) n; f) 2^n.

1.104B Se consideră mulţimile $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{2x-1} < \sqrt{3x+2}\right\}$ şi $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{3x+2} \le \sqrt{x+5}\right\}$. Avem

a) $A \cap B = \varnothing$; b) $A \cap B = B$; c) $A \cup B = \mathbb{R}$; d) $A \cup B = [-\frac{2}{3},\infty)$;
e) $A \setminus B = \varnothing$; f) $B \setminus A = \varnothing$.

1.105B Se consideră ecuaţia $x^2-mx+2=0$ cu soluţiile x_1 şi x_2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1^2+x_2^2 > m-4$.

a) $m \in (0,1)$; b) $m \in (-\infty,1)$; c) $m \in (-\infty,0) \cup (2,\infty)$;
d) $m \in (-\infty,0) \cup (1,\infty)$; e) $m \in (-\infty,1) \cup (2,\infty)$; f) $m \in (2,\infty)$.

1.106B Fie x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $2x^2+2(m+2)x+m^2+4m+3=0$, unde m este un parametru real. Care este mulţimea valorilor parametrului m pentru care $|x_1+x_2+3x_1x_2| < 1$?

a) $m \in (-3,-\frac{1}{3})$; b) $m \in (\frac{-5-\sqrt{10}}{3},-\frac{7}{3})$; c) $m \in (-3,-\frac{7}{3}) \cup (-1,-\frac{1}{3})$;
d) $m \in (-\infty,-\frac{7}{3}) \cup (-1,+\infty)$; e) $m \in (-\infty,-3) \cup (-\frac{1}{3},+\infty)$; f) $m \in \varnothing$.

1.107B Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel ca ecuaţia $x^2+mx-2=0$ să aibă ambele soluţii în intervalul $(-1,2)$.

a) $-4 < m < -1$; b) $m > -1$; c) $-4 < m < 2$;
d) $-1 < m < 2$; e) $m \in \varnothing$; f) $m > 2$.

1.108B Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât pentru funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (a+1)x^2-ax+a-2$, să avem $f(x) < 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

a) $a \in (-\infty,-1)$; b) $a \in (-\infty,\frac{2-\sqrt{28}}{3})$; c) $a \in (\frac{2+\sqrt{28}}{3},\infty)$;
d) $a \in \mathbb{R}$; e) $a \in (\frac{2-\sqrt{28}}{3},\infty)$; f) $a \in (-1,\frac{2+\sqrt{28}}{3})$.

1.109B Pentru expresia $E(x,m) = m3^{2x}-2(m-1)3^x+(m-3)$, $x \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{R}^*$, fie $M = \{m \in \mathbb{R}^* \mid E(x,m) < 0, \ \forall x \in \mathbb{R}\}$. Atunci

a) $M = \varnothing$; b) $M = (1,+\infty)$; c) $M = (-1,1)$; d) $M = (-\infty,-1)$; e) $M = \mathbb{R}$;
f) $M = (-\infty,0)$.

1.110B Imaginea funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2+2x-2$ este

a) $[0,\infty)$; b) $[-3,\infty)$; c) $[-3,-1]$; d) $(1,\infty)$; e) $(-2,\infty)$; f) $\mathbb{R}$.

1.111B Funcţiile $f_\lambda : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_\lambda(x) = \lambda x^2 + x + 1 - \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$,

a) sunt crescătoare; b) sunt injective; c) sunt mărginite; d) au grafice ce trec toate printr-un acelaşi punct independent de λ; e) sunt pozitive; f) sunt surjective.

1.112B Pentru ce valori $\alpha \in \mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} |x| + |y| = 1 \\ x^2 + y^2 = \alpha \end{cases}$ are patru soluţii ?

a) $\alpha \in \{1\}$; b) $a \in \{\frac{1}{2}\}$; c) $a \in \{\frac{1}{3}\}$; d) $\alpha \in \{4\}$; e) $a \in \{\frac{1}{2}, 1\}$; f) $\alpha \in \{1, 3\}$.

1.113B Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2) \\ x + y = 6. \end{cases}$

a) (1,5); b) (4,2); c) (2,4); d) (4,2) şi (2,4); e) (1,5) şi (5,1); f) $(-1, -5)$.

1.114B Ordonaţi crescător numerele $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$, $z = \sqrt{5} - 2$ este

a) x, y, z; b) x, z, y; c) y, x, z; d) y, z, x; e) z, x, y; f) z, y, x.

1.115B Numărul $P = \dfrac{(2n)!}{2^n \cdot n!}$ este

a) 1/2; b) 1/4; c) un număr natural impar; d) un număr iraţional;
e) un număr natural par; f) nici un alt răspuns nu este corect.

1.116B Fie funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f(x) = \dfrac{2x - 3}{x - 1}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) f este inversabilă; b) f nu este injectivă; c) f nu este surjectivă; d) f este crescătoare; e) f este descrescătoare; f) f este o funcţie de gradul întâi.

1.117B Fie ecuaţia $m^2 x - m = mx - 1$. Pentru ce valori ale lui $m \in \mathbb{R}$ ecuaţia are o singură soluţie şi aceasta este număr întreg ?

a) $m = 0$; b) $m \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$; c) $m = 1$; d) $m \in \{-1, 1\}$; e) $m = -1$; f) $m \in \varnothing$.

1.118B Fie, pentru orice $m \in \mathbb{R}$, ecuaţia $x^2 - (m + 2)x + m = 0$, cu soluţiile x_1 şi x_2. Să se determine toate valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\dfrac{x_1^2}{x_2} + \dfrac{x_2^2}{x_1} = -4$.

a) $m \in \mathbb{R}$; b) $m = -1$; c) $m \in \varnothing$; d) $m \in \{-1, 1\}$; e) $m \in \{-2, 1\}$;
f) $m \in \{-2, 2\}$.

1.119B Determinaţi valorile parametrului real m pentru care soluţiile ecuaţiei $2mx^2 + 4(m + 1)x + 4m + 1 = 0$ sunt reale şi strict pozitive.

a) $m \in (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$; b) $m \in (0, 2]$; c) $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; d) $m \in (-1, 0)$;
e) $m \in (-\infty, -\frac{1}{4}) \cup (0, \infty)$; f) $m \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$.

1.120B Valorile $m \in \mathbb{R}$ pentru care $x^2 + y^2 - 2x - y - m \geq 0$, $(\forall)\, x, y \in \mathbb{R}$ sunt

a) $m \in (-\infty, -\frac{5}{4}]$; b) $m \in \varnothing$; c) $m \in (-\infty, -1)$; d) $m \in (-\frac{5}{4}, \infty)$;
e) $m \in (-1, \infty)$; f) $m \in \mathbb{R}$.

1.121B Se dă sistemul $\begin{cases} x^2 - y^2 + xy = 2 \\ x^2 - 2xy = 2 \end{cases}$, cu soluţiile $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$.
Dacă $A = \sum_{k=1}^{n} x_k$, $B = \sum_{k=1}^{n} y_k$, atunci

a) $A = 1$, $B = 1 - \sqrt{2}$; b) $A = 0$, $B = 0$; c) $A = -1$, $B = 1 + \sqrt{2}$;
d) $A = 1 - \sqrt{2}$, $B = 1$; e) $A = 1 + \sqrt{2}$, $B = -1$; f) sistemul nu are soluţii.

1.122B Aflaţi soluţiile reale ale sistemului $\begin{cases} x + y = a + b, \\ (ax + by)(bx + ay) = ab(a + b)^2, \end{cases}$
pentru $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$.

a) $\{(a + b, 0), (0, a + b)\}$; b) $\{(a, b), (b, a)\}$; c) $\{(ab, 0), (0, ab)\}$;
d) $\{(a(a + b), b(a + b)\}$; e) $\{(2a - b, 2b - a)\}$; f) $\{(a^2, b^2)\}$.

1.123B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ ax^2 + bx, & x \geq 0 \end{cases}$. Atunci f este bijectivă dacă şi numai dacă

a) $b \geq 0, a > 0$ sau $a = 0, b > 0$; b) $b < 0, a > 0$ sau $a = 0, b > 0$;
c) $b \leq 0, a > 0$; d) $a = 0, b > 0$; e) $b \leq 0, a > 0$ sau $a = 0, b \geq 0$; f) $b < 0, a \geq 0$.

1.124B Soluţia inecuaţiei $||x| + 1| - 1| \leq 1$ este

a) $\{1\}$; b) $\{\pm 1\}$; c) $(-1, 1)$; d) $[-1, 1]$; e) $\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$; f) $\mathbb{R} \setminus (-1, 1)$.

1.125B Dacă x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - mx + m + 3 = 0$, atunci expresia $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} + \dfrac{1}{x_1 x_2}$ este egală cu

a) $\frac{m^2 - m + 3}{m^2 + 6m + 9}$; b) $\frac{m^2 - m - 3}{m^2 + 6m + 9}$; c) $\frac{m^2 - m - 3}{m^2 + 3m + 9}$; d) $\frac{m^2}{(m+3)^2}$; e) $\frac{m^2 - m - 3}{m^2 + 9m + 9}$; f) $\frac{m^2 - m + 3}{m^2 + 2m + 1}$.

1.126B Aflaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $(m - 2)x^2 - 2x + (m - 2) = 0$ să admită două soluţii reale distincte.

a) $m \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$; b) $m \in (1, 3)$; c) $m \in [1, 3] \setminus \{2\}$; d) $m \in (1, 3) \setminus \{2\}$;
e) $m \in (-\infty, -1] \cup [3, \infty)$; f) $m \in [1, 3]$;

1.127B Coordonatele (x, y) ale vârfurilor parabolelor

$$\Gamma_m : \; y = mx^2 + 2(m - 1)x + m + 1, \; m \neq 0$$

verifică

a) $y = 2 - x$; b) $y = 2 - x$ şi $x \neq -1$; c) $y = x$ şi $x \neq 0$; d) $y = x$;
e) $y = x - 1$ şi $x \neq 1$; f) $y = x - 1$.

1.128B Soluţiile sistemului $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x^2+y^2-5y=0 \end{cases}$ sunt

a) $\{(0,0)\}$; b) $\{(0,0),(-2,4)\}$; c) $\{(0,0),(2,4)\}$; d) $\{(2,4)\}$; e) $\{(0,0),(-2,-4)\}$; f) $\{(-2,-4)\}$.

1.129B Fie $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $f(x)=3x$ $g(x)=-x^2$ si $a=(f\circ g)(1)$. Atunci

a) $(g\circ f)(x)=-3x^3$ şi $a=-3$; b) $(g\circ f)(x)=9x^2$ şi $a=-9$;
c) $(g\circ f)(x)=-9x^2$ şi $a=3$; d) $(g\circ f)(x)=-9x^2$ şi $(f\circ g)(1)=-3$;
e) $(g\circ f)(x)$ nu este definită, $a=3$; f) $(g\circ f)(x)=-9x^2$ şi $(f\circ g)(x)$ nu este definită.

1.130B Fie n numărul de soluţii reale al ecuaţiei $|x|-\frac{1}{2}x=3$. Atunci

a) $n=1$; b) $n=2$; c) $n=0$; d) $n=3$; e) $n^3=\sqrt{2}$; f) $n=4$.

1.131B Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât suma pătratelor soluţiilor ecuaţiei $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ să fie 25.

a) $m=0$; b) $m\in(0,1)$; c) $m\in\{5,-3\}$; d) $m\in\{1,2\}$; e) $m\in\varnothing$; f) $m=-2$.

1.132B Fie $A=\left\{x\in\mathbb{R}|\ x^2+|x|-2\le 0\right\}$. Atunci

a) $A=[0,1]$; b) $A=[-1,1]$; c) $A=\varnothing$; d) $A=(-1,1)$; e) $A=(-2,0]$; f) $A=(0,2)$.

1.133B Câte soluţii are sistemul $\begin{cases} 2x^2+3xy+y^2=70 \\ 6x^2+xy-y^2=50 \end{cases}$?

a) 1; b) 2; c) 0; d) 3; e) 4; f) 6.

1.134B Pentru ca funcţia de gradul al doilea, $x^2-2(4m+3)x+6m+7$ să fie pătratul unui binom este suficient ca m să fie egal cu

a) -2; b) $\frac{2}{3}$; c) $-\frac{1}{8}$ sau -1; d) 1; e) $-\frac{1}{4}$; f) 2.

1.135B Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuaţia $(m^2+1)x^2-(2m+1)x+1=0$ are ambele soluţii în intervalul $(-\infty,1]$.

a) $m\ge\frac{3}{4}$; b) $m\in(-1,0)$; c) $m\in(0,\frac{3}{4})$; d) $m\in\{-1,0\}$; e) $m<0$; f) $m<\frac{3}{4}$.

1.136B Dacă $f(x)=\begin{cases} 2x-3, & x\le 0 \\ 7x & x>0 \end{cases}$ şi $g(x)=\begin{cases} x^2, & x\le -2 \\ 2x-1, & x>-2 \end{cases}$ atunci $h=g\circ f$ este

a) $h(x)=\begin{cases} (x-3)^2, & x\le 0 \\ 14x-1, & x>0 \end{cases}$; b) $h(x)=\begin{cases} (2x-3)^2, & x\le 0 \\ 14x-1, & x>0 \end{cases}$;

c) $h(x)=\begin{cases} (x-3)^2, & x>0 \\ 14x-1, & x\le 0 \end{cases}$; d) $h(x)=\begin{cases} 14x-1, & x>0 \\ (2x-1)^2 & x\le 0 \end{cases}$;

e) $h(x)=\begin{cases} (2x-3)^2, & x>0 \\ 14x-1, & x\le 0 \end{cases}$; f) $h(x)=\begin{cases} (x-2)^2, & x\le 0 \\ 14x-1, & x>0 \end{cases}$.

1.137B Soluţia ecuaţiei $1-x=|x+1|$ este

a) $x=-1$; b) $x=1$; c) $x=0$; d) $x=2$; e) $x=-2$; f) $x\in\varnothing$.

1.138B Să se determine mulţimea A a valorilor lui m pentru care amândouă soluţiile ecuaţiei $x^2-5x+m=0$, sunt în intervalul $(1,4)$.

a) $A=(1,2)$; b) $A=(-1,2)$; c) $A=(4,\frac{25}{4}]$;
d) $A=(2,\frac{25}{4})$; e) $A=(3,\frac{25}{4})$; f) $A=(4,\frac{21}{4})$.

1.139B Soluţia inecuaţiei $\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)<4$ este

a) $\varnothing$; b) $(-1,1)$; c) $(1,\infty)$; d) $(-\infty,1)$; e) $\mathbb{R}\setminus[-1,1]$; f) $\{0,1,-1\}$.

1.140B Dacă $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^4+3x^3+4$ şi $g(x)=x^3+x+2$, atunci

a) f nu este injectivă, iar g este injectivă; b) f este injectivă, g este injectivă; c) f este surjectivă, g nu este surjectivă; d) f nu este injectivă, g nu este injectivă; e) f este bijectivă, g este bijectivă; f) f este surjectivă, g este injectivă.

1.141B Să se rezolve inecuaţia $|x-3|>x-1$.

a) $x\in(-\infty,1)$; b) $x\in(1,3]$; c) $x\in(-\infty,2)$; d) $x\in(1,2)$; e) $x\in(2,3)$; f) $x\in[3,\infty)$.

1.142B Să se determine parametrul real m astfel încât ecuaţiile $x^2+mx+1=0$ şi $x^2+x+m=0$ să aibă exact o soluţie reală comună.

a) $m=-2$; b) $m=2$; c) $m\in\{-2,2\}$; d) $m\in\mathbb{R}$; e) $m\in\varnothing$; f) $m=1$.

1.143B Aflaţi funcţia de gradul al doilea $f(x)=ax^2+bx+c$, ştiind că admite un minim egal cu 9 şi graficul funcţiei trece prin punctele $A(-1,13)$ şi $B(2,10)$.

a) $f(x)=x^2-2x+10$; b) $f(x)=\frac{1}{9}x^2-\frac{10}{9}x+\frac{106}{9}$; c) $f(x)=2x^2+5x+7$;
d) nu există f; e) $f(x)=x^2-2x+10$ sau $f(x)=\frac{1}{9}x^2-\frac{10}{9}x+\frac{106}{9}$;
f) $f(x)=x^2+2x-10$.

1.144B Să se rezolve sistemul $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{2} \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{16} \end{cases}$.

a) $(4,16),(16,4)$; b) $(4,16)$; c) $(16,4)$; d) $(4,4)$; e) $(16,16)$; f) $(16,2)$.

1.145C Să se afle valorile $n \in \mathbb{Z}$ pentru care expresia $E = \sqrt[n+1]{\sqrt[4-n]{n^2+n+1}}$ are sens.

a) 0 şi 1; b) 1 şi 2; c) 0, 1 şi 2; d) 0 şi 2; e) E are sens pentru nici o valoare $n \in \mathbb{Z}$; f) nici unul dintre răspunsurile precedente nu este corect.

1.146C Fie funcţiile $f, g, h : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\} \to \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, $g(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $h(x) = -\frac{1}{x}$. Care dintre relaţiile următoare este adevărată ?

a) $f \circ f = g$; b) $f \circ f = h$; c) $g \circ g = f$; d) $g \circ g = h$; e) $h \circ h = f$; f) $h \circ h = g$.

1.147C Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru ca funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2, & x \leq 1 \\ x + 2a, & x > 1 \end{cases}$$

să fie injectivă.

a) $a \leq 0$; b) $a \geq 0$; c) $a \leq 1$; d) $a \geq 1$; e) $a \leq 2$; f) $a \geq 2$.

1.148C Să se rezolve ecuaţia $f(f(x)) = 1$, dacă $f(x) = \dfrac{m + nx}{n + mx}$, $n \neq m$.

a) 1; b) $\frac{m}{n}$; c) $-\frac{n}{m}$; d) $\frac{n}{m}$; e) $-\frac{m}{n}$; f) $\frac{1}{m+n}$.

1.149C Fie funcţiile $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, & x \geq 3 \\ x - 1, & x < 3 \end{cases}$. Avem

a) f şi g sunt monoton descrescătoare; b) $f([0, 1]) = [-1, 1]$; c) $f^{-1}(4) = g(4)$; d) $g([0, 4]) = [1, 3]$; e) g nu este inversabilă; f) $g^{-1}(3) = 4$.

1.150C Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Să se rezolve ecuaţia $f(x) \cdot f^{-1}(x) = 1$.

a) $x = -1$; b) $x \in \{-1, \frac{7}{3}\}$; c) $x = -\frac{7}{3}$; d) nu are soluţii; e) $x = 1$; f) $x \in \{1, -\frac{7}{3}\}$.

1.151C Fie Δ, P şi S, respectiv, discriminantul, produsul şi suma soluţiilor ecuaţiei $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$. Dacă a, Δ, P, S sunt, în această ordine, numere întregi consecutive stabiliţi valoarea produsului abc.

a) 3; b) 2; c) 4; d) -10; e) 1; f) -1.

1.152C Se consideră funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx + 2$, $g(x) = 3x + m$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x) \leq g(x)$, $(\forall)\, x \in \mathbb{R}$.

a) $m = 3$; b) $m = 2$; c) $m \in [2, 3)$; d) nu există; e) $m = 0$; f) $m \in [3, \infty)$.

1.153C Soluţiile ecuaţiei $\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x} = 1$ sunt

a) $x_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $x_2 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; b) $x_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; c) $x_1 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; d) $x_1 = 2$;
e) $x_1 = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$, $x_2 = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$; f) nu are soluţie.

1.154C Dacă $a, b, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, a \neq 0, \beta^2 + \alpha < 0$ atunci ecuaţia $ax^2 + bx + \alpha a + \beta b = 0$ are soluţiile

a) reale şi distincte; b) reale şi egale; c) complexe; d) opuse; e) inverse; f) independente de a.

1.155C Să se afle valorile $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + z^2 - 2y + 2z = 0 \end{cases}$ admite soluţie reală unică.

a) $m = 0$; b) $m \in \varnothing$; c) $m = -1$; d) $m = 1$; e) $m = 1/2$; f) $m = -1/4$.

1.156C Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 - x + a}{x^2 + x + 1}$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\operatorname{Im} f = [\frac{1}{3}, 3]$.

a) $a = 0$; b) $a = 2, a = 3$; c) $a = 1$; d) $a = -1$; e) $a = -1, a = 1$; f) $a = 2, a = 4$.

1.157C Ce relaţie trebuie să existe între $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ pentru ca funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax|x| + bx + c$ să fie bijectivă ?

a) $a \cdot b \geq 0$; b) $a \cdot b \leq 0$; c) $b^2 - 4ac > 0$;
d) $b^2 - 4ac < 0$; e) $b^2 - 4ac = 0$; f) $a, b, c > 0$.

1.158C Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+ax+1}{x^2-x+1}$. Să se determine mulţimea $A = \{a \in \mathbb{R} | \operatorname{Im} f \subset [-3, 2]\}$, unde $\operatorname{Im} f$ este imaginea funcţiei f.

a) $A = [-1, 0]$, b) $A = \varnothing$; c) $A = [-4, -1]$; d) $A = \mathbb{R}$; e) $A = [-4, 0]$; f) $A = [-4, 11]$.

1.159C Să se determine soluţiile raţionale ale sistemului $\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

a) $x = 1, y = -1$; b) $x = \dfrac{11 + \sqrt{51}}{7}, y = \dfrac{-1 - 2\sqrt{51}}{7}$; c) $x = 2, y = 1$;
d) $x = 2, y = -1$; e) $x = -1, y = 2$; f) nu există.

1.160C Fie funcţiile $f, g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(n) = 2n - 1$ şi $g(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{dacă } n \text{ impar} \\ n, & \text{dacă } n \text{ par.} \end{cases}$

Care afirmaţie este adevărată ?

a) f este surjectivă; b) $g \circ f = 1_{N^*}$; c) $g^{-1} = f$; d) g este injectivă;
e) $f \circ g = 1_N$; f) f este inversabilă.

1.161C Fie $a \in \mathbb{R}$ şi fie funcţia $f(x) = \begin{cases} ax-2, & x \le 1 \\ x-2a, & x > 1. \end{cases}$
Să se determine toate valorile lui $a \in \mathbb{R}$ astfel încât f să fie injectivă.
a) $a = 1$; b) $a \in (0,1]$; c) $a > 1$; d) $a \ge 1$; e) $a < 1$; f) $a \in \varnothing$.

1.162C Fie ecuaţia $(m+1)x^2 - (2m+1)x + m - 1 = 0$ şi fie mulţimile
$A = \{m \in \mathbb{R} \mid$ ecuaţia are două soluţii strict pozitive$\}$,
$B = \{m \in \mathbb{R} \mid$ ecuaţia are soluţii de acelaşi semn$\}$.
Care afirmaţie este adevărată ?
a) $A = (-\frac{1}{2}, \infty)$, $B = (\infty, -1) \cup (1, \infty)$; b) $A \cap B = (-\infty, -1) \cup [1, \infty)$;
c) $A = (-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{2}, \infty)$, $B = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$;
d) $A \cap B = (-\frac{5}{4}, -1) \cup (1, \infty)$; e) $A \cup B = (-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{2}, \infty)$;
f) $A \cup B = (-\infty, -1) \cup [-\frac{1}{2}, \infty)$.

1.163C Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{mx^2 + x + m}{x^2 + 1}$ şi $A = \{m \in \mathbb{R} \mid \operatorname{Im} f = [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]\}$.
Atunci
a) $A = \{-1\}$; b) $A = \varnothing$; c) $A = \{1\}$; d) $A = \{-1, 1\}$; e) $A = \{0\}$;
f) $A = \{-1, 0, 1\}$.

1.164C Se dă sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ |x - y| = 1 \end{cases}$, cu soluţiile $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ şi fie $A = \sum_{k=1}^{n} x_k$, $B = \sum_{k=1}^{n} y_k$. Atunci
a) $A = -2$, $B = -2$; b) $A = -1$, $B = -1$; c) $A = 2$, $B = 2$; d) $A = 0$, $B = 0$;
e) $A = 1$, $B = 1$; f) $A = 1 - \sqrt{2}$, $B = 1 - \sqrt{2}$.

1.165C Să se rezolve ecuaţia $\sqrt[3]{1331_{(x)}} + \sqrt{121_{(y)}} = 9$, unde indicele inferior reprezintă baza de numeraţie în care este exprimat numărul indexat.
a) $x = 3, y = 3$; b) $x = 3, y = 4$; c) $x = 4, y = 3$; d) $x = 4, y = 5$;
e) $x = 5, y = 4$; f) $x = 6, y = 3$.

1.166C Soluţiile inecuaţiei $\left(a\dfrac{x}{y} + b\right)^2 + \left(a\dfrac{y}{x} + b\right)^2 \ge 2(a+b)^2$, $x, y > 0$, unde $a, b > 0$, sunt
a) $x = y = 1$; b) $x, y \in \mathbb{R}_+^*$; c) $x, y \in \mathbb{Q}_+^*$; d) $x, y \in \mathbb{N}$; e) $x \ge 1, y \ge 1$;
f) $x = y > 0$.

1.167C Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $x^2 + y^2 - 2[a(x+y) + b(x-y) - (c^2 + d^2)] = 0$, unde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ astfel încât $ab = cd$, $a + c = b + d$, $bc \ne 0$.
a) $x = a, y = b$; b) $x = b, y = a$; c) $x = a - b, y = a + b$; d) $x = a + b, y = a - b$;
e) $x = a + c, y = b + d$; f) $x = a - c, y = b - d$.

1.168C Aflaţi minimul expresiei
$$E(x, y) = 4x^2 + 12xy + 10y^2 - 20x - 32y + 33, x, y \in \mathbb{R}.$$
a) 3; b) 4; c) 5; d) 6; e) 7; f) 0.

1.169C Aflaţi parametrul $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\dfrac{xy}{x+y} < 0$, unde (x, y) este o soluţie oarecare a sistemului $\begin{cases} x^3 + y^3 - 2(x+y) = 25a \\ x^2 - xy + y^2 = 7. \end{cases}$
a) $a < 0$; b) $a > 0$; c) $a \in (0, \frac{\sqrt{7}}{5})$; d) $a \in (-\infty, -\frac{\sqrt{7}}{5}) \cup (\frac{\sqrt{7}}{5}, \infty)$;
e) $a \in (-\infty, -\frac{\sqrt{7}}{5}) \cup (1, \infty)$; f) $a \in (-\infty, -\frac{\sqrt{7}}{5}) \cup (0, \frac{\sqrt{7}}{5})$.

1.170C Fie $A = \{x + y\sqrt{2} \mid x, y \in \mathbb{Q}\}$ şi $\alpha = \sqrt[3]{99 - 70\sqrt{2}}$. Atunci
a) $\alpha \notin A$; b) $\alpha \in A$; c) $\alpha^2 = 1$; d) $\alpha^3 = 1$; e) $\alpha < 0$; f) $\alpha > 1$.

1.171C Fie $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$, $ad - bc \ne 0$, $c \ne 0$ şi $f : \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$. Fie A mulţimea valorilor funcţiei f şi $\mathbb{I}$ mulţimea numerelor iraţionale. Atunci
a) $A \cap \mathbb{I} = \varnothing$; b) $A \cap \mathbb{I} = A$; c) $A \cap \mathbb{I} = \mathbb{I}$; d) $A \cap \mathbb{I} = \{0\}$; e) $A \cap \mathbb{I} = (0, +\infty)$;
f) $A \cap \mathbb{I} = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y = a + b\sqrt{2} \;\; a, b \in \mathbb{Q}\right\}$.

1.172C Să se găsească maximul sumei $x_0 + y_0 + z_0$, unde (x_0, y_0, z_0) este soluţie reală a sistemului $\begin{cases} 2x = y + \frac{2}{y}, \\ 2y = z + \frac{2}{z}, \\ 2z = x + \frac{2}{x}. \end{cases}$
a) 3; b) $3\sqrt{2}$; c) $\frac{3}{\sqrt{2}}$; d) 12; e) $\frac{5}{2}$; f) nu există.

1.173C Dacă ecuaţia $x^2 - |x| + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, are trei soluţii reale distincte, atunci
a) $m < \frac{1}{4}$; b) $m \le \frac{1}{4}$; c) $m \in [0, \frac{1}{4})$; d) $m = 0$; e) $m \in (-1, 1)$;
f) nu există astfel de m.

1.174C Numerele $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ au proprietatea că există $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1 x_2 = \alpha$ şi $|x_1 - x_2| = \beta$. Atunci
a) $\alpha \ge \beta$; b) $4\alpha - \beta^2 \le 0$; c) $\beta^2 + 4\alpha \ge 0$; d) $\beta^2 - 4\alpha \ge 0$; e) $\beta^2 \ge \alpha$; f) $\alpha = \beta$.

1.175C Determinaţi câte perechi de numere raţionale (x, y) satisfac egalităţile
$$xy = x + y = x^2 - y^2.$$
a) una; b) două; c) nici una; d) trei; e) patru; f) cinci.

1.176C Câte soluţii distincte $(p,q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, are ecuaţia $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{2}$?

a) 4; b) 5; c) 3; d) 6; e) 7; f) 8.

1.177C Nici un număr de forma $\underbrace{11\ldots1}_{n \text{ cifre}}$, $n \geq 2$, nu este

a) întreg; b) raţional; c) divizibil cu 3; d) pătratul unui întreg;
e) mai mic decât 10^n; f) divizibil cu 37.

1.178C Fie m şi n două numere naturale. Împărţind m^2+n^2 la $m+n$ obţinem câtul q şi restul r. Să se determine toate perechile (m,n) pentru care avem $q^2 + r = 17$.

a) $(2,5),(5,2)$; b) $(1,2),(2,1)$; c) (2,4), (4,2); d) (3,4); e) (1,5), (5,1); f) (2,2).

1.179C Soluţia inecuaţiei $||x+1|-1| \leq 3$ este

a) $[-1,1]\cup[2,3]$; b) $[-5,-3]\cup[-2,3]$; c) $[-3,3]$; d) $[-5,3]$; e) $[-4,2]$; f) $[-2,2]$.

1.180C Inversa $g = f^{-1}$ a funcţiei $f(x) = \begin{cases} -x^2+1, & x \leq -1 \\ 2x+3 & x > -1 \end{cases}$ este

a) $g(x) = \begin{cases} -\sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(x-3) & x > 1 \end{cases}$; b) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(x-3) & x > 1 \end{cases}$;

c) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x > 1 \\ \frac{1}{2}(x-3) & x \leq 1 \end{cases}$; d) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x > 1 \\ \frac{1}{2}(3-x) & x \leq 1 \end{cases}$;

e) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1}, & x > -1 \\ \frac{1}{2}(x+3) & x < -1 \end{cases}$; f) $g(x) = \begin{cases} -\sqrt{x+1}, & x > 1 \\ \frac{1}{2}(x+3) & x \leq -1 \end{cases}$.

1.181C Graficele funcţiilor de gradul al doilea

$$f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + (m+2), \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

au următoarea proprietate

a) nu au nici un punct comun; b) au două puncte comune; c) sunt tangente toate în $M_0(-1,0)$; d) trec toate prin $M_0(-1,0)$ fără a fi tangente; e) numai două dintre ele sunt tangente în $M_0(-1,0)$; f) toate afirmaţiile anterioare sunt false.

1.182C Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$\{x \in \mathbb{R} | mx^2 + (5m-3)x + 13m + 15 = 0\} \cap [-1,2] \neq \varnothing .$$

a) $m \in [-2,-\frac{1}{3}]$; b) $m \in \mathbb{R}$; c) $m \in (0,1)$; d) $\varnothing$; e) $m \in (-3,0)$;
f) $m \in [-2,-\frac{1}{3})$.

1.183C Să se determine parametrii reali a şi b, astfel încât $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, să îndeplinească condiţia $f \circ f = 1_{\mathbb{R}}$.

a) $a = 1, b = 1$; b) $a = 0, b \in \mathbb{R}$; c) $a = 1, b = 0$;
d) $a = 1, b = 0$ sau $a = -1, b \in \mathbb{R}$; e) $a = -1, b \in \mathbb{R}$; f) $a = 1, b \in \mathbb{R}$.

1.184C Să se rezolve ecuaţia $\left[\frac{x+1}{3}\right] = \frac{x-1}{2}$; prin [ ] s-a notat funcţia "parte întreagă".

a) $x = 1$; b) $x = 3$; c) $x = 5$; d) $x \in \{3,5\}$; e) $x \in \{1,3\}$; f) $x \in \{1,3,5\}$.

1.185C Ecuaţia $x^2 - 2|x| = 0$ are

a) două soluţii; b) o soluţie; c) patru soluţii; d) nici o soluţie; e) trei soluţii;
f) o infinitate de soluţii.

1.186C Pentru ce valori ale parametrului real m, sistemul

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = m \end{cases}$$

are o soluţie reală unică ?

a) $m \in \mathbb{R}$; b) $m = \frac{1}{2}$; c) $m = 0$; d) $m = -\frac{1}{2}$; e) $m \in \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$; f) $m \in (0, \frac{1}{2})$.

1.187C Să se calculeze suma $S = x + y + u + v$, ştiind că x, y, u, v verifică sistemul

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ xu + yv = -1 \\ xu^2 + yv^2 = 3 \\ xu^3 + yv^3 = -1. \end{cases}$$

a) $S = 3$; b) $S = 0$; c) $S = 1$; d) $S = -1$; e) $S = 2$; f) $S = -3$.

1.2 Funcţia exponenţială şi funcţia logaritmică

1.188A Soluţiile ecuaţiei $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$ sunt

a) $\{\pm1\}$; b) $\{\pm2\}$; c) $\{\pm\sqrt{2}\}$; d) $\{\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\}$; e) $\{\pm\frac{1}{2}\}$; f) $\{\pm4\}$.

1.189A Numărul soluţiilor ecuaţiei $3^{|x|} + 4^{|x|} + 5^{|x|} = 12$ este

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) 0.

1.190A Să se rezolve ecuaţia $3\lg^2(x^2) - \lg x - 1 = 0$.

a) $x_{1,2} = \pm\sqrt[3]{10}$; b) $x_{1,2} = \pm\sqrt[4]{10}$; c) $x_1 = \sqrt[3]{10}, x_2 = \sqrt[4]{10^{-1}}$;
d) $x_1 = \sqrt[3]{10}, x_2 = \sqrt[4]{10}$; e) nu admite soluţii; f) afirmaţiile precedente sunt false.

1.191A Să se rezolve ecuaţia $\log_2 x + \log_3 x = 1$.

a) $x = 10^{\lg 6}$; b) $x = 10^{\lg 2}$; c) $x = 10^{\lg 3}$; d) $x = 10^{\frac{\lg 2 \cdot \lg 3}{\lg 6}}$; e) nu are soluţii; f) afirmaţiile precedente sunt false.

1.192A Să se rezolve ecuaţia $\log_{x+2} x + \log_x (x+2) = \frac{5}{2}$.

a) $x = 2$; b) $x = \frac{1}{2}$; c) $x = \pm\frac{1}{2}$; d) $x = \sqrt{2}$; e) nu admite soluţii; f) afirmaţiile precedente sunt false.

1.193A Să se rezolve ecuaţia $16^{|x|} - 2 \cdot 4^{|x|} - 8 = 0$.

a) $x \in \{-1/2, 1/2\}$; b) $x \in \{-1, 1\}$; c) $x \in \{1/2, 1\}$; d) $x = 1$; e) $x = 1/2$; f) $x \in \{-1, -1/2, 1/2, 1\}$.

1.194A Să se rezolve inecuaţia $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 < 0$.

a) $x \in (2,3)$; b) $x \in (0,2) \cup (3,\infty)$; c) $x \in (\frac{\ln 2}{\ln 3}, 1)$; d) $x \in (1,\infty)$; e) $x = 2$; f) $x = 3$.

1.195A Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{4^x - 2^{x+1} + 1} = 2^x - 1$.

a) $x = -1$; b) $x = 0$; c) $x \in \{0, 1\}$; d) $x = -4$; e) $x > 0$; f) $x \geq 0$.

1.196A Să se rezolve ecuaţia $\dfrac{1}{2^x - 1} > \dfrac{1}{1 - 2^{x-1}}$.

a) $x \in (0, \log_2 \frac{4}{3}) \cup (1,\infty)$; b) $x \in [0, \log_2 \frac{4}{3}]$; c) $x \in [0, \log_2 \frac{4}{3}] \cup [1,\infty)$; d) $x \in (0, \log_2 \frac{4}{3})$; e) $x \in (1,\infty)$; f) $x \in [1,\infty)$.

1.197A Să se rezolve inecuaţia $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x \geq 4$.

a) $|x| \geq 1$; b) $x = 1$; c) $x = -1$; d) $x = \pm 1$; e) $x \geq 1$; f) $x \leq -1$.

1.198A Să se rezolve inecuaţia $(2x^2 - x + 1)^{x+1} > 1$.

a) $x \in (0,\infty)$; b) $x \in (-1, 0)$; c) $x \in (-1, 0) \cup (1/2, \infty)$; d) $x \in (1/2, \infty)$; e) $x \in (-1,\infty)$; f) $x \in (-1, 0) \cup (1/2, 1)$.

1.199A Domeniul maxim de definiţie al funcţiei $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln\left(1 + \dfrac{4}{x}\right)$ este

a) $D = (0,\infty)$; b) $D = (-\infty, -8) \cup (0,\infty)$; c) $D = (-\infty, -4) \cup (0,\infty)$; d) $D = (-\infty, -8)$; e) $D = \mathbb{R}^*$; f) $D = (-\infty, -4)$.

1.200A Cea mai mare valoare pe care o poate lua funcţia $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = (\log_3 x)^2 + 2(\log_3 x) \cdot (\log_3 \frac{9}{x})$ este

a) 100; b) 10; c) 1; d) 4; e) 9; f) 64.

1.201A Determinaţi valorile reale ale lui m pentru care inegalitatea $\log_{\frac{m-1}{m+1}}(x^2 + 3) \geq 1$ este adevărată pentru orice x real.

a) $m \in (-\infty, -1)$; b) $m \in (1,\infty)$; c) $m \in (-1, 1)$; d) $m \in (e^{-1}, e)$; e) $m \in (-\infty, -2]$; f) $m \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

1.202A Inecuaţia $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{2x^2 + x}{x^2 + 2} < 0$ are soluţia

a) $x \in (-\infty, -2)$; b) $x \in (-2, 1)$; c) $x \in (1,\infty)$; d) $x \in (-\infty, -2] \cup [1,\infty)$; e) $x \in [-2, -1]$; f) $x \in (-\infty, -2) \cup (1,\infty)$.

1.203A Produsul soluţiilor ecuaţiei $x^{\log_2 x - 2} = 256$ este

a) 4; b) -7; c) 12; d) 3; e) 9; f) 14.

1.204A Soluţia ecuaţiei $\log_3 x + \log_5 x = 1$ verifică relaţia

a) $\ln x = \frac{\ln 3 - \ln 5}{\ln 5 \ln 3}$; b) $\ln x = \frac{\ln 3 - \ln 5}{\ln 5 + \ln 3}$; c) $\ln x = \frac{\ln 3 \ln 5}{\ln 5 + \ln 3}$; d) $\ln x = \frac{\ln 3 \ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$; e) $\ln x = \frac{\ln 3 + \ln 5}{\ln 5 \ln 3}$; f) $\ln x = \frac{\ln 3 + \ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$.

1.205A Soluţia sistemului $\begin{cases} x^2 + 16y^2 = 17 \\ \log_2 x - \log_4 y = 3 \end{cases}$ verifică relaţia

a) $xy = 2$; b) $xy = 4$; c) $xy = 1$; d) $xy = 8$; e) $xy = 16$; f) $xy = 32$.

1.206A Soluţiile ecuaţiei $\ln^2 x - 4 \ln x + 3 = 0$ sunt

a) $x_1 = 1, x_2 = 3$; b) $x_1 = e^{-1}, x_2 = e^{-3}$; c) $x_1 = e, x_2 = e^3$; d) $x_1 = e^{-1}, x_2 = e^3$; e) $x_1 = -1, x_2 = -3$; f) $x_1 = e, x_2 = e^{-3}$.

1.207A Fie $\alpha = \log_{40} 100$ şi $\beta = \log_{10} 20$. Decideţi:

a) $\beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha}$; b) $\beta = \frac{1-\alpha}{\alpha}$; c) $\beta = \frac{1+\alpha}{2\alpha}$; d) $\beta = \frac{2\alpha - 1}{\alpha + 1}$; e) $\beta = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$; f) $\beta = \frac{\alpha+2}{\alpha}$.

1.208A Soluţia inegalităţii $3^x + 4^x + 5^x < 6^x$ este

a) $x > 1$; b) $x < \sqrt{3}$; c) $x < 2$; d) $x > 3$; e) $x < 3$; f) $x > \sqrt{3}$.

1.209A Să se rezolve ecuaţia $3^{x+1} = 9^{\sqrt{x}}$.

a) $x = 4$; b) $x = \pm 1$; c) $x = 3$; d) $x = 1$; e) ecuaţia nu are soluţii; f) $x = -1$.

1.210A Să se rezolve ecuaţia $2^{3x} - 2^{x+1} - 4 = 0$.

a) $x = 0$; b) $x = -1$; c) $x = 1$; d) $x = \frac{3}{2}$; e) nu are soluţii; f) $x = \frac{1}{2}$.

1.211A Să se rezolve inecuaţia $3^{\log_{\frac{1}{2}} x} > 1$.

a) $x \in \varnothing$; b) $x \in (0, 1)$; c) $x \in (1,\infty)$; d) $x \in (1, 3)$; e) $x \in (0, 3)$; f) $x \in \mathbb{R}$.

1.212A Să se rezolve ecuaţia $x^{\log_{x^2}(x^2 - 1)} = 8$.

a) $\sqrt{32}$; b) 2; c) 4; d) $\sqrt{65}$; e) $-\sqrt{65}$; f) 3.

1.213A Să se determine toate soluţiile inecuaţiei $\ln e^x + e^{\ln x} < 2$.
a) $x < 1$; b) $x \in (0,1)$; c) $x \in (0,e)$; d) $x > 0$; e) $x \in (0,1/2)$; f) $x > 1$.

1.214A Produsul soluţiilor ecuaţiei $\log_4^2(x+1) - 3\log_2(2x+2) = \frac{33}{4}$ este
a) $\frac{7}{8}(2^{12}-1)$; b) 0; c) $7(2^{-3}-2^{12})$; d) $-\frac{7}{8}(2^{12}-1)$; e) $7(2^{10}-1)$; f) 1.

1.215A Soluţia ecuaţiei logaritmice $\log_{|x|} 2 = 2$ este
a) $x = 2$; b) $x = \pm 2$; c) $x \in \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$; d) $x = \sqrt{2}$; e) $x = -2$; f) $x = -\sqrt{2}$.

1.216A Fie n numărul soluţiilor reale ale ecuaţiei $(7^x - 3)(7^x + 1) = 0$. Atunci
a) $\lg n = 2$; b) $\lg n = -1$; c) $\lg n = 0$; d) $\lg n = 1$; e) $10^n = 2$; f) $\lg n = -2$.

1.217A Soluţiile ecuaţiei $x^{\lg x} = 100x$, (unde $\lg x = \log_{10} x$) sunt
a) $\{-1, 2\}$; b) $\{1, 2\}$; c) $\{10^{-1}, 10^2\}$; d) $\{10, 100\}$; e) $\{1, 10\}$; f) $\{2, 3\}$

1.218A Să se rezolve ecuaţia $\log_{16}(x-2) + \log_2 5 = 10$.
a) $2 + \frac{16^{10}}{5^4}$; b) 3; c) 4; d) $2 + \frac{16^5}{5^2}$; e) $\frac{36}{5}$; f) $\frac{12}{5}$.

1.219A Fie $a \in (0,1)$ şi numerele $m = a^{1+\sqrt{6}}$, $n = a^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$. Atunci
a) $m > n$; b) $m+n = 2$; c) $m+n > 2$; d) $m < n$; e) $m = n$; f) $m^{1+\sqrt{6}} = n^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

1.220B Să se determine valorile parametrului real m pentru care
$$\{x \in \mathbb{R} \mid (m-1)e^x + 2m + me^{-x} > 0\} = \mathbb{R}.$$
a) $m \in (1, \infty)$; b) $m \in [1, \infty)$; c) $m \in (-\infty, 0) \cup [1, \infty)$; d) $\varnothing$; e) $m \in (-\infty, 0]$; f) $m \in (0,1)$.

1.221B Fie M mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $3^{x+3} + 9 = \sqrt{81^{2x-1}} + 3^{4x}$ şi k numărul elementelor lui M. Atunci
a) $M = \varnothing$; b) $k = 1$; c) $k = 2$; d) $k = 3$; e) $k = 4$; f) $k = 5$.

1.222B Fie $M = \left\{x \in (0,\infty) \mid 3^{\log_6 x} + 4^{\log_6 x} + 5^{\log_6 x} = x\right\}$. Decideţi:
a) $M = \varnothing$; b) $M \subset (0,60)$; c) $M \subset (60,100)$; d) $M \subset (100,200)$;
e) $M \subset (200,300)$; f) $M \subset (300,\infty)$.

1.223B Se consideră sistemul $\begin{cases} x^{y^2-3y+3} = x \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ şi fie A mulţimea perechilor $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ care verifică sistemul. Dacă $S = \sum_{(x,y)\in A} (x^2+y^2)$, atunci
a) $S = 15$; b) $S = \frac{85}{4}$; c) $S = 25$; d) $S = 32$; e) $S = 40$; f) $S = \frac{125}{4}$.

1.224B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4^x - 6^x + 9^x}{4^x + 6^x + 9^x}$. Notăm $I = f(\mathbb{R})$. Atunci
a) $I = [0,1]$; b) $I = [\frac{1}{3}, 3]$; c) $I = [\frac{1}{3}, 1)$; d) $[\frac{1}{3}, \infty)$; e) $I = (-1,1)$; f) $I = (0,1)$.

1.225B Fie $a > 0$ şi $M = \left\{x \in \mathbb{R} \mid a^{\sqrt{x}} \geq a^{2-x}\right\}$. Decideţi:
a) $(\exists)\, a > 0$ pentru care $M = \varnothing$; b) M este nemărginită $(\forall)\, a > 0$;
c) $(\exists)\, a > 0$ pentru care M nu este interval; d) $2 \in M$, $(\forall)\, a > 0$;
e) M este interval închis $(\forall)\, a > 0$; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

1.226B Fie p suma soluţiilor ecuaţiei $(3x-1)^{x^2} = (3x-1)^{2x+3}$. Atunci
a) $p = 2$; b) $p = \frac{8}{3}$; c) $p = 0$; d) $p = \frac{7}{3}$; e) $p = 4$; f) $p = 3$.

1.227B Fie S suma soluţiilor ecuaţiei $6^x + 8^x + 15^x = 9^x + 12^x + 10^x$. Decideţi:
a) $S \in (0,1]$; b) $S \in (2,3]$; c) $S \in (1, \frac{3}{2}]$; d) $S \in (\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$; e) $S \in (\frac{5}{2}, 3)$; f) $S \geq 3$.

1.228B Fie $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x + 1 < 3\log_3(x+5)\}$ şi fie $m \in \mathbb{N}$ numărul elementelor lui M. Avem:
a) $m = 6$; b) $m = 7$; c) $m = 10$; d) $m = 9$; e) $m = 8$; f) $m = 0$.

1.229B Fie ecuaţia
$$(\log_x 6)^2 + \left(\log_{\frac{1}{6}}\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 + \log_{\frac{1}{\sqrt{x}}}\left(\frac{1}{6}\right) + \log_{\sqrt{6}} x + \frac{3}{4} = 0$$
şi fie S suma inverselor soluţiilor ecuaţiei. Atunci
a) $S \in (10,20]$; b) $S \in (38,39)$; c) $S \in (1,7]$; d) $S \in (\frac{13}{2}, \frac{25}{2}]$; e) $S \in (6,7)$;
f) $S \geq 39$.

1.230B Soluţia inecuaţiei $2(\sqrt{3}+1)^{-x} + 2^x(2+\sqrt{3})^x > 3$ este
a) $(-\infty, \ln(\sqrt{3}+1))$; b) $\varnothing$; c) $(0,\infty)$; d) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$; e) $[\ln(\sqrt{3}+1), \infty)$; f) $(-1,1)$.

1.231B Să se rezolve inecuaţia $\left(\frac{3}{4}\right)^{10-6x-x^3} < \frac{27}{64}$.
a) $x \in (-\infty, -1)$; b) $x \in \varnothing$; c) $x \in (-1,1)$; d) $x < 1$; e) $x > 1$; f) $x \in (0,1)$.

1.232B Fie funcţiile $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = (\frac{1}{5})^x$, $h = g \circ f$. Atunci
a) f, g, h sunt crescătoare; b) f, g, h sunt descrescătoare; c) f, g sunt crescătoare, h este descrescătoare; d) f, g sunt descrescătoare, h este crescătoare; e) f, h sunt descrescătoare, g este crescătoare; f) g, h sunt descrescătoare, f este crescătoare.

1.233B Să se afle toate valorile parametrului $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + a = 0$ are două soluţii distincte.

a) $a < \frac{9}{4}$; b) $a > 0$; c) $0 < a < \frac{9}{4}$; d) $0 < a < \frac{3}{4}$; e) $0 \leq a < \frac{1}{4}$; f) $\frac{9}{4} < a$.

1.234B Să se rezolve inecuaţia $\log_4 x + \log_x 4 < \frac{5}{2}$.

a) $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, 2)$; b) $(2, 16)$; c) $[2, 16)$; d) $(-\infty, 0) \cup (1, 2)$; e) $(-\infty, 0) \cup (16, \infty)$; f) $x \in (0, 1) \cup (2, 16)$.

1.235B Să se rezolve inecuaţia $\log_x(3x) \leq 2$.

a) $x \in (0, 1) \cup [3, \infty)$; b) $x \in (3, \infty)$; c) $x = 3$; d) $x \in (0, 3)$; e) $x = 1$; f) $x \in (0, 1)$.

1.236B Fie ecuaţia $4^x - (m+1)2^x + m = 0$ şi fie $A = \{m \in \mathbb{R} |$ ecuaţia are exact o soluţie reală$\}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $A = (0, \infty)$; b) $A = \{1\}$; c) $A = \mathbb{R}$; d) $A = [0, \infty)$; e) $A = (-\infty, 0)$; f) $A = (-\infty, 0] \cup \{1\}$.

1.237B Soluţia ecuaţiei $9 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^x = 810$ este

a) 1; b) $\ln 2$; c) $\ln(15/2)$; d) 2; e) $\log_3 6$; f) 3.

1.238B Determinaţi mulţimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \log_9^2 x \geq \log_3^2 \sqrt{1 - \frac{x}{4}} \right\}$.

a) $A = (0, \frac{4}{5})$; b) $A = (0, 4)$; c) $A = (0, 4) \setminus \{2\}$; d) $A = (0, 2]$; e) $A = (0, \frac{4}{5}] \cup \{2\}$; f) $A = \varnothing$.

1.239B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{3^x - 4}{3^x + 2}$. Atunci mulţimea valorilor lui f este

a) $\mathbb{R}$; b) $(-2, 1)$; c) $(0, \infty)$; d) $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$; e) $(-1, 1)$; f) $[-2, 1)$.

1.240B Fie $A \subset \mathbb{R}$ mulţimea soluţiilor inecuaţiei $2^{\sqrt{4-x}} < 4^{x/2}$; avem

a) $A = (-\infty, \frac{-1+\sqrt{17}}{2})$; b) $A = (0, \infty)$; c) $A = (\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, 4]$; d) $A = (0, 4)$; e) $A = (-\infty, 4)$; f) $A = (\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \infty)$.

1.241B Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $2^{3x-1} + 2^{3(2-x)} - 33 < 0$.

a) $x \in (\frac{1}{4}, 5)$; b) $x \in (-\infty, \frac{1}{3}) \cup (2, \infty)$; c) $\varnothing$; d) $x \in (-\frac{2}{3}, 1)$; e) $x \in (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (1, \infty)$; f) $x \in (\frac{1}{3}, 2)$.

1.242B Care sunt soluţiile ecuaţiei $3^{x+1} + 5 \cdot 3^{x-1} - 7 \cdot 3^x + 21 = 0$?

a) $x = 4$; b) $x \in \{1, 2\}$; c) $x \in \{2, 3\}$; d) $x = 3$; e) $x = 2$; f) $x \in \varnothing$.

1.243C Dacă $x \in (0, \infty) \setminus \{\frac{1}{2}\}$ şi $a = \log_2 x$, $b = \log_{2x} 2$, atunci

a) $b(1+a) = 1$; b) $a(1+b) = 1$; c) $2b(1+2a) = 1$; d) $ab = 4$; e) $2a(1+3b) = 2$; f) $2a + 3b = 1$.

1.244C Fie $E(x) = \log_x(x-1) + \log_{x-1} x + 2$. Calculaţi $E\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{3} - 1$; c) $\sqrt{5}$; d) 0; e) $\sqrt{2}$; f) $\sqrt{5} - 1$.

1.245C Să se rezolve ecuaţia $2^{\sqrt{x-2}} + 3^{\sqrt{x^2-4}} + 4^{\sqrt{x^2-x-2}} = 3$.

a) $x = 2$; b) $x = \pm 2$; c) nu are soluţii; d) $x \in [2, \infty)$; e) $x = -1$; f) $x \in (-1, 2]$.

1.246C Se consideră ecuaţia $(m-2)4^x + (2m-3)2^{x+1} + 5m - 6 = 0$, cu $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Determinaţi mulţimea valorilor lui m pentru care ecuaţia dată are o singură soluţie reală.

a) $(1, \frac{6}{5})$; b) $(\frac{6}{5}, 2)$; c) $\{1, 3\}$; d) $\varnothing$; e) $(\frac{5-\sqrt{13}}{4}, \frac{5+\sqrt{13}}{4})$; f) $(\frac{3}{2}, 2)$.

1.247C Fie $0 < a < b < 1$ şi $E = \log_a \dfrac{2ab}{a+b} + \log_b \dfrac{2ab}{a+b}$. Să se precizeze care dintre afirmaţiile următoare este adevărată.

a) $E < 2$; b) $E \leq 2$; c) $E \geq 2$; d) $E < 0$; e) $E = 2$; f) $E > 0$.

1.248C Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\sqrt{\log_2 \dfrac{3-2x}{1-x}} < 1$

a) $(2, \infty)$; b) $[2, \infty)$; c) $\varnothing$; d) $(1, \infty)$; e) $(\frac{3}{2}, \infty)$; f) $[\frac{3}{2}, \infty)$.

1.249C Numărul de soluţii (x, y) ale sistemului $\begin{cases} 3^x + 4^y = 13 \\ \log_3 x - \log_4 y = 1 \end{cases}$ este

a) 2; b) 1; c) 0; d) 3; e) 4; f) ≥ 5.

1.250C Se consideră mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Z} / 3x + 1 < 2\log_2(x+4)\}$ şi fie S suma elementelor sale. Atunci

a) $S = -5$; b) $S = 0$; c) $S = 5$; d) $S = \infty$; e) $S = -6$; f) $S = 7$.

1.251C Fie $S = \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \log_2 k} + \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \log_3 k} + \ldots + \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \log_n k}$, $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$. Atunci

a) $S = -1$; b) $S = n!$; c) $S = 0$; d) $S = 1$; e) $S = \frac{1}{2}$; f) $S = -2$.

1.252C Fie $\alpha \neq 0$. Câte soluţii are sistemul $x^{2x+y} = y^{\alpha}$, $y^{2x+y} = x^{-\alpha}$, $x, y \in (1, \infty)$?

a) nu admite nici o soluţie; b) are cel puţin o soluţie; c) are cel puţin două soluţii; d) are soluţie unică; e) are o infinitate de soluţii; f) are soluţia $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

1.253C Inegalitatea $3^x + 4^x + 5^x \geq 6^x$ este verificată pentru orice $x \in A$, unde

a) $A = \mathbb{R}$; b) $A = \varnothing$; c) $A = (-\infty, 3)$; d) $A = (-\infty, 3]$; e) $A = (3, \infty)$; f) $A = [3, \infty)$.

1.254C Să se rezolve ecuaţia

$$\sqrt{\log_\alpha \alpha x + \log_x \alpha x} + \sqrt{\log_\alpha \frac{x}{\alpha} + \log_x \frac{\alpha}{x}} = 2\sqrt{\alpha},\ \alpha > 0,\ \alpha \neq 1.$$

a) Nu are soluţii pentru $\alpha < 1$ şi $x = \alpha^{1/\alpha}, x = \alpha^\alpha$ pentru $\alpha > 1$; b) $x = \alpha^\alpha$;
c) $x = \alpha^\alpha$ pentru $\alpha > 1$ şi $x = \alpha^{1/\alpha}$ pentru $\alpha < 1$; d) $x = \alpha^{1/\alpha}$;
e) $x = \alpha^{1/\alpha}$ pentru $\alpha > 1$ şi $x = \alpha^\alpha$ pentru $\alpha < 1$; f) $x = \sqrt{\alpha}$.

1.255C Rezolvaţi inecuaţia logaritmică $\log_{1/2}(x^2 - 3) > \log_{1/2}(x + 3)$.

a) $x \in (-\sqrt{3}, 3)$; b) $x \in (-2, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, 3)$; c) $x \in (-2, -\sqrt{3})$;
d) $x \in (\sqrt{3}, 3)$; e) $x \in (-2, 3)$; f) $x \in (-2, \sqrt{3})$.

1.256C Să se rezolve inecuaţia $\log_{2^x}(2^{2x} + |x|) > 2$.

a) $x \in (0, 1)$; b) $x \in (1, \infty)$; c) $x \in \mathbb{R}^*$; d) $x \in \mathbb{R}$; e) $x \in (-\infty, 0)$;
f) $x \in (0, \infty)$.

1.3 Numere complexe. Inducţie, combinatorică. Polinoame

1.257A Să se calculeze $\mathrm{i} + \mathrm{i}^3 + \mathrm{i}^5 + \ldots + \mathrm{i}^{99}$.

a) i; b) $-$i; c) 0; d) 1; e) -1; f) $1 + $i.

1.258A Relaţia $|\sqrt{x^2+1} + \mathrm{i}\sqrt{y-2}| = 1$ $(y \geq 2)$ are loc dacă şi numai dacă
a) $y = 1 + x^2$; b) $y = 2 - x^2$; c) $y = 2 + x^2$;
d) $y = x$; e) $y = -x$; f) $x^2 + y^2 = 1$.

1.259A Fie $\varepsilon = \dfrac{-1 + \mathrm{i}\sqrt{3}}{2}$ şi $S = (2\varepsilon + \varepsilon^2)(2\varepsilon^2 + \varepsilon)$. Atunci
a) $S = 3$; b) $S = 1$; c) $S = \varepsilon$; d) $S = \varepsilon^2$; e) $S = \varepsilon + \varepsilon^2$; f) $S = 2$.

1.260A Dacă $z = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \mathrm{i}\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}} - \mathrm{i}\sqrt{2-\sqrt{3}}}$, atunci $|z|^4$ are valoarea
a) 81; b) $2\sqrt{2}$; c) 10; d) 1; e) 16; f) $3\sqrt{3}$.

1.261A Dacă z este soluţie a ecuaţiei $|z| + z = 8 + 4\mathrm{i}$, atunci $|z|$ este
a) 8; b) 5; c) 3; d) 4; e) 1; f) 2.

1.262A Fie $z = (x + \mathrm{i}y)^n + (x - \mathrm{i}y)^n$, unde $x, y \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ şi $n \in \mathbb{N}$. Să se determine n astfel încât z să fie real.
a) $n = 4$; b) $n = 7$; c) $n \geq 10$; d) $n \in \{2k | k \in \mathbb{N}\}$; e) $n \in \{2k+1 | k \in \mathbb{N}\}$;
f) $n \in \mathbb{N}$.

1.263A Fie $S_n = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \ldots + n(2n+1)$, $(\forall) n \in \mathbb{N}$. Atunci
a) $S_n = \frac{1}{36}(5n^4 - 6n^3 + 109n^2)$; b) $S_n = 10n - 7$; c) $S_n = \frac{1}{2}(11n^2 - 13n + 8)$;
d) $S_n = n(n+1)^3$; e) $S_n = \frac{1}{6}(4n^3 + 9n^2 + 5n)$; f) $S_n = 2n(n+1)^3$.

1.264A Fie propoziţia P_n: $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} < a_n$. Pentru care dintre variantele următoare propoziţia P_n este adevărată $(\forall)\ n \in \mathbb{N}\backslash\{0, 1\}$?
a) $a_n = 2$; b) $a_n = 2,5$; c) $a_n = 2\sqrt{n}$; d) $a_n = \frac{2n-1}{n}$; e) $a_n = n/2$; f) $a_n = n/3$.

1.265A Care este este cea mai mică valoare M, $M \in \mathbb{N}$, pentru care afirmaţia " $2^n > n^2, (\forall) n \geq M$ " este adevărată?
a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) 6.

1.266A Fie $S = \dfrac{C_1^0}{C_1^1} + \dfrac{C_2^1}{C_2^2} + \dfrac{C_3^2}{C_3^3} + \ldots + \dfrac{C_n^{n-1}}{C_n^n}$. Atunci
a) $S = C_{2n}^n$; b) $S = 2C_{2n}^n$; c) C_n^{n-1}; d) C_{n+1}^{n-1}; e) $2C_n^{n-1}$; f) $2C_{n+1}^{n-1}$.

1.267A Dacă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ are loc egalitatea $\sum_{k=1}^{n} k(ak + b) = 2C_{n+2}^3$, atunci
a) $a = 1, b = 2$; b) $a = 2, b = 1$; c) $a = b = 1$; d) $a = b = 2$; e) $a = 1, b = -1$;
f) $a = 2, b = -1$.

1.268A Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţiile $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + a = 0$, $x^3 + x^2 - x + b = 0$ să aibă o soluţie dublă comună.
a) $a = b = -1$; b) $a = b = 2$; c) $a = -1, b = 2$; d) $a = -2, b = 1$; e) $a = b = 1$;
f) $a = 1, b = -1$.

1.269A Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $x^4 + 3x^3 + mx^2 + 3x + 1 = 0$ să aibă toate soluţiile reale.
a) $m \in (-\infty, 17/4]$; b) $m \in (-\infty, -8]$; c) $m \in (-\infty, -8)$; d) $m \in (-8, 17/4)$;
e) $m \in (0, 17/4)$; f) $m \in (-\infty, 17/4)$.

1.270A Fie $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x - 2$. Să se calculeze $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3)$, unde x_1, x_2, x_3 sunt soluţiile ecuaţiei $x^3 + 3x + 1 = 0$.
a) 2; b) 10; c) 12; d) 8; e) -10; f) -2.

1.271A Fie f un polinom cu coeficienţi reali. Restul împărţirii lui f la $x^3 - 2$ este egal cu pătratul câtului. Să se afle câtul, ştiind că $f(-2) + f(2) + 34 = 0$.
a) $2x + 1$; b) $2x - 1$; c) $3x - 1$; d) $-3x + 1$; e) $3x + 1$; f) $-2x + 1$.

1.272A Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel ca ecuaţia $x^4 + mx^3 - 3x^2 - 4x + 4 = 0$ să aibă două soluţii duble, $x_1 = x_2$, $x_3 = x_4$.

a) $m = 2$; b) $m = 1$; c) $m = -1$; d) $m = -2$; e) $m = 0$; f) $m = 3$.

1.273A Aflaţi cel mai mare divizor comun al polinoamelor

$$f = (X^2 + 2X + 3)^2 - 5(X^2 + 2X + 3) + 6,\ g = X^3 + 4X^2 + 3X.$$

a) $X^2 + X$; b) $X^2 + 2X$; c) $X + 2$; d) $X + 1$; e) $X - 1$; f) $X^2 - 1$.

1.274A Să se determine perechile de numere reale (a, m) astfel ca polinomul $f = 6X^4 - 7X^3 + aX^2 + 3X + 2$ să se dividă prin polinomul $g = X^2 - X + m$.

a) $(-2, 0$; b) $(-1, 1)$; c) $(1, 1)$; d) $(-7, 1)$; e) $(-12, -2)$; f) $(-7, -1), (-12, -2)$.

1.275A Aflaţi valoarea lui $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care

$$1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+n} = \frac{15}{8}.$$

a) $n = 20$; b) $n = 10$; c) $n = 12$; d) $n = 5$; e) $n = 25$; f) $n = 15$.

1.276A Numărul termenilor raţionali din dezvoltarea $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{100}$ este

a) 10; b) 14; c) 17; d) 24; e) 31; f) 43.

1.277A Să se calculeze sumele $S_1 = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \ldots$, $S_2 = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \ldots$.

a) $S_1 = S_2 = 2^n$; b) $S_1 = 2^{n-1}$, $S_2 = 2^{n-2}$; c) $S_1 = S_2 = 2^{n-1}$;
d) $S_1 = S_2 = n$; e) $S_1 = S_2 = n - 1$; f) $S_1 = S_2 = n + 1$.

1.278A Să se calculeze suma $S = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \ldots + n \cdot n!$.

a) $S = (n+1)! - 1$; b) $S = n^n$; c) $S = (n+1)^n$;
d) $S = n^{n+1}$; e) $S = \frac{(n+1)!}{n}$; f) $S = (n+1)n!$.

1.279A Să se calculeze partea imaginară a numărului complex $z = \dfrac{1 - \mathrm{i}}{1 + \mathrm{i}}$.

a) $\operatorname{Im} z = 1$; b) $\operatorname{Im} z = 0$; c) $\operatorname{Im} z = \mathrm{i}$; d) $\operatorname{Im} z = -\mathrm{i}$; e) $\operatorname{Im} z = -1$;
f) $\operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z$.

1.280A Să se calculeze $E = (1 + \mathrm{i})^4$.

a) $1 + \mathrm{i}$; b) 1; c) 4; d) -4; e) $1 - \mathrm{i}$; f) i.

1.281A Dacă $\mathrm{i}z \in \mathbb{R}$ şi $|z| = 2$, atunci

a) $z = 2\mathrm{i}$; b) $z = -2\mathrm{i}$; c) $z = \mathrm{i}$; d) $z \in \{\pm\mathrm{i}\}$; e) $z \in \{\pm 2\mathrm{i}\}$; f) $z \in \{\mathrm{i}, 2\mathrm{i}\}$.

1.282A Fie $z \in \mathbb{C}, z \neq 1$. Dacă $z' = \dfrac{z - 1}{1 - \overline{z}}$, atunci

a) $|z'| = 1$; b) $|z'| = 0$; c) $|z'| = \dfrac{1}{2}$; d) $|z'| = -1$; e) $|z'| = \mathrm{i}$; f) $|z'| = 3$

1.283A Următoarele numere complexe $z_1 = 2 + 2\mathrm{i}$, $z_2 = -1 + \mathrm{i}$, $z_3 = -2 - 2\mathrm{i}$, $z_4 = 1 - \mathrm{i}$ reprezentate în plan sunt vârfurile unui

a) pătrat; b) dreptunghi; c) romb; d) trapez isoscel; e) patrulater oarecare;
f) paralelogram (care nu este romb).

1.284A Determinaţi perechile de numere reale (x, y) pentru care are loc egalitatea $(1 + 2\mathrm{i})x + (3 - 5\mathrm{i})y = 1 - 3\mathrm{i}$.

a) $(\frac{4}{11}, -\frac{5}{11})$; b) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$; c) $(4, -3)$; d) $(\frac{5}{2}, 1)$; e) $(-\frac{4}{11}, \frac{5}{11})$; f) $(\frac{4}{3}, \frac{7}{2})$.

1.285A Să se calculeze $\left|\dfrac{\alpha + \mathrm{i}}{\alpha - \mathrm{i}}\right|$, unde $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) $\frac{|\alpha|+1}{|\alpha|-1}$; b) $2|\alpha|$; c) $\frac{\alpha+1}{\alpha-1}$; d) $|\alpha|$; e) $\frac{\alpha^2+1}{\alpha^2-1}$; f) 1.

1.286A Să se determine termenul ce nu conţine pe x din dezvoltarea

$$\left(ax^{-\frac{1}{2}} + xa^{-\frac{1}{2}}\right)^{30},\ a, x \in \mathbb{R}.$$

a) T_8; b) T_{20}; c) T_9; d) T_{12}; e) T_{11}; f) T_{10}.

1.287A Să se rezolve inecuaţia $C_{2x}^2 < 15$.

a) $x \in [1, 3)$; b) $x \in (-\frac{5}{2}, 3)$; c) $x \in \{1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}\}$; d) $x \in \{1, 2\}$;
e) $x \in (1, \infty)$; f) nu are soluţii.

1.288A Să se afle valoarea expresiei $E = \dfrac{A_n^2}{A_n^1 - A_n^3}$, unde A_n^m este numărul aranjamentelor de n obiecte luate câte m.

a) $\frac{n-1}{n^2-2n+2}$; b) $\frac{n-1}{n^2+2n-2}$; c) $\frac{n-1}{n^2-3n+1}$; d) $\frac{n-1}{-n^2+2n+2}$; e) $\frac{n-1}{-n^2+3n-1}$; f) $\frac{n-1}{-n^2+3n+1}$.

1.289A Numărul $x = C_6^4 + A_5^2 - P_4$ are valoarea

a) 10; b) 11; c) 15; d) 20; e) 25; f) 28.

1.290A Determinaţi care termen al dezvoltării $\left(x\sqrt{y} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^{2000}$ conţine pe x şi y la puteri egale ?

a) Nu există un astfel de termen; b) T_{1000}; c) T_{999}; d) T_{1001}; e) T_{1002}; f) T_{998}.

1.291A Fie $x \in \mathbb{N}^*$ astfel încât x divide $n(n+1), (\forall) n \in \mathbb{N}$. Atunci

a) $x = 3$; b) x este număr impar; c) $x = 2$; d) $x = 4$; e) nu există asemenea numere x; f) $x = 103$.

1.292A Dacă n este numărul soluţiilor ecuaţiei $2C_x^2 + 6C_x^3 = 9x$, atunci

a) $n = 0$; b) $n = 2$; c) $n = 1$; d) $n = 4$; e) $n = 3$; f) $n = 5$.

1.293A Suma coeficienţilor polinomului $P(x) = (8x^3 - 7)^{10}$ este

a) 0; b) -1; c) 2^{10}; d) 1; e) 10; f) 2.

1.294A Să se determine n întreg astfel încât numărul $C_{5n+4}^{n^2+3n-4}$ să fie definit.

a) $n \in \{1, 2\}$; b) $n \in \{3, 4\}$; c) $n \geq 3$; d) $n \in \varnothing$;
e) $n \in \{2, 3, 4\}$; f) $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

1.295A Mulţimea numerelor naturale n pentru care dezvoltarea $\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ conţine termeni independenţi de x este

a) $\{2k/k \in \mathbb{N}^*\}$; b) $\{4k/k \in \mathbb{N}^*\}$; c) $\{5k/k \in \mathbb{N}^*\}$; d) $\{10k/k \in \mathbb{N}^*\}$;
e) $\{3k/k \in \mathbb{N}^*\}$; f) $\varnothing$.

1.296A Dacă $S_n = 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1)$, atunci

a) $S_n = n^2$; b) $S_n = 2n$; c) $S_n = 2n - 1$; d) $S_n = 2n^2$; e) $S_n = e^n$; f) $S_n = 4n$.

1.297A Găsiţi $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\underbrace{11\ldots1}_{n \text{ cifre}}{}^2 = 12345678987654321$.

a) $n = 9$; b) $n = 8$; c) $n = 7$; d) $n = 6$; e) $n = 5$; f) $n = 4$.

1.298A Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Să se calculeze suma $S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$.

a) $\frac{n+1}{n}$; b) $\frac{1}{n}$; c) $\frac{n}{n+1}$; d) $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$; e) $\frac{1}{n+1}$; f) $1 - \frac{1}{n}$.

1.299A Să se determine suma pătratelor modulelor rădăcinilor polinomului $f = X^3 + (3\mathrm{i} - 2)X^2 - (1 + 4\mathrm{i})X + 2 + \mathrm{i}$, ştiind că are o rădăcină reală.

a) 7; b) 3; c) $4 + 2\sqrt{10}$; d) $1 + 2\sqrt{10}$; e) $4 + 2\sqrt{2}$; f) $2 + \sqrt{5}$.

1.300A Să se calculeze valoarea expresiei $E = \frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_1 + x_3}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3}$, unde x_1, x_2, x_3 sunt soluţiile ecuaţiei $x^3 - 6x^2 + x + 2 = 0$.

a) 0; b) -3; c) 1; d) -1; e) 3; f) -6.

1.301A Toate polinoamele neidentic nule cu coeficienţi reali care verifică relaţia $P(x^3) = x^4 \cdot P(x), (\forall)x \in \mathbb{R}$ sunt de gradul

a) unu; b) doi; c) n oarecare; d) nu există asemenea polinoame; e) polinomul este o constantă; f) nici unul din răspunsurile anterioare nu este corect.

1.302A Calculaţi suma S a soluţiilor reale ale ecuaţiei: $z^6 - (1 - \mathrm{i})z^3 - \mathrm{i} = 0$.

a) Ecuaţia nu are soluţii reale; b) $S = 1$; c) $S = 0$; d) $S = -1$; e) $S = 1 + \sqrt{2}$; f) $S = 1 - \sqrt{2}$.

1.303A Fie numărul $E = \sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} + \sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}}$. Determinaţi E şi parametrii reali a şi b astfel încât E să fie o soluţie a ecuaţiei $x^3 + ax + b = 0$.

a) $E = 2, a = 5, b = -20$; b) $E = 2, a = 6, b = -20$;
c) $E = 2, a \in \mathbb{R}, b = -8 - 2a$; d) $E = 3, a = 6, b = -20$;
e) $E \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, a = 6, b = -10$; f) $E = 2, a = -6, b = -20$.

1.304A Polinomul $X^4 + 3X^3 + 2X^2 + mX + n$ cu coeficienţi reali admite rădăcina complexă $x_1 = 1 + \mathrm{i}$. În acest caz valorile parametrilor m şi n sunt:

a) $m = -10, n = 2$; b) $m = -10, n = 20$; c) $m = 8, n = 2$; d) $m = -8, n = 2$;
e) $m = 10, n = 20$; f) $m = 2, n = 2$.

1.305B Fie $M = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (\sqrt{3} + 1)^x + (\sqrt{3} - 1)^x \leq 4(\sqrt{2})^x\right\}$. Avem:

a) $M = [-2, 2]$; b) $M = \left(-\infty, \ln \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right)$; c) $M = (-\infty, 2]$; d) $M = [-2, \infty)$;
e) $M = [-2\ln(\sqrt{3} + 1), 2\ln(\sqrt{3} + 1)]$; f) $M = \mathbb{R}$.

1.306B Fie ecuaţia $x^3 + 3x^2 + cx + d = 0$ ale cărei soluţii le notăm cu x_1, x_2, x_3. Fie M mulţimea perechilor $(c, d) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C}$ cu proprietatea că x_1, x_2, x_3 sunt în progresie aritmetică, iar $x_1 + 1$, $x_2 + 1$, $x_3 + 1$ sunt în progresie geometrică şi fie k numărul elementelor lui M. Decideţi:

a) $M = \varnothing$; b) $k = 1$; c) $k = 2$; d) $k = 3$; e) $k = 4$; f) M este infinită.

1.307B Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = aX^{n+2} + bX^n + 2$, $n \in \mathbb{N}^*$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ sunt astfel încât $(X - 1)^2 \mid f$. Dacă $q \in \mathbb{R}[X]$ este câtul împărţirii lui f la $(X - 1)^2$, aflaţi $\lambda = q(1)$.

a) $\lambda = n^2$; b) $\lambda = n^2 - n$; c) $\lambda = n^2 + n$; d) $\lambda = n^2 - 2n$; e) $\lambda = n^2 + 3n$;
f) $\lambda = n^2 + 2n$.

1.308B Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z_1| = 1$, $z_1 \neq z_2$ şi $w = \left|\frac{z_1 - z_2}{1 - z_1\bar{z}_2}\right|$. Avem:

a) $w = 1$; b) $w = 2$; c) $w = \frac{1}{2}$; d) $w = \frac{1}{3}$; e) $w = 4$; f) w depinde de z_1 şi z_2.

1.309B Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = C_{3x+7}^{6x+2}$, unde D este domeniul maxim de definiţie. Fie $M = \max_{x \in D} f(x)$. Atunci

a) $M = 21$; b) $M = 84$; c) $M = 45$; d) $M = 72$; e) $M = 210$; f) $M = 60$.

1.310B Fie $S = C_{16}^0 - C_{16}^2 + C_{16}^4 - C_{16}^6 + \cdots - C_{16}^{14} + C_{16}^{16}$. Atunci

a) $S = 256$; b) $S = 64$; c) $S = 0$; d) $S = -32$; e) $S = 128$; f) $S = 1024$.

1.311B Fie $\varepsilon = -\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$ şi $a, b \in \mathbb{R}$. Fie $x = a + b$, $y = a\varepsilon + b\varepsilon^2$ şi $z = a\varepsilon^2 + b\varepsilon$. Aflaţi $\lambda \in \mathbb{C}$, ştiind că $x^2 + y^2 + z^2 = \lambda ab$.

a) $\lambda = 1$; b) $\lambda = 3$; c) $\lambda = \varepsilon$; d) $\lambda = \bar{\varepsilon}$; e) $\lambda = 6$; f) $\lambda = 0$.

1.312B Fie $a_n = \frac{1^2}{1\cdot 3} + \frac{2^2}{3\cdot 5} + \cdots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ şi fie $M = \left\{ n \in \mathbb{N}^* \mid a_n \leq \frac{28}{15} \right\}$. Notăm cu p numărul elementelor lui M. Avem:
a) $p = 4$; b) $p = 5$; c) $p = 6$; d) $p = 7$; e) $p = 8$; f) $p = 9$.

1.313B Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = (X+1)^{302} + X + a$ şi $g = X^2 + 3X + 3$. Valoarea lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $g \mid f$ este
a) $a = 0$; b) $a = 1$; c) $a = 2$; d) $a = 3$; e) $a = 4$; f) $a = -1$.

1.314B Fie x_1, x_2, x_3, x_4 soluţiile ecuaţiei $x^4 - 2x^3 + 3x + 2 = 0$ şi fie $S = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$. Atunci
a) $S = -4$; b) $S = 2$; c) $S = -16$; d) $S = 20$; e) $S = 18$; f) $S = -12$.

1.315B Fie $P, Q \in \mathbb{R}[X]$, $P = X^{2n+1} - X^n + aX^{n-1} + X + 1$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $Q = X^2 + X + 1$. Notăm cu M mulţimea acelor $a \in \mathbb{R}$ pentru care există $n \geq 2$ astfel încât Q divide P. Dacă $\lambda = \sum_{a \in M} a$, atunci
a) $\lambda = 1$; b) $\lambda = -2$; c) $\lambda = 0$; d) $\lambda = 4$; e) $\lambda = 6$; f) $\lambda = -1$.

1.316B Fie ecuaţia $\begin{vmatrix} 2-a & a-x & x-1 \\ 1-x^2 & x^2 & -1 \\ 2-a-2x & x+a & x-2 \end{vmatrix} = 0$, $a \in \mathbb{R}$, şi A mulţimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia admite o soluţie dublă întreagă. Atunci
a) $A = \{-1\}$; b) $A = \{-2, 1\}$; c) $A = \{\frac{1}{2}, 3\}$; d) $A = \{0\}$; e) $A = \{0, 2, 4\}$; f) $A = \varnothing$.

1.317B Fie $A = C_{10}^1 + 2\,C_{10}^2 + 3\,C_{10}^3 + \cdots + 10\,C_{10}^{10}$. Atunci
a) A este număr prim; b) $4800 < A < 5000$; c) $3 \mid A$; d) $7 \mid A$;
e) $A \in (5000, 5200)$; f) $A = 1000$.

1.318B Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = C_{8x}^{x^2+12}$, unde D este domeniul maxim de definiţie. Dacă $A = \max_{x \in D} f(x)$, atunci
a) $A \in (35000, 36000)$; b) $A \in (30000, 35000)$; c) $A \in (9000, 10000)$;
d) A este număr prim; e) $25 \mid A$; f) $A = \varnothing$.

1.319B Să se determine mulţimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $x^4 + 2x^3 + ax^2 + 2x + 1 = 0$ are toate soluţiile reale.
a) $[3, \infty)$; b) $[0, 3]$; c) $[-1, 0]$; d) $(-\infty, -6]$; e) $\varnothing$; f) $\mathbb{R}$.

1.320B Dacă $|z - 1| = 2$ şi $|\mathrm{Im}\,(z)| \geq 2$, atunci
a) $z = 1 \pm 2\mathrm{i}$; b) $z \in \{\pm 2\mathrm{i}\}$; c) $z = 1 - 2\mathrm{i}$; d) $z = 1 + 2\mathrm{i}$; e) $z \in \{1 + 2\mathrm{i}, 1 + \mathrm{i}\}$; f) $z \in \{1 - 2\mathrm{i}, 1 - \mathrm{i}\}$.

1.321B Fie numerele complexe $a = \frac{1+\mathrm{i}}{\sqrt{2}}$ şi $b = \frac{\sqrt{3}+\mathrm{i}}{2}$. Partea reală a numărului complex $z = \frac{a-b}{1+ab}$ este
a) $1/\sqrt{2}$; b) $1/\sqrt{6}$; c) 1; d) $\sqrt{2}$; e) $\sqrt{3}$; f) 0.

1.322B Să se afle z^{4k+1}, $k \in \mathbb{N}$, dacă $z = 1 + \mathrm{i}$.
a) $2^{2k}\mathrm{i}$; b) $(-2)^k\mathrm{i}$; c) $(-4)^k z$; d) $4^k z$; e) $(-2)^k z$; f) $4^{k+1} z$.

1.323B Numărul complex $z = \mathrm{i}^1 \cdot \mathrm{i}^3 \cdot \mathrm{i}^5 \cdot \ldots \cdot \mathrm{i}^{99}$ este
a) $z = 1$; b) $z = -1$; c) $z = -\mathrm{i}$; d) $z = \mathrm{i}$; e) $z = 0$; f) $z = 1 + \mathrm{i}$.

1.324B Fie $z = \frac{8+6\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}$. Să se calculeze $|z|$.
a) 4; b) 2; c) 1; d) $\frac{5}{7}$; e) 3; f) $\frac{11}{7}$.

1.325B Se consideră funcţia $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definită de $f(z) = \frac{m+1}{2} z - \frac{m-1}{2} \bar{z}$, $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Să se determine funcţia $f^5 = f \circ f \circ f \circ f \circ f$, unde prin $\circ$ se notează operaţia de compunere a funcţiilor.
a) $(m^5 + 1)z + (m^5 - 1)\bar{z}$; b) $(m+1)z^5$; c) $\frac{m^5+1}{2} z - \frac{m^5-1}{2} \bar{z}$; d) $\frac{1}{2}[z^5 - (\bar{z})^5]$;
e) $\frac{m+1}{2} z^5 - \frac{m-1}{2} (\bar{z})^5$; f) $(m+1)z^5 - (m-1)(\bar{z})^5$.

1.326B Pentru ce valori ale lui $n \in \mathbb{N}$, numărul $(\sqrt{3} - \mathrm{i})^n$ este real ?
a) $n = 0$; b) nu există; c) $n = 6$; d) $n = 6k, k \in \mathbb{N}$; e) $n = 4k, k \in \mathbb{N}$; f) $n = 4$.

1.327B Să se rezolve ecuaţia $C_{3x+4}^{x^2+2x-4} = C_{10}^6$.
a) $x \in \{0, 1\}$; b) $x \in \{1, 4\}$; c) $x \in \{2, 3\}$; d) $x = 2$; e) $x = 3$; f) $x \in \{0, 1, 2, 3\}$.

1.328B Să se determine coeficientul lui x^3 din dezvoltarea $(2 + x + 2x^2)^4$.
a) 104; b) 8; c) 96; d) 110; e) 100; f) 90.

1.329B Suma S a soluţiilor reale ale ecuaţiei $x + x^4 + x^7 + \ldots + x^{34} = 0$ este
a) $S = 0$; b) $S = -1$; c) $S = -2$; d) $S = 1$; e) $S = 2$; f) ecuaţia nu are soluţii reale.

1.330B Să se determine valorile parametrului $\alpha \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $x^4 - \alpha x^3 + \alpha^2 x^2 + \alpha x + 1 = 0$ nu are toate soluţiile reale.
a) $\alpha > 0$; b) $\alpha > 1$; c) $\alpha \in \mathbb{R}$; d) $0 < \alpha < 1$; e) $-1 < \alpha < 1$; f) $0 < \alpha < 3/8$.

1.331B Dacă $A_x^7 + 3A_x^5 = 45A_x^5$, atunci
a) $x = 8$; b) $x = 7$; c) $x = 12$; d) $x \in \{-1, 12\}$; e) $x = 13$; f) $x = 0$.

1.332B Câţi termeni raţionali sunt în dezvoltarea $\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^{20}$?
a) 2; b) 3; c) 8; d) 4; e) 10; f) 6.

1.333B Să se determine numărul natural n astfel încât în dezvoltarea $(5+n)^n$ al zecelea termen să fie cel mai mare.

a) $n=9$; b) $n=10$; c) $n=11$; d) $n=12$; e) $n=13$; f) $n=15$.

1.334B Coeficientul lui x^6 din expresia $\left[\left(1+x^{\frac{1}{3}}\right)\left(1+x^{\frac{1}{4}}\right)\right]^{15}$ este

a) $C_{15}^{12}\cdot C_{15}^{10}$; b) $C_{15}^{15}\cdot C_{15}^{4}$; c) $C_{15}^{15}\cdot C_{15}^{4}+C_{15}^{12}\cdot C_{15}^{8}$; d) $C_{15}^{10}\cdot C_{15}^{8}$; e) $C_{15}^{15}\cdot C_{15}^{4}+C_{15}^{12}\cdot C_{15}^{8}+C_{15}^{9}\cdot C_{15}^{12}$; f) $C_{15}^{9}\cdot C_{15}^{10}$.

1.335B Fie $s_n=\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\dfrac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\dfrac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Atunci

a) $s_n=\frac{1}{4}-\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$; b) $s_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)})$; c) $s_n=\frac{(n+1)}{n(n+1)}$; d) $s_n=\frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$; e) $s_n=\frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$; f) formulele precedente sunt toate false.

1.336B Fie $A=C_n^1+2C_n^2+\ldots+nC_n^n, n\in\mathbb{N}^*$. Atunci A este

a) $n\cdot 2^n$; b) $n\cdot 2^{n-1}$; c) n^n; d) 2^n; e) $n\cdot 2^{n+1}$; f) 2^{n+1}.

1.337B Suma $S_n=\sum\limits_{k=1}^{2n}(-1)^k k^2$ are valoarea

a) $n(2n+1)$; b) $4n-2$; c) $2n^2+2$; d) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; e) n^3; f) $(n+1)2^{n-1}$.

1.338B Care este termenul dezvoltării $\left(x+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{72}$ care nu-l conţine pe x ?

a) T_{36}; b) T_{55}; c) T_{43}; d) T_{21}; e) T_{47}; f) T_{39}.

1.339B Aflaţi parametrii reali x şi y astfel încât ecuaţia $t^4-2xt^2+y^2=0$, cu necunoscuta t, să admită soluţii reale în progresie aritmetică.

a) $x>0$, $3x=5|y|$; b) $2x=y$; c) $x=y$; d) $x+y=0$; e) $x>0$, $3x=y$; f) $x<0$, $x=5y$.

1.340B Fie $\varphi\in\mathbb{R}$; câte soluţii reale distincte are ecuaţia $x^3-3x-\sin\varphi=0$?

a) trei; b) una; c) două; d) cel mult una; e) cel mult două; f) patru.

1.341B Ce fel de număr este soluţia reală a ecuaţiei $x^3+5x-1=0$?

a) natural, par; b) natural, impar; c) întreg par; d) întreg impar; e) raţional; f) iraţional.

1.342B Să se determine parametrii reali α,β şi γ astfel încât polinomul $3X^4-16X^3+\alpha X^2+\beta X+\gamma$ să aibă rădăcina $2+\mathrm{i}$ şi să fie divizibil cu $X-1$.

a) 0,1,5; b) 1,0,1; c) 32, −24, 5; d) 2, −3, 5; e) 13, −7, 5; f) 10, −2, 13.

1.343B Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $x^4+2x^3+3x^2+ax+b=0$ să admită soluţia $1+\mathrm{i}$.

a) $a=10,b=20$; b) $a=-1,b=2$; c) $a=12,b=3$; d) $a=-10,b=18$; e) $a=2,b=14$; f) $a=b=2$.

1.344B Ştiind că polinomul $aX^4+bX^3+cX^2+(a-1)X-1$ se divide cu $(X-1)^3$, să se calculeze suma $S=a+b+c$.

a) $S=4$; b) $S=0$; c) $S=1$; d) $S=-1$; e) $S=2$; f) $S=-2$.

1.345B Fie n numărul valorilor complexe distincte pe care le ia funcţia polinomială $P(x)=x^6+2x^5+5x^4+4x^3+6x^2+5x+7$ dacă x este soluţie a ecuaţiei $x^3+x+1=0$. Atunci

a) $n=0$; b) $n=1$; c) $n=2$; d) $n=3$; e) $n=4$; f) $n=5$.

1.346B Ecuaţia $2x^5+3x^4+5x^3+3x^2+6x+4=0$ are soluţiile x_1, x_2, x_3, x_4, x_5. Determinaţi numărul $\dfrac{1}{1+x_1}\cdot\dfrac{1}{1+x_2}\cdot\dfrac{1}{1+x_3}\cdot\dfrac{1}{1+x_4}\cdot\dfrac{1}{1+x_5}$.

a) $-\frac{2}{3}$; b) 1; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{3}{2}$; e) $-\frac{3}{2}$; f) -1.

1.347A Să se determine toate valorile reale ale lui m astfel încât numărul complex $(1-m)\mathrm{i}^3-2(1+m)\mathrm{i}^2+3m\mathrm{i}+1$ să fie real.

a) $m=\frac{1}{2}$; b) $m=4$; c) $m=2$; d) $m=-\frac{1}{3}$; e) $m=3$; f) $m=\frac{1}{4}$.

1.348C Fie $z,z'\in\mathbb{C}$ astfel încât $|z|=|z'|=1$, $zz'+1\neq 0$ şi $w=\dfrac{z+z'}{1+zz'}$. Avem

a) $w\in\mathbb{R}$; b) $w\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$; c) $\mathrm{Re}\,w=0$; d) $\mathrm{Re}\,w=\mathrm{Im}\,w$; e) $|w|=1$; f) $\mathrm{Im}\,w=1$.

1.349C Să se determine $z\in\mathbb{C}$ dacă $\bar{z}+|z|\neq 0$ şi $w=\dfrac{z+|z|}{\bar{z}+|z|}$ este real.

a) $z=1$; b) $z=x>0$; c) $z=x\in\mathbb{R}$; d) $z\neq 0$; e) nu există; f) $z=\mathrm{i}x, x\in\mathbb{R}^*$.

1.350C Să se calculeze suma $1+2\mathrm{i}+3\mathrm{i}^2+\ldots+n\mathrm{i}^{n-1}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

a) $(n+1)\mathrm{i}^n$; b) $\frac{1}{2}[\mathrm{i}-(n+1)\mathrm{i}^{n+1}-n\mathrm{i}^n]$; c) $(-1)^n(n+1)$; d) $\frac{1}{2}(\mathrm{i}-n\mathrm{i}^n)$; e) $(n+1)\mathrm{i}^{n+1}$; f) alt răspuns.

1.351C Să se calculeze suma $S = 1-(1-\mathrm{i})+(1-\mathrm{i})^2-(1-\mathrm{i})^3+(1-\mathrm{i})^4-(1-\mathrm{i})^5$.
a) $1-2\mathrm{i}$; b) $1+2\mathrm{i}$; c) $2+\mathrm{i}$; d) $2-3\mathrm{i}$; e) $2+3\mathrm{i}$; f) $2-\mathrm{i}$.

1.352C Se consideră suma $S = \frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \cdots + \frac{C_n^n}{n+1}$. Avem
a) $S = 2^{n+1}$; b) $S = \frac{2^n-1}{n}$; c) $S = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$; d) $S = \frac{2^n-1}{n+1}$; e) $S = \frac{2^{n+1}-1}{n}$;
f) $n \cdot 2^{n+1}$.

1.353C Câte numere de cinci cifre în care să nu se repete nici una dintre cifre, se pot forma cu cifrele $0, 2, 3, 5, 6$?
a) 16; b) 24; c) 64; d) 96; e) 12; f) 120.

1.354C Termenul dezvoltării $\left(1 + x + \frac{1}{x}\right)^5$ care nu-l conţine pe x este egal cu
a) 1; b) 5; c) 51; d) 55; e) 115; f) 205.

1.355C Fie $n \in \mathbb{N}$ şi fie $S = C_n^0 + C_n^4 + C_n^8 + \ldots$. Atunci
a) $S = \frac{1}{2}(2^n + 2^{\frac{n}{2}} \cos\frac{n\pi}{4})$; b) $S = \frac{1}{2}(2^{n-1} + 2^{\frac{n}{2}} \sin\frac{n\pi}{4})$;
c) $S = \frac{1}{2}(2^{n-1} - 2^{\frac{n}{2}} \cos\frac{n\pi}{4})$; d) $S = \frac{1}{2}(2^{n-1} - 2^{\frac{n}{2}} \sin\frac{n\pi}{4})$;
e) $S = \frac{1}{2}(2^{n-1} + 2^{\frac{n}{2}} \cos\frac{n\pi}{4})$; f) $S = \frac{1}{2}(2^n + 2^{\frac{n}{2}} \sin\frac{n\pi}{4})$.

1.356C O urnă are 10 bile albe şi 40 de bile negre, toate numerotate diferit. În câte moduri diferite se pot extrage trei bile, astfel încât cel mult una din bile să fie albă ?
a) 1390; b) 17680; c) 1494; d) 442; e) 195; f) 221.

1.357C Cel mai mare divizor al tuturor numerelor $7^{4n+1} - 7$, $(\forall)\, n \in \mathbb{N}$, este
a) 5; b) 70; c) 35; d) $7^5 - 7$; e) 420; f) 30.

1.358C Fie S suma coeficienţilor polinomului $\left(\sqrt{2}X - \sqrt{3}\right)^{10}$. Atunci
a) $S = \sqrt{2}^{10}$; b) $S = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{10}$; c) $S = \sqrt{2}^{10} \cdot \sqrt{3}^{10}$; d) $S = 1$; e) $S = 0$;
f) $S = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{10}$.

1.359C Suma $S_n = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \ldots + (C_n^n)^2$ este dată de
a) $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3!}$; b) $S_n = C_{2n}^n$; c) $S_n = \frac{n(n-1)}{2}$; d) $S_n = n^2$;
e) $S_n = n^2 + 1$; f) $S_n = n^2 - 1$.

1.360C Numărul termenilor raţionali din dezvoltarea $\left(\sqrt{3} + \sqrt[4]{5}\right)^{200}$ este
a) 50; b) 52; c) 51; d) 100; e) 4; f) o infinitate.

1.361C Determinaţi mulţimea valorilor parametrului $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ pentru care ecuaţia $(a-2)x^4 - 2(a+1)x^3 - ax^2 + 2(a+1)x + (a-2) = 0$ are toate soluţiile reale.

a) $\left[\frac{7}{8}, +\infty\right) \setminus \{2\}$; b) $\left(\frac{7}{4}, +\infty\right) \setminus \{2\}$; c) $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right) \setminus \{2\}$; d) $\varnothing$; e) $\left(-\frac{3}{8}, 5\right) \setminus \{2\}$;
f) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

1.362C Să se determine o condiţie necesară şi suficientă ca rădăcinile polinomului $X^3 + aX^2 + bX + 2$, $(a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ să fie în progresie geometrică.
a) $a = 1, b = 2$; b) $b = a\sqrt[3]{2}$; c) nu există; d) $b = a\sqrt{2}$; e) $b = 2a$; f) $a = 2, b = 1$.

1.363C Care din următoarele propoziţii este adevărată ?
a) polinomul $X^3 - 2$ este reductibil peste $\mathbb{Q}$; b) un polinom $f \in \mathbb{R}[X]$ este ireductibil peste $\mathbb{R}$ dacă şi numai dacă f nu are rădăcini reale; c) polinomul $X^4 + X^2 + 1$ este reductibil peste $\mathbb{R}$; d) polinomul $X^4 + 1$ este ireductibil peste $\mathbb{R}$; e) dacă un polinom $g \in \mathbb{R}[X]$ este reductibil peste $\mathbb{R}$ atunci el are cel puţin o rădăcină reală; f) suma a două polinoame ireductibile peste $\mathbb{R}$ este polinom ireductibil peste $\mathbb{R}$.

1.364C Câte polinoame $p(X)$ de grad 3 cu coeficienţi întregi satisfac condiţiile $p(7) = 5$ si $p(15) = 9$?
a) o infinitate; b) trei; c) unul; d) nici unul; e) patru; f) zece.

1.365C Rezolvaţi ecuaţia $6x^4 + x^3 + 52x^2 + 9x - 18 = 0$ ştiind că admite soluţia $3\mathrm{i}$.
a) $\left\{3\mathrm{i}, -3\mathrm{i}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}$; b) $\left\{3\mathrm{i}, -3\mathrm{i}, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right\}$; c) $\{3\mathrm{i}, -3\mathrm{i}\}$; d) $\left\{3\mathrm{i}, -3\mathrm{i}, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right\}$;
e) $\left\{3\mathrm{i}, -3\mathrm{i}, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}$; f) $\left\{3\mathrm{i}, -3\mathrm{i}, 1, -\frac{2}{3}\right\}$.

1.366C Soluţiile ecuaţiei $z^3 - (4+\mathrm{i})z^2 + mz - 7\mathrm{i} + 4 = 0, m \in \mathbb{C}$ sunt $z_1 = \mathrm{i}$, $z_2, z_3 \in \mathbb{C}$; fie $a = m + z_2 + z_3^2$. Atunci
a) $a = 8 + 10\mathrm{i}$; b) $a \in \{8 + 10\mathrm{i}, 7 + 10\mathrm{i}\}$; c) $a \in \{11 + 6\mathrm{i}, 13 - 2\mathrm{i}\}$; d) $a = 13 - 2\mathrm{i}$;
e) $a \in \{13 - 2\mathrm{i}, 7 + 10\mathrm{i}\}$; f) $a = 7 + 10\mathrm{i}$.

1.367C Ecuaţia $x^{100} + x^{99} + \ldots + x^2 + x + 1 = 0$ are 100 de soluţii complexe notate $x_k (1 \leq k \leq 100)$. Să se calculeze suma: $S = \sum_{k=1}^{100} x_k^{103}$
a) $S = 1$; b) $S = 0$; c) $S = -1$; d) $S = i$; e) $S = -i$; f) $S = 1 + i$.

1.4 Matrice. Determinanţi. Sisteme liniare

1.368A Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ x & -1 & x \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$, $m, x \in \mathbb{R}$. Aflaţi mulţimea M a tuturor valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care A este inversabilă oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

a) $M=\varnothing$; b) $M=(0,\infty)$; c) $M=(2,\infty)$; d) $M=(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$;
e) $M=(-1,1)$; f) $M=(-\infty,\frac{1}{2})\cup(2,\infty)$.

1.369A Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x+y+mz=1 \\ x-y+m^2z=m \\ 2x+(m+1)z=m^2 \end{cases}$ şi fie M mulţimea acelor $m\in\mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil, iar $S=\sum_{m\in M} m$. Atunci

a) $M=\varnothing$; b) $S=\frac{1}{2}$; c) $S=-1$; d) $S=\frac{3}{2}$; e) $S=0$; f) $S=-\frac{1}{3}$.

1.370A Fie $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Fie ecuaţia matricială $A\cdot X\cdot B=C$. Dacă S este suma elementelor matricei X, atunci

a) $S=-21$; b) $S=-20$; c) $S=21$; d) $S=0$; e) $S=-15$; f) $S=15$.

1.371A Fie $\varepsilon=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ şi $A=\begin{pmatrix} 1 & \varepsilon \\ \varepsilon^2 & 1 \end{pmatrix}$. Calculaţi $A+A^2+A^3+\ldots+A^{n-1}$.

a) 2^nA; b) $(2^n-1)A$; c) $(n-1)A$; d) $(2^{n-1}-1)A$; e) n^2A; f) $n(n+1)A$.

1.372A Matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ satisface $A^3=mA^2+nA$ pentru

a) $n=2,m=2$; b) $n=1,m=3$; c) $n=-2,m=1$; d) $n=-4,m=5$;
e) $n=-1,m=-2$; f) $n=2,m=-1$.

1.373A Matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a & 2 \\ 1 & 1 & 1 & b \end{pmatrix}$ are rangul doi pentru

a) $a=1,b=1$; b) $a=1,b=5$; c) $a=2,b=2$;
d) $a=1,b=2$; e) $a=0,b=1$; f) $a=0,b=-1$.

1.374A Matricea $\begin{pmatrix} 2 & x & 1 \\ x & -1 & 1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ este inversabilă pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă

a) $3-2\sqrt{3}<m<3+2\sqrt{3}$; b) $m>3+2\sqrt{3}$; c) $m<3-2\sqrt{3}$; d) $3-2\sqrt{3}<m$;
e) $m<3+2\sqrt{3}$; f) $3-2\sqrt{3}\le m\le 3+2\sqrt{3}$.

1.375A Fie $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Determinaţi a şi b astfel încât $AB=BA$.

a) $a=2,b=0$; b) $a=-1,b=3$; c) $a=2,b\in\mathbb{R}$; d) $a=-2,b=0$;
e) $a=8,b=2$; f) $a=1,b=1$.

1.376A Să se rezolve ecuaţia matriceală $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}X=X\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} m & m \\ m & m \end{pmatrix}, m\in\mathbb{R}$; d) $\begin{pmatrix} 3m & m \\ m & 3m \end{pmatrix}, m\in\mathbb{R}$;
e) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} -m & -m \\ m & m \end{pmatrix}, m\in\mathbb{R}$.

1.377A Să se găsească toate matricele de forma $A=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ pentru care $A^2-3A=-2I$, unde I este matricea unitate, iar $x,y\in\mathbb{R}$

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 3/2 & 1/2 \\ -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3/2 & 1/2 \\ -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1.378A Să se rezolve ecuaţia $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ m^2 & -m & x \end{vmatrix}=0$, unde $m\in\mathbb{R}$.

a) $x\in\{1\}$; b) $x\in\{1,2,3\}$; c) $x\in\{1,-m,m-1\}$; d) $x\in\{2,-m,m-1\}$;
e) $x\in\{1,2,3\}$; f) $x\in\{-2,2,3\}$.

1.379A Fie x_1,x_2,x_3 soluţiile ecuaţiei $x^3-3x^2+x+1=0$. Calculaţi

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{x_1} & \frac{1}{x_2} & \frac{1}{x_3} \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ \frac{1}{x_2} & \frac{1}{x_3} & \frac{1}{x_1} \end{vmatrix}.$$

a) 4; b) -6; c) -4; d) 3; e) 6; f) -3.

1.380A Calculaţi $\det f(A)$, unde $f(x)=2x^3+3x$ şi $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) 140; b) 110; c) 11; d) 120; e) 100; f) 40.

1.381A Fie $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 7 & 5 & 11 \\ 5 & 1 & 7 \\ 10 & 8 & 15 \end{pmatrix}$ şi $X=\begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix}$.
Să se determine $x,y,z\in\mathbb{R}$ astfel încât X să verifice relaţia $AXA=B$

a) $x=-1,y=-3,z=-2$; b) $x=1,y=2,z=3$; c) $x=1,y=3,z=2$;
d) $x=1,y=4,z=6$; e) $x=1,y=-3,z=5$; f) $x=1,y=3,z=5$.

1.382A Determinaţi valorile parametrilor reali a,b,c astfel încât sistemul

$$\begin{cases} 2x-3y+4z-5t=1 \\ x+9y+az+t=-3 \\ 5x-6y+10z-bt=c \end{cases}$$

să fie compatibil.

a) $a\neq 2, b, c\in\mathbb{R}$; b) $a=2, b=1, c=3$; c) $a\neq 2, b, c\in\mathbb{R}$ sau $b\neq 12, a, c\in\mathbb{R}$;
d) $a\neq 2, b, c\in\mathbb{R}$ sau $b\neq 12, a, c\in\mathbb{R}$ sau $a=2, b=12, c=2$;
e) $a=2, b=1, c=-3$; f) $a=2, b=-1, c=3$.

1.383A Aflaţi numărul de soluţii reale ale sistemului $\begin{cases} 2x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+2y^2+z^2=4 \\ x^2+y^2+2z^2=6. \end{cases}$

a) 1; b) 0; c) 2; d) 4; e) 8; f) 16.

1.384A Aflaţi numărul de soluţii reale ale sistemului $\begin{cases} 2xy+yz+zx=1 \\ xy+2yz+zx=2 \\ xy+yz+2zx=3. \end{cases}$

a) 1; b) 0; c) 2; d) 4; e) 8; f) 16.

1.385A Fie sistemul $\begin{cases} ax+by+cz=a \\ cx+ay+bz=b \\ bx+cy+az=c \end{cases}$, unde a, b, c sunt numere reale, distincte două câte două. Sistemul are soluţie unică dacă şi numai dacă

a) $a+b+c\neq 0$; b) $a^2+b^2+c^2=1$; c) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=1$;
d) $a=b+1=c+2$; e) $a=b-1=c-2$; f) $a^2+b^2+c^2\neq 1$.

1.386A Calculaţi determinantul $\begin{vmatrix} 14587 & 14597 \\ 29243 & 29253 \end{vmatrix}$.

a) 6560; b) -136560; c) -145560; d) -146560; e) -146660; f) -147560.

1.387A Determinaţi $x, y\in\mathbb{R}$ astfel încât $\begin{vmatrix} x+y & xy & 0 \\ 1 & x+y & xy \\ 0 & 1 & x+y \end{vmatrix}=0$.

a) $x=-y=m, m\in\mathbb{R}$; b) $x=y=1$; c) $x=y=m, m\in\mathbb{R}$; d) $x=1, y=2$;
e) $x=3, y=-4$; f) $x=3, y=4$.

1.388A Calculaţi $\begin{vmatrix} 1+x_1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x_3 \end{vmatrix}$, unde x_1, x_2, x_3 sunt soluţiile ecuaţiei $x^3-6x+5=0$.

a) -30; b) 18; c) 0; d) -11; e) 30; f) $1+3\sqrt{21}$.

1.389A Rezolvaţi ecuaţia $\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 2 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix}=0$.

a) $x\in\{1, \frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{5}\}$; b) $x\in\{1, \frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{3}\}$; c) $x\in\{1, \frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{7}\}$;
d) $x=1$; e) $x\in\{1,2\}$; f) $x\in\{1, 10, 100\}$.

1.390A Fie A o matrice pătrată cu proprietatea $A^3=0$. Atunci $(I-A)^{-1}$ este

a) I; b) $I+A$; c) $I+A+A^2$; d) $-I$; e) $I-A$; f) $I-A+A^2$.

1.391A Inversa matricei $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ este

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -4 & -5 & 6 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 1 & -5 & -1 \\ -1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -1 & -5 & 3 \\ -1 & -6 & 4 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

1.392A Oricare ar fi matricele pătrate A, B, calculând $(A+B)^3$ obţinem

a) A^3+B^3; b) $A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$; c) $A+B$; d) $A^3+2A^2B+ABA+$
$+BAB+2BA^2+B^3$; e) $A^3+A^2B+ABA+AB^2+BA^2+BAB+B^2A+B^3$;
f) $A^3-3A^2B+3AB^2-B^3$.

1.393A Fie $f, g, h, k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ derivabile şi $\Delta(x)=\begin{vmatrix} f(x) & g(x) \\ h(x) & k(x) \end{vmatrix}$. Calculaţi $\Delta'(x)$.

a) $\begin{vmatrix} f'(x) & g'(x) \\ h'(x) & k'(x) \end{vmatrix}$; b) $\begin{vmatrix} f'(x) & g'(x) \\ h(x) & k(x) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} f(x) & g(x) \\ h'(x) & k'(x) \end{vmatrix}$; c) $\begin{vmatrix} f(x) & g'(x) \\ h(x) & k'(x) \end{vmatrix}$;
d) $\begin{vmatrix} f'(x) & g(x) \\ h(x) & k'(x) \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} f(x) & g'(x) \\ h'(x) & k(x) \end{vmatrix}$; e) $\begin{vmatrix} f'(x) & g(x) \\ h(x) & k(x) \end{vmatrix}$; f) $\begin{vmatrix} f(x) & g(x) \\ h(x) & k'(x) \end{vmatrix}$.

1.394A Pentru fiecare număr real x, considerăm matricea $A_x=\begin{pmatrix} x & -x \\ -x & x \end{pmatrix}$. Care dintre relaţiile următoare este falsă ?

a) $A_x+A_y=A_{x+y}$; b) $A_xA_y=A_yA_x$; c) $A_xA_y=A_{2xy}$;
d) $A_xA_{\frac{1}{2}}=A_{\frac{1}{2}}A_x=A_x$; e) $det(A_x)=0$; f) $A_x^2=x.A_x, x\neq 0$.

1.395A Fie $M\in\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ cu elementele $a_{ij}=\max\{i,j\}$ pentru $i, j=\overline{1,n}$ şi $\Delta=\det M$. Atunci

a) $\Delta=n!$; b) $\Delta=0$; c) $\Delta=\frac{n(n+1)}{2}$; d) $\Delta=(-1)^{n+1}$; e) $\Delta=(-1)^{n+1}n$;
f) $\Delta=(-1)^{n+1}n!$.

1.396A Fiind date matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$, se cere să se determine x şi y astfel încât $AB=BA$.

a) $x=-1,\ y=1$; b) $x=0,\ y=0$; c) $x=1,\ y=-1$;
d) $x=0,\ y=1$; e) $x=1, y=1$; f) $x=1,\ y=0$.

1.397A Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$ este

a) x^2-y^2; b) x^2+y^2; c) $-x^3-y^3$; d) $-2(x^3+y^3)$; e) $-2(x^2+y^2)$; f) $-3(x^3+y^3)$.

1.398A Să se determine numărul soluţiilor ecuaţiei $\begin{vmatrix} x^3 & 1 & x \\ 1 & -1 & 1 \\ x & 1 & m \end{vmatrix} = 0$ care sunt independente de m.

a) 2; b) 0; c) 5; d) 1; e) 4; f) 3.

1.399A Se consideră sistemul $(S): \sum_{j=1}^{4} a_{ij}x_j = a^{i-1},\ i=\overline{1,4},\ a\in\mathbb{R}^*$, unde

$$a_{ij}=\begin{cases} a, \text{ dacă } i=j \\ 1, \text{ dacă } i\neq j \end{cases},\quad i,j=\overline{1,4}.$$

Dacă $A=\{a\in\mathbb{R}^* \mid (S) \text{ este compatibil nedeterminat}\}$, atunci
a) $A=\{-3,1\}$; b) $A=\mathbb{R}\setminus\{-3,1\}$; c) $A=\{3\}$; d) $A=\{1\}$; e) $A=\varnothing$;
f) $A=\mathbb{R}$.

1.400A Să se rezolve inecuaţia $\begin{vmatrix} -1 & x & x \\ x & -1 & x \\ x & x & -1 \end{vmatrix} \geq 0$.

a) $x\in(\frac{1}{2},\infty)$; b) $x\in[\frac{1}{2},\infty)$; c) $x\in\{-1\}\cup[\frac{1}{2},\infty)$; d) $x\in[-1,\infty)$;
e) $x\in\{-1\}\cup(\frac{1}{2},\infty)$; f) $x\in\mathbb{R}$.

1.401A Suma S a soluţiilor distincte ale ecuaţiei $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & x^2 & x^3 \\ x^2 & x^4 & x^6 \end{vmatrix} = 0$ este

a) $S=-1$; b) $S=1$; c) $S=0$; d) $S=2$; e) $S=-2$; f) $S=$ i.

1.402A Fie $X=\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & x \end{pmatrix}$, $x,y\in\mathbb{R}$ şi $M=2xX-X^2$. Atunci

a) $M=O_2$; b) $M=yI_2$; c) $M=xI_2$; d) $M=x^2I_2$; e) $M=(x+y)I_2$;
f) $M=I_2$.

1.403A Fie $z\neq 1$; $z^3=1$ si $D=\begin{vmatrix} z & -z & 0 \\ 0 & z^2 & -1 \\ 1 & z & z+1 \end{vmatrix}$. Atunci

a) $D=4$; b) $D=3$; c) $D=z$; d) $D=z^2$; e) $D=1$; f) $D=0$.

1.404A Fie determinantul $\Delta=\begin{vmatrix} x & a & a & a & a \\ a & x & a & a & a \\ a & a & x & a & a \\ a & a & a & x & a \\ a & a & a & a & x \end{vmatrix}$. Atunci

a) $\Delta=0$; b) $\Delta=5x+4a$; c) $\Delta=(x+4a)(x-a)^4$; d) $\Delta=(-1)^4(x+1)^4$;
e) $\Delta=(x-4a)(x+a)^4$; f) toate egalităţile anterioare sunt false.

1.405A Dacă ω este o soluţie a ecuaţiei $x^2+x+1=0$, să se calculeze suma $\sum_{k=1}^{3p}\begin{pmatrix} \omega^k & \omega^{2k} & \omega^{3k} \\ \omega^{3k} & \omega^k & \omega^{2k} \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3p \\ 3p & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} \omega & 1 & 3p \\ 3p & \omega & 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 3p & 0 \\ 0 & 1 & 3p \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & \omega & 3p \\ 3p & 1 & \omega \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1.406A Pentru câte valori ale lui $m\in\mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} x-my+z=2 \\ x+y-mz=2 \\ 2x-y+3z=4. \end{cases}$ este compatibil simplu nedeterminat ?

a) o singură valoare; b) două valori; c) trei valori; d) nici o valoare; e) patru valori; f) $m\in\mathbb{R}$.

1.407A Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} x+3y+2z=4 \\ x+y+z=a \\ x+2y+z=2 \\ x-y+2z=-1 \end{cases}$ să aibă soluţie unică.

a) 0; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{3}{4}$; e) 2; f) $a\in\varnothing$.

1.408A Să se determine m real astfel încât sistemul $\begin{cases} mx+y+z=0 \\ x+my+2z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ să aibă numai soluţia nulă (banală).

a) $m=2$; b) $m\in\{-1,2\}$; c) $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$; d) $m=-1$; e) $m\in\mathbb{R}$;
f) $m=0$.

1.409A Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} x+my+z=0 \\ mx+y+z=0 \\ x+y+mz=0 \end{cases}$ să aibă şi soluţii nenule (nebanale).

a) $m \in \{1\}$; b) $m \in \varnothing$; c) $m \in \{-2,1\}$; d) $m \in \{1,2\}$; e) $m \in \{-1,1\}$; f) $m \in \mathbb{R}$.

1.410A Sistemul $\begin{cases} ax+y=a \\ bx-y=-b \end{cases}$ este compatibil nedeterminat dacă şi numai dacă

a) $a=0$; b) $a=b$; c) $a=-b$; d) $ab=0$; e) $a^2+b^2=0$; f) $a^2-b^2=0$.

1.411A Fie A mulţimea valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+2y=2m-2 \\ 2x+my=m \end{cases}$$

are soluţie unică. Pentru $m \in A$, notăm $S_m = x_m + y_m$, unde (x_m, y_m) este soluţia sistemului. Avem

a) $A=\mathbb{R}$, $S_m=1$; b) $A=\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$, $S_m=\frac{3m-2}{m+2}$;
c) $A=(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$, $S_m=\frac{3m}{m+2}$; d) $A=(0,\infty)$, $S_m=\frac{-2}{m+2}$;
e) $A=\{-2,2\}$, $S_m=1+m$; f) $A=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$, $S_m=\frac{3m-2}{m+2}$.

1.412A Aflaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul linar $\begin{cases} 2x+y-z=-1 \\ x+5y+4z=4 \\ x+2y+z=m \end{cases}$ să fie compatibil nedeterminat ?

a) $m=2$; b) $m \in \mathbb{R}$; c) $m \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$; d) $m=1$; e) $m=-2$; f) $m=-1$.

1.413A Următorul sistem matriceal $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ are soluţia

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & -\cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$;
c) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\cos\alpha \\ b\sin\alpha \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b\sin\alpha \\ a\cos\alpha \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\sin\alpha \\ b\cos\alpha \end{pmatrix}$;
f) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

1.414A Se consideră sistemul $\begin{cases} mx+2y-z=2 \\ x+(m+2)y-2z=m+2 \\ x+y+(m-1)z=m+2 \end{cases}$. Determinaţi m astfel încât sistemul să fie compatibil.

a) $m \neq -1$; b) $m \neq 1$; c) $m \in \mathbb{R}$; d) $m \in \{-1,1\}$; e) $m=1$; f) $m=-1$.

1.415B Se consideră sistemul $\begin{cases} x-2y+z-t=0 \\ 2x-y+3z-3t=0 \\ x+y+z+t=0 \\ 2x+(a-1)y+2z+a^5t=0 \end{cases}$ şi fie

$A=\left\{a \in \mathbb{R} \mid \text{sistemul admite şi soluţii diferite de cea banală}\right\}$, iar $S=\sum_{a\in A} a$.

Atunci

a) $S=0$; b) $S=1$; c) $S=-1$; d) $S=\frac{1}{3}$; e) $S=2$; f) $S=\frac{2}{3}$.

1.416B Fie k numărul tripletelor $(a,b,c) \in \mathbb{C}^3$ pentru care rangul matricei

$$\begin{pmatrix} a^3 & 1 & c^2 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & 1 & b^3 \end{pmatrix}$$

este egal cu 1. Atunci

a) $k=0$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=6$; e) $k=9$; f) există o infinitate de triplete.

1.417B Fie sistemul $\begin{cases} x-\alpha y+2z=1 \\ 2x+2y+z=-1 \\ x+y-z=\beta \end{cases}$, $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$. Să se determine suma $\alpha+\beta$ dacă sistemul este compatibil nedeterminat.

a) 0; b) -2; c) -3; d) -1; e) 1; f) 3.

1.418B Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} a & b & c \\ \frac{a}{b} & \frac{b}{c} & \frac{c}{a} \\ a & b & c \\ ab & bc & ca \end{vmatrix}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, este

a) $(a-b)(b-c)(c-a)$; b) $abc(a+b+c)$; c) abc;
d) $(a+b)(b+c)(c+a)$; e) 0; f) $abc(ab+bc+ca)$.

1.419B Să se determine valorile parametrilor reali α şi β pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x-y-4z=6 \\ \alpha x-y+z=2 \\ 2x+\beta y-4z=2\beta \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat.

a) $\alpha=-\frac{1}{2}, \beta=-1$; b) $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta=-1$; c) $\alpha=-1$, $\beta \in \mathbb{R}$; d) $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$;
e) $\alpha=-\frac{1}{2}, \beta=\frac{2}{3}$; f) $\alpha=0, \beta=0$.

1.420B Fie $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Să se determine matricea $A^2+2AB+B^2$.

a) $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 12 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ -11 & 4 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 25 & 8 \\ -10 & 14 \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 25 & 8 \\ -11 & 14 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -10 & 14 \end{pmatrix}$.

1.421B Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$. Atunci

a) $A^n = \begin{pmatrix} 5^n & 3^n \\ (-4)^n & (-2)^n \end{pmatrix}$; b) $A^n = nA$; c) $A^n = 2^n I_2$;
d) $A^n = (2^n - 1)A + (2 - 2^n)I_2$; e) $A^n = 3^{n-1}A + 2^{n-1}I_2$;
f) $A^n = \begin{pmatrix} 5n+3 & 3(n+1) \\ -4(n+1) & -2(n+2) \end{pmatrix}$.

1.422B Pentru matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, să se calculeze A^n, $n \geq 1$.

a) $A^n = A$; b) $A^n = I_3$; c) $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d) $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
e) matricea nulă; f) $A^n = A^2$.

1.423B Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ şi $n \in \mathbb{N}$; să se calculeze urma (suma elementelor de pe diagonala principală) matricei X care satisface ecuaţia $A^n X = B^n$.
a) $n^2 - 1$; b) 0; c) $1 - n^2$; d) n^2; e) $-n^2$; f) $2 + n^2$.

1.424B Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$ este singulară dacă şi numai dacă

a) $a = b = 1$ sau $b = c = 1$ sau $c = a = 1$; b) $a^2 = b^2 = c^2$; c) $a = b = c$;
d) $a = b$ sau $b = c$ sau $c = a$; e) $a = b = c \neq 0$; f) $a = b = c = 0$.

1.425B Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} m & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.
Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care există $a, b, c \in \mathbb{R}$ nu toate nule astfel încât $aA + bB + cC = 0$.
a) $m = 0$;b) $m = 3$; c) $m = -1$; d) $m = \frac{5}{4}$; e) $m = \frac{1}{4}$; f) $m = \frac{1}{2}$.

1.426B Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $B = A^{20}$. Atunci

a) $B = -A$; b) $B = A^2$; c) $B = -A^2$; d) $B = I_4$; e) $B = -I_4$; f) $B = A^3$.

1.427B Calculaţi inversa matricei $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{pmatrix}$, unde $x_1 \geq x_2 \geq x_3$ sunt soluţiile ecuaţiei $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$.

a) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; c) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$;
d) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; e) $\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; f) nu există.

1.428B Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu elementele $a_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{i+1}, & 1 \leq j \leq i \leq 3 \\ 0, & 1 \leq i < j \leq 3. \end{cases}$
Determinantul lui A are valoarea
a) $\frac{1}{24}$; b) 1; c) 2; d) $\frac{1}{12}$; e) $\frac{1}{6}$; f) $\frac{1}{3}$.

1.429B Să se determine valorile lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul

$$\begin{cases} (1+a)x + y + z &= 1 \\ x + (1+a)y + z &= a \\ x + y + (1+a)z &= a^2 \end{cases}$$

este incompatibil.
a) $a = -3, a = 0$; b) $a = -1, a = 0$; c) $a = 0, a = 3$; d) $a = -3, a = 1$;
e) $a = 0$; f) $a \in \mathbb{R}$.

1.430B Se consideră sistemul de ecuaţii cu coeficienţi în Z_7:

$$\begin{cases} mx + y + z = \hat{1} \\ \hat{2}x + \hat{3}y + mz = m \\ x + my + z = m^2 \end{cases}$$

Dacă $A = \{m \in \mathbb{Z}_7 \mid$ sistemul este incompatibil $\}$, atunci
a) $A = \{\hat{2}, \hat{3}\}$; b) $A = \varnothing$; c) $A = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$; d) $A = \{1, 3\}$;
e) $A = \{\hat{0}, \hat{2}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}\}$; f) $A = \{\hat{1}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

1.431B Calculaţi expresia $E = \dfrac{x^2 + y^2 + 2z^2 + 2t^2}{2x^2 + 2y^2 + z^2 + t^2}$, unde (x, y, z, t) reprezintă o soluţie nenulă, arbitrară a sistemului omogen $\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + 2y + 3z + 4t = 0 \\ x + 4y + 9z + 16t = 0. \end{cases}$
a) $E = 0$; b) $E = 1$; c) $E = 2$; d) $E = 3$; e) $E = 15/12$; f) $E = 27/31$.

1.432B Fie sistemul $\begin{cases} ax + a^2y + z = 1 \\ a^2x + ay + a^2z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$, pentru $a \in \mathbb{R}$. Decideţi:
a) dacă $a \in \{0, 1\}$ sistemul este compatibil nedeterminat; b) dacă $a \neq 0$ sistemul este compatibil determinat; c) dacă $a \neq 0$ sistemul este compatibil

nedeterminat; d) dacă $a = 0$ sistemul este compatibil simplu nedeterminat; e) sistemul are soluţie unică pentru orice $a \in \mathbb{R}$; f) dacă $a \neq 1$ sistemul este de tip Cramer.

1.433B Sistemul liniar $\begin{cases} x + z = a \\ x + (a^2 - 1)y + z = a \end{cases}$ unde $a \in \mathbb{R}$, este compatibil dublu nedeterminat pentru

a) $a = 1$; b) $a = 0$; c) $a \in \varnothing$; d) $a = -1$; e) $a \in \{0, \pm 1\}$; f) $a \in \{\pm 1\}$.

1.434B Fiind dat sistemul liniar $\begin{cases} x + y + \alpha z = -\alpha \\ x + \alpha y + z = \alpha + 1 \\ \alpha x + y + z = \alpha + 1 \end{cases}$, unde α este un parametru real, determinaţi α astfel încât sistemul să admită soluţie unică.

a) $\alpha \in \{-2, 1\}$; b) $\alpha = -2$; c) $\alpha = 1$; d) $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$; e) $\alpha \neq -2$; f) $\alpha \neq 1$.

1.435C Să se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \\ 5x + 4y = m \end{cases}$ să fie compatibil.

a) -28; b) 34; c) 14; d) -17; e) 23; f) -31.

1.436C Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ şi $C = BAB^{-1}$. Să se determine matricea C^{20}.

a) $\begin{pmatrix} 3^{20} & 2^{20} - 3^{20} \\ 0 & 2^{20} \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 2^{20} & 0 \\ 0 & 3^{20} \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 2^{20} & 0 \\ 3^{20} - 2^{20} & 3^{20} \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 0 & 2^{20} \\ 3^{20} & 0 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

1.437C Fie matricea $A \in M_2(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$. Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$, $n \leq 15$, astfel încât $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) $n = 2$; b) $n = 4$; c) $n = 6$; d) $n = 8$; e) $n = 10$; f) $n = 7$.

1.438C Fie A matricea de ordinul n, $(n \geq 2)$, cu toate elementele egale cu 1. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ dacă $I_n + aA$ este inversabilă.

a) $a = 0$; b) $a \neq -\frac{1}{n}$; c) $a = -\frac{1}{n}$; d) $a \in \{0, 1\}$; e) nu există; f) $a \in \mathbb{R}$.

1.439C Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ şi fie S_n suma elementelor de pe diagonala matricei A^n, $n \in \mathbb{N}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $S_n = 2^n(1 - 2\sin\frac{n\pi}{3})$; b) $S_n = 2^n(1 + 2\sin\frac{n\pi}{3})$; c) $S_n = 2^n(\sqrt{3^n} + (-\sqrt{3})^n)$;
d) $S_n = 2^n(1 - 2\cos\frac{n\pi}{3})$; e) $S_n = 2^n(1 + 2\cos\frac{n\pi}{3})$; f) $S_n = 0$.

1.440C Fie $x_1, x_2, ..., x_n; y_1, y_2, ..., y_n$ numere reale şi matricele $A = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ şi $B = (y_1, y_2, ..., y_n)$. Care din următoarele relaţii este incorectă ?

a) $\operatorname{rang}(AB) \leq 1$; b) $\operatorname{rang}(BA) \leq 1$; c) $\det(AB) = 0$;
d) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$; e) $(AB)^2 = (BA) \cdot (AB)$;
f) $(AB)^2 = (AB) \cdot (BA)$.

1.441C Fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $A \neq O_n$, astfel încât $\det A = 0$. Atunci

a) $(\exists) B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $B \neq O_n$ astfel încât $AB = O_n$; b) $(\exists) A^{-1}$;
c) $AB = O_n \Rightarrow B = O_n$; d) $(\exists) B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ a.î. $AB = O_n$ şi $\det B \neq 0$;
e) $\det {}^tA \neq 0$; f) $\det({}^tAA) \neq 0$.

1.442C Fie D un determinant nenul de ordin 3 ale cărui elemente sunt 1 sau -1. Atunci

a) $D = 1$; b) $D = -1$; c) $|D| = 1$; d) $|D| = 2$; e) $|D| = 4$; f) $D = 2$.

1.443C Calculaţi determinantul $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ ştiind că x_1, x_2, x_3 sunt soluţiile ecuaţiei $x^3 - 2x^2 + 2x + 17 = 0$.

a) 2; b) -2; c) 4; d) -4; e) 1; f) -1.

1.444C Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \varepsilon^2 & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde ε este o rădăcină cubică complexă a unităţii şi S suma modulelor elementelor matricei X pentru care $AX = B$. Atunci

a) $S = 16$; b) $S = 3$; c) $S = 4$; d) $S = 2 + \sqrt{3}$; e) $S = 1 + \sqrt{3}$; f) $S = 9$.

1.445C Fie A o matrice nesingulară de ordinul n cu determinantul $\Delta = \det A > 0$. Găsiţi $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(\lambda A) = 1$.

a) $\lambda = \frac{1}{\sqrt[n]{\Delta}}$; b) $\lambda = \Delta$; c) $\lambda = 1$; d) $\lambda = -\Delta$; e) $\lambda = \sqrt[n]{\Delta}$; f) $\lambda = 2$.

1.446C Fie ecuaţia $x^3 + px + q = 0$, având soluţiile x_1, x_2, x_3 şi determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{vmatrix}.$$

Atunci valoarea lui Δ^2 este

a) p^3+q^3; b) 0; c) $-p^2+2q^3$; d) $4p^3+27q^2$; e) $27q^2$; f) $-4p^3-27q^2$.

1.447C Fie A şi B două matrice pătrate de acelaşi ordin, cu elemente reale, având proprietatea că suma numerelor de pe diagonala principală (urma matricei) este zero. Considerăm matricele $C_1 = A\cdot B, C_2 = B\cdot A, C_3 = A\cdot B - B\cdot A$. Care dintre aceste matrice are/au aceeaşi proprietate ?

a) toate trei; b) C_1 şi C_2; c) numai C_3; d) numai C_1; e) numai C_2; f) nici una.

1.448C Pentru ce valori ale lui $\lambda \in \mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ x + y + \lambda z = 0 \end{cases}$ admite o infinitate de soluţii ?

a) $\lambda \in \mathbb{R}$; b) $\lambda = -2$ sau $\lambda = 0$; c) $\lambda = 1$ sau $\lambda = 0$;
d) $\lambda = -2$ sau $\lambda = 2$; e) $\lambda = -2$ sau $\lambda = 1$; f) $\lambda < 0$.

1.449C Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ şi fie sistemul $\begin{cases} x + y + z = c \\ ax + by + (a+b)z = 0 \\ a^2x + b^2y + (a+b)^2z = 0. \end{cases}$
Care afirmaţie este adevărată ?

a) Dacă $a = b$, atunci sistemul este compatibil pentru orice $c \in \mathbb{R}$.
b) Dacă $a = 0$ şi $b \neq 0$, atunci sistemul este compatibil pentru orice $c \in \mathbb{R}$.
c) Dacă $a \neq b$, atunci sistemul este compatibil determinat, pentru orice $c \in \mathbb{R}$.
d) Dacă $c \neq 0$, atunci sistemul este incompatibil pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$.
e) Dacă $a \neq 0$ şi $b \neq 0$, atunci sistemul este incompatibil pentru orice $c \in \mathbb{R}$.
f) Dacă $a + b \neq 0$, atunci sistemul este compatibil determinat $(\forall)\, c \in \mathbb{R}$.

1.450C Sistemul $\begin{cases} ax + (3a+4)y + 2(a+1)z = 0 \\ ax + (4a+2)y + (a+4)z = 0 \\ 2x + (3a+4)y + 3az = 0 \end{cases}$ este compatibil dublu nedeterminat dacă şi numai dacă

a) $a = 0$; b) $a = -1$; c) $a \in \{-1, 0\}$; d) $a \in \{-1, 2\}$; e) $a = 2$; f) $a \in \{0, 2\}$.

1.451C Fie n numărul de soluţii ale sistemului $\begin{cases} |x| + |x+y| = 3 \\ 2|x| - 3|x+y| = -4. \end{cases}$ Atunci

a) $n = 0$; b) $n = 2$; c) $n = 3$; d) $n = 4$; e) $n = 5$; f) $n = 6$.

1.452C Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a2^n + b3^n + c4^n = 0$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$. Atunci

a) nu există a, b, c cu această proprietate; b) $a = b = c = 0$; c) $a = 0$ sau $a + b + c = 0$; d) $abc = 0$; e) $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; f) $abc = -1$.

1.453C Fie sistemul liniar omogen $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 9y + z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$. Calculaţi $\dfrac{x+y+z}{x+y-z}$, unde (x, y, z) este o soluţie nenulă (nebanală) a sistemului.

a) $\frac{1}{12}$; b) $-\frac{1}{11}$; c) $\frac{1}{11}$; d) $-\frac{1}{12}$; e) 1; f) $\frac{2}{3}$.

1.5 Structuri algebrice

1.454A Fie $A_x = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ x & 1-x \end{pmatrix}$ şi $G = \{A_x | x \in \mathbb{R}\}$ înzestrată cu înmulţirea matricelor. Atunci

a) $(G, \cdot)$ este grup necomutativ; b) G nu este parte stabilă pentru înmulţirea matricelor; c) $(G, \cdot)$ este monoid, dar nu este grup; d) $(G, \cdot)$ nu are element neutru; e) $(G, \cdot)$ nu are elemente simetrizabile; f) $(G, \cdot)$ este grup comutativ.

1.455A Care dintre mulţimile următoare este parte stabilă pentru legea de compoziţie $x \circ y = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$ definită pe $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

a) $[e, \infty)$; b) $(9, \infty)$; c) $(2, \infty)$; d) $[-2, 0)$; e) $[2, \infty)$; f) $(0, 2)$.

1.456A Fie $G = (2, \infty)$ şi legea de compoziţie $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$, $(\forall) x, y \in G$. Calculaţi $x \circ x \circ x \circ x$.

a) $(x-2)^4 + 2$; b) $(x+2)^4 - 2$; c) $(x-2)^4$; d) $(x+2)^4$; e) $x^4 - 4x^2 + 6$; f) $x^4 + 6$.

1.457A Pe $\mathbb{Z}$ se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$, $(\forall)\, x, y \in \mathbb{Z}$. Suma elementelor inversabile din $\mathbb{Z}$ în raport cu legea $\circ$ este

a) 10; b) ∞; c) -1; d) 0; e) 1; f) 4.

1.458A Fie $G = \{x, y, z, t\}$ şi legea de compoziţie definită prin tabela

$\circ$	x	y	z	t
x	y	a	b	z
y	x	y	z	t
z	c	d	y	x
t	z	e	x	f

$(G, \circ)$ este grup dacă şi numai dacă

a) $a = c = x, d = b = z, e = t, f = y$; b) $a = x, d = z, b = e = c = t, f = y$;
c) $a = e = x, d = z, c = t, b = f = y$; d) $a = d = x, b = c = z, e = t, f = y$;
e) $f = x, e = z, b = a = c = t, d = y$; f) $b = x, e = z, a = c = d = t, f = y$.

1.459A Pe mulţimea $G = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax | a \in \mathbb{R}\}$ se defineşte legea de compoziţie $\star$ prin $(f \star g)(x) = x(f'(x) + g'(x)), x \in \mathbb{R}$. Atunci

a) $(G, \star)$ este grup necomutativ;
b) G nu este parte stabilă pentru legea de compoziţie $\star$;
c) $(G, \star)$ este monoid, dar nu este grup; d) legea $\star$ nu are element neutru;
e) legea $\star$ nu este asociativă; f) $(G, \cdot)$ este grup comutativ.

1.460A Pe mulţimea $G = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx | a, b \in \mathbb{R}\}$ se defineşte legea de compoziţie $\star$ prin $(f \star g)(x) = x(f'(x) + g'(x)), (\forall)\, x \in \mathbb{R}$. Atunci

a) $(G, \star)$ este grup necomutativ;
b) G nu este parte stabilă pentru legea de compoziţie $\star$;
c) $(G, \star)$ este monoid, dar nu este grup; d) legea $\star$ nu are element neutru;
e) legea $\star$ este asociativă; f) $(G, \cdot)$ este grup comutativ.

1.461A Fie G mulţimea funcţiilor $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de două ori derivabile pe $\mathbb{R}$ care verifică relaţia $f'(x) + 2f(x) = 0, (\forall)\, x \in \mathbb{R}$. Pe G se consideră adunarea funcţiilor $h = f + g$ definită prin $h(x) = f(x) + g(x), (\forall)\, x \in \mathbb{R}$. Atunci

a) $(G, +)$ este grup necomutativ; b) G nu este parte stabilă pentru legea de compoziţie + ; c) $(G, +)$ este monoid, dar nu este grup; d) legea + nu are element neutru; e) există în G elemente nesimetrizabile; f) $(G, +)$ este grup comutativ.

1.462A Pe mulţimea $G = \{2, 4, 6, 8\} \subset \mathbb{Z}$ definim legea de compoziţie prin: $x * y =$ ultima cifră a produsului numerelor întregi x şi y. Atunci

a) este grup şi simetricul lui 2 este 2; b) este grup şi simetricul lui 2 este 4;
c) este grup şi simetricul lui 2 este 6; d) este grup şi simetricul lui 2 este 8;
e) nu este grup; f) este grup necomutativ.

1.463A Pe $\mathbb{R}$ definim $x * y = 2\lambda x + \mu y + xy$. Să se determine λ şi μ pentru care această lege de compoziţie este asociativă, comutativă şi 0 este element simetrizabil.

a) $\lambda = 0, \mu = 0$; b) $\lambda = 1/2, \mu = 2$; c) $\lambda = 1/2, \mu = 1$; d) $\lambda = 2/3, \mu = -1$;
e) $\lambda = 1/2, \mu = -1$; f) $\lambda = 2/3, \mu = 1$.

1.464A Să se determine $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel încât legea de compoziţie $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$ să definească pe $G = (2, +\infty)$ o structură de grup.

a) 2; b) 4; c) 6; d) 8; e) 10; f) 12.

1.465A Pe mulţimea $\mathbb{Q}$ se definesc legile de compoziţie $x \circ y = \frac{1}{4}xy - 2x - 2y + 24$ şi $x * y = x + y + 2, (\forall)\, x, y \in \mathbb{Q}$. Dacă e_1 şi e_2 sunt elementele neutre în raport cu cele două legi, calculaţi $e_1 * e_2$.

a) 4; b) -6; c) 16; d) 12; e) 10; f) 5.

1.466A Fie inelul $\mathbb{Z}_6$ şi n numărul de soluţii ale ecuaţiei $\hat{2}x = \hat{0}$ (în $\mathbb{Z}_6$). Atunci

a) $n = 1$; b) $n = 0$; c) $n = 2$; d) $n = 3$; e) $n = 4$;f) $n = 6$

1.467A Operaţia $x \star y = x + ay$ unde $a \in \mathbb{R}$ determină un grup abelian pe $\mathbb{R}$ pentru

a) $a = -1$; b) $a = 0$; c) $a = 1$; d) $(\forall)\, a \in \mathbb{R}$; e) $a = 2$; f) $a \in \varnothing$.

1.468A Pe mulţimea $\mathbb{C}$ definim legea de compoziţie $z \star w = z + w - zw$. Care afirmaţie este corectă ?

a) $(\mathbb{C}, \star)$ este grup abelian; b) orice număr $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ este simetrizabil în raport cu operaţia $\star$; c) $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \star)$ este grup abelian; d) operaţia $\star$ nu are element neutru; e) simetricul elementului $i \in \mathbb{C}$ în raport cu operaţia $\star$ este $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$; f) operaţia $\star$ nu este asociativă.

1.469A Determinaţi pentru ce valori ale parametrului $\lambda \in \mathbb{R}$, intervalul $(2, \infty)$ este o parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea de compoziţie

$$x * y = xy - 2x - 2y + \lambda,\ x, y \in \mathbb{R}.$$

a) $\lambda \in [6, \infty)$; b) $\lambda \in (6, \infty)$; c) $\lambda \in [0, 6]$; d) $\lambda \in (-\infty, 6]$; e) $\lambda = 6$; f) $\lambda \in \mathbb{R}$.

1.470A Să se rezolve ecuaţia $x^2 - x - \hat{1} = \hat{0}$ în $\mathbb{Z}_5$.

a) nu are soluţii; b) $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; c) $x = \hat{1}$; d) $x = \hat{3}$; e) ecuaţia are două soluţii; f) $x = \hat{4}$.

1.471A Pe $\mathbb{R}$ se definesc următoarele legi de compoziţie:

1°	$x * y = \lvert x - y \rvert$;	4°	$x * y = x + y + 1$;
2°	$x * y = xy - 2(x + y)$;	5°	$x * y = \sin(x + y)$;
3°	$x * y = xy - 2x - 3y$;	6°	$x * y = \ln(1 + \lvert xy \rvert)$.

Care dintre acestea este necomutativă?

a) 1°; b) 2°; c) 3°; d) 4°; e) 5°; f) 6°.

1.472A Pentru orice $x \in \mathbb{Z}$ notăm cu $\hat{x}$ şi $\tilde{x}$ clasele lui x în $\mathbb{Z}_5$ şi respectiv $\mathbb{Z}_3$. Să se determine toate numerele $x \in \mathbb{Z}$, $1 \leq x \leq 15$ astfel încât $\hat{x}^2 - \hat{4}\hat{x} + \hat{3} = \hat{0}$ şi $\tilde{2}\tilde{x}^2 + \tilde{x} = \tilde{0}$.

a) 1, 3, 6, 13; b) 1, 3, 6, 15; c) 1, 3, 11, 12, 13; d) 1, 3; e) $\varnothing$; f) 13, 14, 15.

1.473A Fie E un spaţiu vectorial al polinoamelor $P \in \mathbb{R}[X]$ de grad cel mult 3 astfel încât $P(1) = 0$ şi $P'(1) = 0$. Să se indice care din următorii vectori formează o bază pentru E.

a) $1, (X-1)^3$; b) $(X-1)^2, X(X-1)^2$; c) $X, (X-1)^2$; d) $X-1, (X-1)^2$; e) $X-1, (X-1)^3$; f) $X^2-1, (X-1)^2$.

1.474A Să se determine numărul real α astfel încât vectorii $v_1 = (1,2,3)$, $v_2 = (2,4,\alpha)$, $v_3 = (1,1,5)$ să formeze o bază pentru $\mathbb{R}^3$.

a) $\alpha = 6$; b) $\alpha = 0$; c) $\alpha = 1$; d) $\alpha \neq 6$; e) $\alpha \neq 0$; f) nu exist'a α.

1.475A Să se determine α real dacă vectorii $v_1 = (1,\alpha,0)$, $v_2 = (0,1,2)$, $v_3 = (2,5,2)$ sunt liniar dependenţi.

a) $\alpha = 2$; b) $\alpha \neq 2$; c) $\alpha = 0$; d) $\alpha \neq 0$; e) $\alpha = 1$; f) $\alpha = 3$.

1.476A Să se indice care din următoarele afirmaţii relativ la vectori din $\mathbb{R}^3$ este adevărată.

a) orice trei vectori formează o bază; b) orice trei vectori liniar dependenţi formează o bază; c) orice doi vectori sunt liniar independenţi; d) dacă doi vectori sunt liniar independenţi; atunci ei generează întreg spaţiul; e) orice trei vectori liniar independenţi formează bază; f) orice vectori liniar independenţi formează bază.

1.477A Se consideră baza următoare B a lui $\mathbb{R}^3$, formată din vectorii $v_1 = (1,1,2)$, $v_2 = (1,1,0)$, $v_3 = (1,0,1)$. Se cer componentele vectorului $v = (0,3,-1)$.

a) $(1,1,1)$; b) $(2,1,0)$; c) $(0,0,3)$; d) $(1,4,0)$; e) $(2,0,3)$; f) $(1,2,-3)$.

1.478A Să se determine coordonatele vectorului $v = (10,2,7)$ în baza $\{f_1, f_2, f_3\}$ a lui $\mathbb{R}^3$, dacă $f_1 = (1,-1,2)$, $f_2 = (2,0,1)$, $f_3 = (1,1,0)$.

a) $(3,1,5)$; b) $(10,2,7)$; c) $(2,1,3)$; d) $(4,0,3)$; e) $(3,-1,3)$; f) $(3,1,1)$.

1.479A Mulţimea $V = \{f : \mathbb{Z}_2 \to \mathbb{Z}_2\}$ formează un spaţiu vectorial peste $\mathbb{Z}_2$. Care este dimensiunea lui V ?

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 7; f) 5.

1.480A Corpul pătratic $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ este spaţiu vectorial de dimensiune doi peste $\mathbb{Q}$. Care dintre următoarele mulţimi este o bază a acestui spaţiu vectorial ?

a) $\{-1,4;\ 1\}$; b) $\{-1;\ 1\}$; c) $\{1;\ 2\}$; d) $\{-1;\ 2\}$; e) $\{1;\ 1,4\}$; f) $\{1;\ \sqrt{2}\}$.

1.481A Fie $e_1 = (1,-1,0)$, $e_2 = (1,1,0)$. Precizaţi e_3 astfel încât e_1, e_2, e_3 să fie vectori liniar independenţi în $\mathbb{R}^3$.

a) $e_3 = (0,0,1)$; b) $e_3 = (2,-2,0)$; c) $e_3 = (0,0,0)$; d) $(-2,2,0)$; e) $(5,5,0)$; f) $(2,3,0)$.

1.482B Dacă p este numărul soluţiilor în $\mathbb{Z}_{12}$ ale sistemului $\begin{cases} \hat{2}x + \hat{5}y = \hat{7} \\ \hat{3}x + \hat{9}y = \hat{6} \end{cases}$, atunci

a) $p = 0$; b) $p = 4$; c) $p = 2$; d) $p = 5$; e) $p = 6$; f) $p = 3$.

1.483B Fie $M = \{x \in \mathbb{Z}_{60} \mid x^3 = \hat{2}\}$ şi fie k numărul elementelor lui M. Decideţi:

a) $M = \varnothing$; b) $k = 1$; c) $k = 3$; d) $k = 5$; e) $k = 6$; f) $k = 9$.

1.484B Fie $a, b \in \mathbb{Z}$. Pe $\mathbb{Z}$ definim legea de compoziţie $x \star y = axy + 2(x+y) + b$. Se presupune că $(\mathbb{Z}, \star)$ este monoid şi se notează cu k numărul elementelor sale simetrizabile. Atunci

a) $k = 1$; b) $k = 2$; c) $k = 3$; d) $k = 4$; e) $k = 6$; f) există $a, b \in \mathbb{Z}$ pentru care monoidul admite o infinitate de elemente simetrizabile.

1.485B Fie $G = (-1,1)$ şi legea $x \star y = \frac{ax+by}{1+xy}$, $(\forall)\, x, y \in G$. Notăm $K = \left\{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (G, \star) \text{ este grup}\right\}$ şi $S = \sum_{(a,b)\in K} (a+b)$. Atunci

a) $S = 3$; b) $S = 0$; c) $S = 2$; d) $S = 6$; e) $S = 4$; f) K este infinită.

1.486B Să se rezolve în $\mathbb{Z}_{10}$ sistemul $\begin{cases} \hat{2}x + \hat{3}y = \hat{8} \\ x + \hat{6}y = \hat{3}. \end{cases}$

a) $x = \hat{1}, y = \hat{2}$; b) $x = \hat{1}, y = \hat{3}$; c) $x = \hat{2}, y = \hat{3}$; d) $x = \hat{3}, y = \hat{4}$; e) $x = \hat{1}, y = \hat{4}$; f) nu are soluţii.

1.487B Fie $F_k = \{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f$ bijecţie şi $f(k) = k\}$, $\forall\, k \in \mathbb{Z}$.
Pe fiecare mulţime F_k definim legea de compoziţie "$\circ$" care reprezintă compunerea obişnuită a funcţiilor. În aceste condiţii $(F_k, \circ)$ este grup

a) numai pentru $k = 7$; b) pentru orice $k \in \mathbb{Z}$; c) numai pentru $k \in \mathbb{N}$; d) numai pentru $k = 0$; e) numai pentru $k = 1$; f) pentru orice $k \in \mathbb{Z}$, $(F_k, \circ)$ nu este grup.

1.488B Aflaţi $m \in \mathbb{Z}_3$ dacă polinomul $X^2 + X + m$ este ireductibil peste $\mathbb{Z}_3$.

a) $m = \hat{0}$; b) $m = \hat{1}$; c) $m \neq \hat{0}$; d) $m = \hat{2}$; e) $m \neq \hat{2}$; f) nu există.

1.489B Fie $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| \, n \in \mathbb{Z} \right\}$ şi fie $\cdot$ înmulţirea matricelor. Atunci

a) $(G, \cdot)$ este grup izomorf cu grupul $(\mathbb{C}, +)$; b) $(G, \cdot)$ este grup necomutativ; c) $(G, \cdot)$ este grup izomorf cu grupul $(\mathbb{R}, +)$; d) $(G, \cdot)$ nu este grup; e) $(G, \cdot)$ este grup izomorf cu grupul $((0,\infty), \cdot)$; f) $(G, \cdot)$ este grup izomorf cu grupul $(\mathbb{Z}, +)$.

1.490B Fie G un grup cu n elemente, $a \in G$ şi $A = \{ax \mid x \in G\}$. Atunci A are

a) un element; b) n elemente; c) $n-1$ elemente; d) $n+1$ elemente; e) $\frac{n}{2}$ elemente; f) două elemente.

1.491B Să se afle câte soluţii are sistemul $\begin{cases} \widehat{3}x+\widehat{3}y=\widehat{3} \\ \widehat{3}x+\widehat{5}y=\widehat{1} \end{cases}$ în inelul $(\mathbb{Z}_7,+,\cdot)$.

a) 4; b) 3; c) 6; d) 2; e) o soluţie; f) nici o soluţie.

1.492B Matricele $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ sunt divizori ai lui zero în $\mathcal{M}_2[\mathbb{R}]$ dacă şi numai dacă

a) $a=b=c=d\in\mathbb{R}$; b) $a=-b, c=-d$ sau $a=c, b=d$; c) $a=-b, c=-d$; d) $a=b=c=d=1$; e) $a=c, b=d$; f) $a=b, c=d$ sau $a=-c, b=-d$.

1.493B Fie $\sigma,\gamma\in\mathcal{S}_3$, $\sigma=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\gamma=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Să se găsească $\xi\in\mathcal{S}_3$ astfel încât $\sigma\circ\xi=\gamma$.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;
d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

1.494B Pe mulţimea $I=(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ se consideră legile de compoziţie $*$ şi $\circ$ definite de

$x*y=\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y)$, $\quad x\circ y=\frac{x+y}{2}$, $\forall(x,y)\in I$. Atunci

a) $(I,*,\circ)$ este corp; b) $(I,\circ,*)$ este corp; c) $(I,*,\circ)$ este inel; d) $(I,\circ,*)$ este inel; e) $(I,\circ)$ este grup; f) $(I,*)$ este grup.

1.495B Câte polinoame de grad cel mult 4 sunt în inelul $\mathbb{Z}_2[X]$?

a) 32; b) 64; c) 16; d) 26; e) 54; f) 8.

1.496B Fie $G=\{I,A,B\}$ unde $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Care din următoarele şase afirmaţii este adevărată ?

a) $AB\neq BA$; b) $AB-BA=I$; c) $AB=BA=I$ şi G nu este stabilă la înmulţirea matricelor; d) $AB=BA=I$, $A^2=B$, $B^2=A$ şi G este grup relativ la înmulţirea matricelor; e) G este parte stabilă, dar nu este grup relativ la înmulţirea matricelor; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

1.497B Determinaţi elementele inversabile ale inelului $I=\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ cu operaţiile
$(a_1,b_1)+(a_2+b_2)=(a_1+a_2,b_1+b_2)$, $\quad (a_1,b_1)\cdot(a_2,b_2)=(a_1a_2,b_1b_2)$.

a) $(1,1),(-1,-1),(0,1),(1,0)$; b)$(1,-1),(-1,1),(-1,0),(0,-1)$;
c) $(1,1),(1,-1),(-1,1),(-1,-1)$; d) $(1,0),(0,1),(-1,0),(0,-1)$;
e) $(1,-1),(-1,1),(1,0),(0,1)$; f) $(1,1),(0,1),(0,0)$.

1.498B Fie $M=\{A(a)\,|\,a\in(0,\infty)\}$ unde $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & \ln a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, $a\in(0,\infty)$. Care dintre afirmaţiile următoare este adevărată ?

a) $(M,\cdot)$ nu este grup; b) $(M,\cdot)$ este grup comutativ izomorf cu $(\mathbb{R}_+^*,\cdot)$; c) $(M,\cdot)$ este grup comutativ, dar nu este izomorf cu $(\mathbb{R}_+^*,\cdot)$; d) M nu este parte stabilă în raport cu înmulţirea matricilor; e) există $a\in(0,\infty)$ astfel încât $A(a)$ să fie singulară; f) $I_3\notin M$.

1.499B Fie V mulţimea polinoamelor din $\mathbb{R}[X]$ care au gradul cel mult 5 şi rădăcina 4. Să se determine dimensiunea spaţiului vectorial real V.

a) 1; b) 6; c) 4; d) 3; e) 5; f) 2.

1.500B Se notează cu S spaţiul vectorial real al tripletelor $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ astfel încât $x+y-2z=0$. Să se indice care din vectorii următori formează bază pentru S.

a) $(1,1,1)$; b) $(2,0,1)$ şi $(0,2,1)$; c) $(2,0,1)$; d) $(1,1,1)$, $(2,0,1)$ şi $(0,2,1)$; e) $(1,0,0)$ şi $(0,1,0)$; f) $(1,-1,0)$ şi $(2,-2,0)$.

1.501B Să se determine dimensiunea spaţiului vectorial al matricelor simetrice din $M_3(\mathbb{R})$.

a) 6; b) 5; c) 4; d) 3; e) 2; f) 1.

1.502B Se consideră aplicaţia liniară $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$, $f(x,y,z)=(x-y,y-z)$. Să se determine mulţimea N a vectorilor din $\mathbb{R}^3$ a căror imagine prin f este vectorul nul.

a) $N=\{(0,0,0)\}$; b) $N=\{(x,x,x)\in\mathbb{R}\}$; c) $N=\{(x,y,y)\}|x,y\in\mathbb{R}\}$; d) $N=\{(0,0,1),(1,0,1)\}$; e) $N=\mathbb{R}^3$; f) N este mulţimea vidă.

1.503B Pentru ce valori ale numărului real α, aplicaţia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, $f(x,y)=(\alpha x+y,2x+3y)$ este un izomorfism liniar.

a) $\alpha=\frac{2}{3}$; b) $\alpha=1$; c) $\alpha=0$; d) $\alpha\neq0$; e) $\alpha\neq\frac{2}{3}$; f) $\alpha\neq1$.

1.504B Fie $u(x)=e^x$, $x\in\mathbb{R}$. Precizaţi perechea de funcţii v,w astfel încât u,v,w să fie vectori liniar independenţi în spaţiul vectorial real al funcţiilor reale.

a) $v(x)=xe^x, w(x)=e^{2x}$; b) $v=2u, w(x)=x$; c) $v=3u$, $w(x)=1$; d) $v(x)=w(x)=x$; e) $v(x)=\operatorname{ch}x$, $w(x)=e^x$; f) $v=\operatorname{sh}x$, $w(x)=e^{-x}$.

1.505B Dimensiunea subspaţiului vectorial $D=\{(x,y,z)|x=y=z\}\subset R^3$ este

a) 5; b) 2; c) 3; d) 4; e) 1; f) 6.

1.506B Dimensiunea subspaţiului vectorial $P = \{(x, y, z) | x+y+z = 0\} \subset R^3$ este

a) 4; b) 1; c) 3; d) 2; e) 5; f) 6.

1.507B Numărul maxim de vectori liniar independenţi în mulţimea soluţiilor sistemului este $\begin{cases} x - y + 2z + 4t = 0 \\ 2x + y - 3z + t = 0 \end{cases}$

a) 3; b) 1; c) 2; d) 4; e) 5; f) 6.

1.508C Pe mulţimea $\mathbb{R}_1[X]$ a polinoamelor de grad ≤ 1 cu coeficienţi reali definim două operaţii "+" şi "$*$" în felul următor: dacă $f = aX + b \in \mathbb{R}_1[X]$ şi $g = cX + d \in \mathbb{R}_1[X]$, atunci $f + g = h$ şi $f * g = p$, unde

$$h = (a + c)X + b + d,\ p = (ad + bc - ac)X + bd - ac.$$

În aceste condiţii, despre $(\mathbb{R}_1[X], +, *)$ se pote afirma

a) este inel fără a fi corp; b) este corp şi inversul lui $X + 1$ este X; c) este corp şi inversul lui $X + 1$ este $-X$; d) este corp şi cele două elementre neutre sunt 0 şi X; e) este corp şi cele două elementre neutre sunt X şi 1; f) este corp necomutativ.

1.509C În $M_2(\mathbb{Z}_5)$ se consideră ecuaţia $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{3} & \hat{2} \\ \hat{4} & \hat{3} \end{pmatrix}$. Care dintre afirmaţiile următoare este adevărată ?

a) ecuaţia are soluţie unică; b) ecuaţia are trei soluţii; c) ecuaţia are patru soluţii; d) ecuaţia nu are soluţii; e) ecuaţia are două soluţii; f) ecuaţia are cel puţin trei soluţii.

1.510C Pe $\mathbb{R}$ se consideră legile de compoziţie $x \oplus y = mx + ny - 1$, $x \odot y = 2xy - 2x - 2y + p$. Să se determine m, n şi p astfel încât $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ să fie corp.

a) $1, 2, 3$; b) $1, 1, 3$; c) $m = n = 1$, $p \in \mathbb{R}$, d) $1, 1, 1 + i$; e) problema nu are soluţie; f) $1, 1, 0$.

1.511C Fie $G = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}\} \subset \mathbb{Z}_8$, $H = \{\hat{1}, \hat{5}, \hat{7}, \hat{11}\} \subset \mathbb{Z}_{12}$ familiile elementelor inversabile din inelele $\mathbb{Z}_8$, $\mathbb{Z}_{12}$. Care dintre următoarele şase afirmaţii este adevărată ?

a) G şi H sunt subinele; b) H şi G nu sunt stabile la înmulţire; c) nu este verificată condiţia $x^2 = e = \hat{1}$, $\forall x$ din G sau H; d) G şi H sunt grupuri relativ la înmulţirea claselor şi sunt izomorfe; e) G şi H nu sunt izomorfe cu grupul lui Klein; f) afirmaţiile precedente sunt false.

1.512C Câte elemente are inelul M al matricelor pătrate, de ordinul doi, cu elemente în inelul claselor de resturi modulo 2 ?

a) 12; b) 8; c) 9; d) 16; e) 32; f) 25.

1.513C Elementul simetric al unui element x relativ la legea $x * y = \sqrt[n]{y^{\log_n x}}$, $(\forall)\, x, y \in (0, \infty) \setminus \{1\}$, pentru $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ fixat, este

a) $n^{n \log_x n}$; b) $n^{n^2 \log_x n}$; c) $n^{2 \log_x n}$; d) $n^2 \log_x n$; e) $\log_x n$; f) $n^{\log_x n}$.

1.514C Fie $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$. Se consideră $x * y = x^{\ln y}$, $x, y \in G$.
Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată ?

a) legea $*$ nu este asociativă; b) legea $*$ este asociativă dar nu este comutativă; c) G nu este parte stabilă în raport cu legea $*$; d) $(G, *)$ este grup abelian; e) legea $*$ nu admite element neutru; f) există un singur element simetrizabil.

1.515C Fie K şi L două corpuri comutative şi $f : K \to L$ un morfism de inele. Atunci f este

a) bijectivă; b) surjectivă; c) injectivă; d) nulă; e) constantă; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

1.516C Fie $(G, \cdot)$ un grup arbitrar şi fie H şi K două submulţimi în G. Atunci

a) H este subgrup în $G \Leftrightarrow H$ este submulţime finită; b) H este subgrup în $G \Leftrightarrow H$ conţine elementul neutru; c) dacă H şi K sunt subgrupuri în G, atunci $H \cup K$ este subgrup în G; d) dacă G este mulţime finită, atunci H este subgrup $\Leftrightarrow H$ conţine elementul neutru; e) dacă G este mulţime finită, atunci H este subgrup $\Leftrightarrow (H, \cdot)$ este parte stabilă; f) dacă G este grupul permutărilor de patru obiecte, atunci există H şi K subgrupuri în G astfel încât $H \cap K$ să nu fie subgrup.

1.517C Mulţimea matricelor de forma $M(x) = \begin{pmatrix} 2 - x & x - 1 \\ 2(1 - x) & 2x - 1 \end{pmatrix}$, $x \neq 0$, formează relativ la înmulţirea matricelor un grup izomorf cu grupul multiplicativ $\mathbb{R}^*$. Atunci

a) $(M(2))^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b) $(M(2))^5 = \begin{pmatrix} -30 & 31 \\ -62 & 63 \end{pmatrix}$; c) $(M(2))^5 = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}$;
d) $(M(2))^5 = \begin{pmatrix} -14 & 15 \\ -30 & 31 \end{pmatrix}$; e) $(M(2))^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; f) $(M(2))^5 = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1.518C Pentru ce valori ale lui $a \in \mathbb{Z}_3$ polinomul $\hat{2}X^3 + (a + \hat{2})X + \hat{1} \in \mathbb{Z}_3[X]$ este ireductibil în $\mathbb{Z}_3[X]$?

a) $a = \hat{1}$; b) $a = \hat{2}$; c) $a = \hat{0}$; d) $a \neq \hat{1}$; e) $a \neq \hat{2}$; f) $a \neq \hat{0}$.

1.519C Să se indice care din aplicaţiile $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ următoare este liniară.

a) $f(x, y) = x + y^2$; b) $f(x, y) = -x - |y|$; c) $f(x, y) = |x + y|$;
d) $f(x, y) = -2x$; e) $f(x, y) = xy$; f) $f(x, y) = x + y = 1$.

1.520C Să se determine perechile (m, n) de numere reale dacă pentru aplicaţia $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (mx + y, 2x + ny)$ avem $f \circ f = 3f$.
a) $(1, 2)$; b) $(2, 1)$; c) $(0, 0)$; d) $(1, 2)$ şi $(2, 1)$; e) $(1, 0)$; f) $(1, 1)$.

1.521C Să se determine matricea A_f asociată aplicaţiei liniare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (2x + y, 7x - 3y)$.
a) $\left(\begin{smallmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$; b) $\left(\begin{smallmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 3 \end{smallmatrix}\right)$; c) $\left(\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -3 \end{smallmatrix}\right)$; d) $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 7 \end{smallmatrix}\right)$; e) $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$; f) $\left(\begin{smallmatrix} 2 & 7 \\ 1 & -3 \end{smallmatrix}\right)$.

1.522C Se consideră aplicaţiile liniare $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definite prin $f(x, y) = (2x + y, x - y)$; $g(x, y) = (y, x)$. Să se determine aplicaţia $h = g \circ f - f \circ g$.
a) $h(x, y) = (-3y, 3x)$; b) $h(x, y) = (x + y, 3x - 5y)$; c) $h(x, y) = (x + y, 2x)$; d) $h(x, y) = (x + y, -x - 5y)$; e) $h(x, y) = (2x - y, y)$; f) $h(x, y) = (y, 5x - 3y)$.

1.523C Se consideră în planul $P = \mathbb{R}^2$ un sistem ortogonal xOy şi dreapta $D : x - 2y = 0$. Pentru orice punct $M \in P$ se notează cu M' proiecţia lui M pe D. Să se determine matricea asociată aplicaţiei liniare $F : P \to P$, $F(M) = M'$, relativ la baza canonică din $\mathbb{R}^2$.
a) $\left(\begin{smallmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$; b) $\left(\begin{smallmatrix} \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{smallmatrix}\right)$; c) $\left(\begin{smallmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{smallmatrix}\right)$; d) $\left(\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$; e) $\left(\begin{smallmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{5} \end{smallmatrix}\right)$; f) $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.

1.524C Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$. Să se determine perechea (p, q) de numere reale astfel încât notând cu $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ aplicaţia liniară asociată lui A în baza canonică din $\mathbb{R}^2$, să aibă loc relaţia $f \circ f = pf + qI$, unde I este aplicaţia identică.
a) $(1, 0)$; b) $(0, 2)$; c) $(-2, 7)$; d) $(2, 5)$; e) $(2, -7)$; f) $(-2, 5)$.

Capitolul 2

Analiză matematică

2.1 Numere reale. Progresii. Şiruri

2.525A Şirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definit prin recurenţă de relaţia $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = 1$, este
a) strict crescător; b) strict descrescător; c) constant; d) progresie aritmetică cu raţia 1; e) progresie geometrică cu raţia 2; f) oscilant.

2.526A Să se precizeze care dintre următoarele afirmaţii referitoare la şirul $x_n = \sin \frac{n\pi}{4}$, $n \in \mathbb{N}$, este adevărată
a) este constant; b) este convergent; c) este format din două subşiruri convergente;
d) are limita $+\infty$; e) este format din două subşiruri nemărginite; f) este format din mai mult de două subşiruri convergente.

2.527A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie aritmetică şi $a_1 = 23$, $a_n = 5$, $r = -2$, atunci
a) $n = 10$, $S_n = 140$; b) $n = 20$, $S_n = 140$; c) $n = 10$, $S_n = 150$; d) $n = 15$, $S_n = 150$; e) $n = 30$, $S_n = 200$; f) $n = 10$, $S_n > 140$.

2.528A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie aritmetică şi $a_1 = 3$, $a_n = 39$, $S_n = 210$, atunci
a) $r = 2$, $n = 10$; b) $r = 4$, $n = 10$; c) $r = 6$, $n = 20$;
d) $r = 2$, $n > 10$; e) $r > 2$, $n = 20$; f) $r = 8$, $n \leq 10$;

2.529A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie aritmetică cu $a_1 \geq 0$ şi $a_n = 18$, $r = 2$, $S_n = 88$, atunci
a) $a_1 = 2$, $n = 10$; b) $a_1 = 4$, $n = 10$; c) $a_1 = 6$, $n = 20$;
d) $a_1 = 4$, $n = 8$; e) $a_1 = -2$, $n = 11$; f) $a_1 > 4$, $n = 8$.

2.530A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie aritmetică cu raţie pozitivă astfel încât $n \geq 5$, $a_2 + a_4 = 16$, şi $a_1 a_5 = 28$, atunci

a) $a_1 = 2$, $r = 3$; b) $a_1 = 4$, $r = 1$; c) $a_1 = 6$, $r = 2$;
d) $a_1 > 4$, $r = 3$; e) $a_1 = 14$, $r = -3$; f) $a_1 > 4$, $r = 3$.

2.531A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie geometrică cu raţie negativă astfel încât $n = 9$, $a_1 = 5$, $a_n = 1280$, atunci

a) $S_n = 255$, $r = -2$; b) $S_n = 455$, $r = -3$; c) $S_n = 2555$, $r = 2$; d) $S_n < 500$, $r = -4$; e) $S_n = 855$, $r = -2$; f) $S_n > 9999$, $r = -1$.

2.532A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie geometrică cu toţi termenii pozitivi astfel încât $n = 3$, $a_3 - a_1 = 136$, $S_n = 221$, atunci

a) $a_3 = 51$; b) $a_3 = 150$; c) $a_3 = 153$; d) $a_3 > 200$; e) $a_3 = 215$; f) $a_3 = 151$.

2.533A Dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ este o progresie geometrică cu toţi termenii pozitivi astfel încât $n = 7$, $a_1 + a_2 + a_3 = 26$, $a_5 + a_6 + a_7 = 2106$, atunci

a) $a_7 = 5108$; b) $a_7 = 1506$; c) $a_7 = 1530$; d) $a_7 > 2000$; e) $a_7 = 2154$; f) $a_7 = 1458$.

2.534A Termenul general al şirului $\frac{2}{1\cdot 3}, \frac{4}{3\cdot 5}, \frac{6}{5\cdot 7}, \frac{8}{7\cdot 9}, \ldots$ definit pentru $n \geq 1$ este

a) $\frac{2^n}{4n^2-1}$; b) $\frac{2n}{4n^2-1}$; c) $\frac{2n}{(4n-3)(4n-1)}$; d) $\frac{2(n+1)}{4n^2-1}$; e) $\frac{2n}{n(n+2)}$; f) $\frac{n}{4n^2-1}$.

2.535A Termenul general al şirului $0, -\frac{1}{9}, \frac{4}{16}, -\frac{9}{25}, \frac{16}{36}, \ldots$ definit pentru $n \geq 1$ este

a) $(-1)^n \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$; b) $(-1)^{n-1} \frac{n^2}{(n+2)^2}$; c) $(-1)^{n-1} \frac{(n+1)^2}{(n+2)^2}$; d) $(-1)^{n-1} \frac{(n-1)^2}{(n+2)^2}$;
e) $(-1)^n \frac{n^2}{(n+2)^2}$; f) $(-1)^{n-1} \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$.

2.536A Termenul general al şirului $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \frac{26}{5}, \ldots$ definit pentru $n \geq 1$ este

a) $\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$; b) $\frac{n^2}{n+1}$; c) $\frac{n^2-1}{n}$; d) $\frac{n^2+1}{n+1}$; e) $\frac{n^2+1}{n}$; f) $\frac{(n+1)^2+1}{n+1}$.

2.537A Să se precizeze care dintre afirmaţiile următoare, referitoare la şirul

$$a_n = \frac{C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots}{C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots}, \quad n \geq 1$$

este adevărată.

a) şirul este constant; b) şirul este strict crescător; c) şirul este strict descrescător; d) şirul are limita 0; e) şirul are limita ∞; f) şirul nu are limită.

2.538A Să se precizeze care dintre afirmaţiile următoare, referitoare la şirul $a_n = \cos \frac{n\pi}{2}$, $n \in \mathbb{N}$, este adevărată.

a) şirul este constant; b) şirul este strict crescător; c) şirul este strict descrescător; d) şirul este convergent; e) şirul este format din trei subşiruri convergente la limite diferite; f) şirul conţine patru subşiruri convergente la limite diferite.

2.539A Se consideră şirul $a_n = \min\{n, 10\}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Atunci

a) şirul este constant; b) şirul este strict crescător; c) şirul este strict descrescător; e) şirul conţine două subşiruri convergente la limite diferite; f) şirul este convergent.

2.540A Se consideră mulţimea $A = \{\sin 1, \sin 2, \sin 3, \sin 4\}$. Avem:

a) $\max A = \sin 1$, $\min A = \sin 3$; b) $\max A = \sin 4$, $\min A = \sin 1$;
c) $\max A = \sin 2$, $\min A = \sin 4$; d) $\max A = \sin 3$, $\min A = \sin 4$;
e) $\max A = \sin 3$, $\min A = \sin 1$; f) $\max A = \sin 1$, $\min A > 0$.

2.541A Valorile lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care $\left| \frac{n+1}{2n+3} - \frac{1}{2} \right| > \frac{1}{10}$ sunt

a) $n = 0$; b) $n \in \{0, 1\}$; c) $1 < n < 10$; d) $n > 10$; e) $0 \leq n \leq 3$; f) $n \geq 5$.

2.542A Se consideră mulţimea $A = \left\{ \frac{n+1}{n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N}^* \right\}$. Să se determine $\max A$.

a) $\frac{1}{2}$; b) 2; c) ∞; d) 1; e) n; f) 0.

2.543A Fie ε_1 şi ε_2 erorile absolute care se fac atunci când se folosesc aproximaţiile $\pi^2 \cong 10$ şi respectiv $e^3 \cong 20$. Avem

a) $\varepsilon_1 < \frac{5}{8}$, $\varepsilon_2 < \frac{1}{5}$; b) $\varepsilon_1 < \frac{1}{5}$, $\varepsilon_2 < \frac{1}{5}$; c) $\varepsilon_1 < \frac{1}{5}$, $\varepsilon_2 < \frac{1}{20}$; d) $\varepsilon_1 < \frac{13}{100}$, $\varepsilon_2 < \frac{1}{6}$;
e) $\varepsilon_1 < \frac{1}{5}$, $\varepsilon_2 < \frac{7}{100}$; f) $\varepsilon_1 = \frac{13}{100}$, $\varepsilon_2 = \frac{2}{25}$.

2.544A Şirul $(u_n)_n$ satisface condiţia $u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + 2$ pentru orice n şi $u_0 \neq 3$. Dacă şirul $(u_n + \alpha)_n$ este o progresie geometrică, atunci valoarea lui α este

a) $\alpha = -3$, $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 3$; b) $\alpha = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$; c) $\alpha = 1$, $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 1$;
d) $\alpha = -1$, $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$; e) $\alpha = -3$, $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 2$; f) $\alpha = 3$, $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = -3$.

2.545A Fie şirurile $(a_n), (b_n), (c_n)$, $n \in \mathbb{N}$, definite prin $a_n = 2001 - 667n$, $b_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$, $c_n = (-1)^n + n$. Despre aceste şiruri se poate afirma

a) toate trei sunt progresiiaritmetice; b) toate trei sunt progresii geometrice; c) nici un şir nu este progresie aritmetică; d) nici un şir nu este progresie geometrică; e) (a_n) este progresie aritmetică, (b_n) este progresie geometrică, (c_n) nu este progresie; f) (a_n) şi (c_n) sunt progresii aritmetice, (b_n) este progresie geometrică.

2.546A Fie şirul (a_n), unde $a_1 = 1$ şi $a_{n+1} = a_n - \dfrac{1}{n(n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Să se determine termenul general al şirului.

a) $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$; b) $a_n = \frac{1}{n+1}$; c) $a_n = \frac{1}{n}$; d) $a_n = \frac{n+1}{n}$; e) $a_n = \frac{n-1}{n}$; f) $a_n = \frac{1}{n!}$.

2.547A Câte puncte de acumulare are mulţimea $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 > 9\right\}$?

a) două; b) patru; c) o infinitate; d) nici un punct; e) unul; f) trei.

2.548A Să se găsească domeniul maxim de definiţie D al funcţiei $f : D \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x-1}}.$$

a) $[1, \infty)$; b) $(-1, 1)$; c) $(1, 10)$; d) $(5, 15)$; e) $[-1, 2]$; f) $[0, 7]$.

2.549A Fie mulţimea $A = \{\cos 1, \cos 2, \cos 3, \cos 4, \cos 5\}$. Determinaţi $\max A$.

a) $\cos 5$; b) $\cos 1$; c) 1; d) nu există; e) 5; f) $\cos 3$.

2.550A Un şir de numere reale este convergent dacă şi numai dacă

a) este monoton; b) este mărginit; c) conţine subşiruri convergente; d) orice subşir al său este convergent; e) este monoton şi mărginit; f) diferenţa a doi termeni consecutivi tinde la zero.

2.551A Să se determine valorile lui t pentru care şirul $f_n(t) = t^n e^{-t}$, $t \in [0, \infty)$, $n \in \mathbb{N}$ este o progresie aritmetică.

a) $t = 2$; b) $t = 3$; c) $t \in \{0, 1\}$; d) $t = 4$; e) $t \in (0, 1)$; f) $t = \frac{1}{2}$.

2.552A Suma termenilor progresiei geometrice $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots, \frac{1}{2^{10}}$ este

a) $\frac{2^{10}-2}{2^9}$; b) 2; c) $\frac{2^{12}-2}{2^{11}}$; d) $\frac{2^{11}-2}{2^{10}}$; e) $\frac{2^{10}-2}{2^{11}}$; f) $\frac{2^{12}-2}{2^{13}}$.

2.553A Fie $q \in \mathbb{R}$ şi şirurile $a_n = q^n$, $b_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) dacă $q \in [0, 1]$, atunci a_n şi b_n sunt descrescătoare;
b) a_n este convergent $\Leftrightarrow$ b_n este convergent;
c) a_n este mărginit $\Leftrightarrow$ b_n este mărginit; d) a_n şi b_n sunt convergente $\Leftrightarrow$ $|q| \leq 1$;
e) a_n şi b_n sunt mărginite $\Leftrightarrow$ $|q| \leq 1$; f) a_n şi b_n sunt convergente $\Leftrightarrow$ $|q| < 1$.

2.554B Fie şirul $(a_n, n \geq 1)$ care formează o progresie aritmetică. Ştiind că $a_1 + a_5 + a_9 = 51$, aflaţi $S = a_3 + a_4 + a_5 + a_8$.

a) $S = 60$; b) $S = 54$; c) $S = 72$; d) $S = 81$; e) $S = 68$; f) $S = 90$.

2.555B Fie $a_1, a_2, \ldots, a_{21}$ o progresie aritmetică în care $a_{11} = 15$. Calculaţi $S = a_1 + a_2 + \cdots + a_{21}$.

a) $S = 315$; b) $S = 204$; c) $S = 210$; d) $S = 220$; e) $S = 330$;
f) S nu poate fi determinat.

2.556B Care din următoarele afirmaţii este adevărată ?

a) orice şir care are limita ∞ este crescător; b) există şiruri convergente care sunt nemărginite; c) un şir este convergent dacă şi numai dacă este monoton şi mărginit; d) un şir este convergent dacă şi numai dacă are limită; e) orice şir monoton şi mărginit este convergent; f) orice şir nemărginit are limita ∞ sau $-\infty$.

2.557B Mulţimea A formată din punctele de acumulare ale mulţimii $B = \left\{\sin\left(\frac{n\pi}{4} + \frac{1}{n}\right), n \in \mathbb{N}\right\}$ este

a) $A = \{-1, +1\}$; b) $A = \left\{0, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$; c) $A = \{-1, 0, +1\}$;
d) $A = \left\{-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right\}$; e) $A = \varnothing$; f) $A = \{0\}$.

2.558B Dacă $B = \left\{x_n = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right), n \in \mathbb{N}\right\}$, $m = \min B$, $M = \max B$, atunci

a) $m = -1$, $M = 1$; b) $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $m = -\frac{1}{2}$, $M = \frac{1}{4}$; d) $m = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $m = -\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$, $M = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$; f) $m = -\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$, $M = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$.

2.559B Fie x_n un şir fixat. Care afirmaţie este adevărată ?

a) dacă subşirurile x_{2n} şi x_{2n+1} sunt convergente, atunci x_n este şir convergent; b) x_n este şir convergent dacă şi numai dacă subşirurile x_{2n}, x_{2n+1} şi x_{3n} sunt convergente; c) dacă x_n este divergent, atunci cel puţin unul din subşirurile x_{2n} şi x_{2n+1} este divergent; d) x_n este convergent dacă şi numai dacă subşirurile x_{2n} şi x_{3n} sunt convergente; e) dacă x_n este nemărginit, atunci subşirul x_{3n} este nemărginit; f) dacă x_{2n} şi x_{2n+1} sunt subşiruri crescătoare, atunci x_n este crescător.

2.560B Fie $(a_n, n \in \mathbb{N}^*)$ o progresie aritmetică cu raţia nenulă. Ştiind că suma primilor n termeni ai progresiei este cât o treime din suma următorilor n termeni, să se calculeze valoarea expresiei $\dfrac{S_{3n}}{S_n}$.

a) 0; b) 2; c) 4; d) 9; e) 8; f) $\frac{1}{3}$.

2.561B Să se determine tripletele de numere reale (x, y, z) astfel încât $x + y + z = 3$ şi $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

a) $(1, 1, 1)$; b) nu există; c) există o infinitate; d) $(1, 1, 1)$ şi $(-1, -1, 3)$; e) există un număr finit; f) $(-1, -1, -1)$.

2.562B Fie $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un şir crescător de numere reale, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie descrescătoare. Ce se poate spune despre monotonia şirurilor $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ şi $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definite prin $b_n = f(a_n)$ şi $c_n = g(a_n), n \in \mathbb{N}$?

a) $(b_n), (c_n)$ sunt crescătoare; b) $(b_n), (c_n)$ sunt descrescătoare; c) (b_n) este crescător, (c_n) este descrescător; d) (b_n) este descrescător, (c_n) este crescător; e) (b_n) este crescător, (c_n) nu este monoton; f) (b_n) nu este monoton, (c_n) este descrescător.

2.563B Fie o progresie geometrică cu $a_5 = 61$ şi $a_{11} = 1647$. Să se afle a_7.

a) 190; b) 913; c) 173; d) 183; e) 175; f) 215.

2.564B Se consideră expresia $E(x) = (\ln x)^{\ln x}$. Fie D mulţimea pe care $E(x)$ are sens. Atunci D este

a) mărginită; b) un şir; c) un interval infinit; d) reuniunea dintre un şir şi un interval; e) un interval finit; f) $\mathbb{R}$.

2.565B Punctele de acumulare ale mulţimii $\left\{(-1)^n \dfrac{n+1}{3n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\}$ sunt

a) $-\frac{1}{3}$; b) $\frac{2}{3}$ şi $-\frac{2}{3}$; c) $\varnothing$; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{1}{3}$ şi $-\frac{1}{3}$; f) 0.

2.566B Care din următoarele proprietăţi asigură faptul că şirul de numere reale $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton crescător ?

a) şirul este o progresie geometrică cu termeni pozitivi; b) $a_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}$ şi $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$; c) şirul este o progresie aritmetică cu termeni pozitivi; d) există $l = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$, $l \in \mathbb{R}$ şi $l \geq a_n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$; e) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$; f) nici una din proprietăţile enunţate nu asigură monotnia şirului $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

2.567C Se consideră şirul cu termenul general $x_n = \dfrac{\sin n!}{1 + 4^n}$, $n \in \mathbb{N}$. Atunci

a) (x_n) este monoton şi mărginit; b) (x_n) este monoton; c) $\sup x_n = 0$; d) (x_n) este convergent; e) $\inf x_n = 0$; f) $x_n \geq 0$, $(\forall)\, n \in \mathbb{N}$.

2.568C Se consideră aplicaţia $f : \overline{\mathbb{R}} \to [-1, 1]$, definită prin $f(x) = \dfrac{x}{1 + |x|}$, $f(\infty) = 1$, $f(-\infty) = -1$. Atunci

a) f nu este injectivă; b) f nu este surjectivă; c) f nu este bijectivă; d) f este bijectivă şi $f^{-1}(x) = \frac{x}{1+x}$, $x \in [-1, 1]$; e) f este bijectivă şi $f^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$, $x \in (-1, 1)$; f) f este bijectivă, $f^{-1}(x) = \frac{x}{1-|x|}$, $x \in (-1, 1)$, $f^{-1}(-1) = -\infty$, $f^{-1}(1) = \infty$.

2.569C Fie $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un şir de numere reale, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie mărginită pe $\mathbb{R}$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie monotonă pe $\mathbb{R}$. Ce se poate spune despre şirurile $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ şi $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definite prin: $b_n = (f \circ g)(a_n)$ şi $c_n = (g \circ f)(a_n), n \in \mathbb{N}$?

a) (b_n) şi (c_n) sunt mărginite; b) (b_n) şi (c_n) sunt nemărginite; c) (b_n) mărginit şi (c_n) nemărginit; d) (b_n) nemărginit şi (c_n) mărginit; e) (b_n) mărginit şi (c_n) mărginit numai dacă (a_n) este mărginit; f) (c_n) nemărginit şi (b_n) mărginit numai dacă (a_n) este mărginit.

2.570C Fie $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{[nx]}{n}$, $x \in (0, 1)$, unde $[nx]$ este partea întreagă a lui nx. Atunci

a) $\ell = 0$; b) $\ell = x$; c) $\ell = 1 - x$; d) $\ell = 1$; e) $\ell = \dfrac{x}{2}$; f) $\ell = x^2$.

2.571C Aflaţi a_n, dacă $a_1 = 1, a_2 = 4$ şi $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, n \in \mathbb{N}^*$.

a) $a_n = 2^{n-2} - 3^{n-1}$; b) $a_n = 18 \cdot 3^{n-3} - 2^{n-1}$; c) $a_n = 5 \cdot 3^{n-2} - 2^{n-1}$; d) $a_n = 10 \cdot 2^{n-2} - 3^n$; e) $a_n = 2 \cdot 5^{n-1} - 3^{n-2}$; f) $a_n = 3 \cdot 5^{n-2} - 3^n$.

2.572C Să se găsească termenul general al şirului $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 7, \ldots$, care are proprietatea că diferenţele dintre termenii consecutivi formează o progresie aritmetică.

a) $a_n = \frac{n^2+n+2}{2}$; b) $a_n = \frac{n^2+n+4}{2}$; c) $a_n = \frac{n^2-n+2}{2}$; d) $a_n = \frac{n^2+n}{2}$; e) $a_n = \frac{n}{2}$; f) $a_n = \frac{n^2+2n}{2}$.

2.573C Să se determine marginea inferioară şi marginea superioară pentru mulţimea

$$\left\{\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1} \,\middle|\, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\right\}.$$

a) 0 şi 1; b) $-\infty$ şi ∞; c) $-\frac{1}{24}$ şi ∞; d) $-\infty$ şi 1; e) -1 şi 1; f) 0 şi ∞.

2.574C Fie $a, r, q \in \mathbb{R}$, $q \neq 1$ fixate şi fie şirurile $x_n = (a + (n-1)r)q^{n-1}$ şi $y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) x_n este o progresie geometrică; b) $y_n = a\frac{1-q^n}{1-q} + rq\frac{(n-1)q^n - nq^{n-1} + 1}{(1-q)^2}$; c) $y_n = a\frac{1-q^n}{1-q} + rq(q^n - 1)\frac{nq-1}{(1-q)^2}$; d) x_n este şir nemărginit $\forall a, r, q \in \mathbb{R}$; e) $y_n = a\frac{1-q^n}{1-q} + rq(q^{n-1} - 1)\frac{nq^2 - (n-1)q + 1}{(1-q)^2}$; f) $y_n = a\frac{1-q^n}{1-q} + nr\frac{(n-1)q^{n+1} - nq^n + 2}{(1-q)^2}$.

2.2 Limite

2.575A Limita şirului $a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este

a) 0; b) ∞; c) 1; d) $\frac{1}{2}$; e) 2; f) e.

2.576A Dacă $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(1+2+3+\cdots+n)^2}{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3}$, atunci

a) $\ell = 1$; b) $\ell = \frac{1}{2}$; c) $\ell = 4$; d) $\ell = \infty$; e) $\ell = \frac{1}{4}$; f) $\ell = \frac{3}{4}$.

2.577A Ştiind că $\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{a} - 1) = \ln a$, $(a > 0)$, să se calculeze

$$\ell = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{c} - \sqrt[n]{d}}, \quad a, b, c, d > 0, c \neq d.$$

a) $\ell = \ln \frac{ad}{bc}$; b) $\ell = 0$; c) $\ell = \frac{ad}{bc}$; d) $\ell = \frac{\ln \frac{a}{b}}{\ln \frac{c}{d}}$; e) $\ell = \infty$; f) $\ell = 1$.

2.578A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n \sin \frac{1}{n}$.

a) ∞; b) 1; c) 0; d) $\frac{1}{2}$; e) nu există; f) $\frac{1}{e}$.

2.579A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}} - \sqrt{n}$.

a) ∞; b) 1; c) 0; d) $\frac{1}{2}$; e) nu există; f) $\frac{1}{4}$.

2.580A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \left(\arcsin \frac{1}{n^2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2}\right)$.

a) ∞; b) 2; c) 0; d) π; e) nu există; f) $\frac{\pi}{4}$.

2.581A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2 - 7n + 13}}{\sqrt[3]{-n^3 + 2n^2 + 2n}}$.

a) ∞; b) 2; c) 0; d) e; e) -1; f) $\frac{1}{4}$.

2.582A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \log_8 \left(\left(\frac{\sqrt{n^2+1} + \sqrt[3]{n^3-2}}{n+1} \right)^{\frac{\sqrt[3]{-n^3-n+1}}{n+\sqrt[4]{n^4-1}}} \right)$

a) ∞; b) 2; c) e; d) $\frac{1}{4}$; e) 1; f) $-\frac{1}{6}$.

2.583A Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-3}}}$ şi ℓ_s, ℓ_d limitele laterale în punctul $x = 3$. Avem:

a) $\ell_s = \frac{1}{2}$, $\ell_d = 1$; b) $\ell_s = 1$, $\ell_d = \frac{1}{2}$; c) $\ell_s = 0$, $\ell_d = 1$;
d) $\ell_s = 1$, $\ell_d = 0$; e) $\ell_s = 1$, $\ell_d = \infty$; f) $\ell_s = \infty$, $\ell_d = 1$.

2.584A Care dintre următoarele perechi de valori sunt limitele laterale ale funcţiei $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$, în punctul $x = 1$?

a) $\ell_s = \infty$, $\ell_d = 0$; b) $\ell_s = 0$, $\ell_d = \infty$; c) $\ell_s = 1$, $\ell_d = -1$; d) $\ell_s = -1$, $\ell_d = 1$;
e) $\ell_s = \infty$, $\ell_d = -\infty$; f) $\ell_s = \ell_d = 1$.

2.585A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1 + 3^n + 5^n + 7^n}{2^n + 4^n + 6^n + 8^n}$.

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) $+\infty$.

2.586A Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} (n + 2 - \sqrt{n^2 + n + 3})$.

a) $\ell = 1$; b) $\ell = \infty$; c) $\ell = 0$; d) $\ell = \frac{3}{2}$; e) nu există; f) $\ell = -1$.

2.587A Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x^n + x^{n-1} - 2}{x - 1}$.

a) Nu există; b) $\ell = 1$; c) $\ell = \infty$; d) $\ell = 2n - 1$; e) $\ell = 2n + 1$; f) $\ell = n$.

2.588A Fie $\ell = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} \cos^2 \frac{\pi x}{3}$. Atunci

a) $\ell = \frac{1}{4}$; b) $\ell = 1$; c) $\ell = 0$; d) $\ell = \frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $\ell = \frac{3}{4}$; f) $\ell = +\infty$.

2.589A Se consideră şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definit prin $x_n = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^n + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^n$. Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$

a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$; d) $\sqrt{6}$; e) 1; f) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

2.590A Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$ şi şirul cu termenul general $a_n = \sum_{k=0}^{n} f\left(2\sqrt{k}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Fie $a = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$. Atunci

a) $a = e^2 + 1$; b) $a = \frac{e^2}{1-e^2}$; c) $a = \frac{1-e^2}{e^2}$; d) $a = \frac{e^2}{e^2-1}$; e) $a = \frac{e^2-1}{e^2}$; f) $a = \frac{e^2+1}{e^2-1}$.

2.591A Să se determine $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)$.

a) 1; b) 0; c) 2; d) 1/2; e) ∞; f) e.

2.592A Fie a un număr real fixat şi (a_n) un şir definit prin termenul său general $a_n = a + 1 - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2 + k}$. Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

a) $2a$; b) $\frac{a}{2}$; c) $a + 1$; d) a; e) $\frac{2a}{3}$; f) limita este independentă de a.

2.593A Limita şirului $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, unde $a_0 = \sqrt{3}$ şi $a_{n+1} = \sqrt{3+2a_n}$, $n \in \mathbb{N}$, este

a) 3; b) ∞; c) $2\sqrt{3}$; d) imposibil de calculat; e) $\sqrt{6}$; f) $2(\sqrt{3}+1)$.

2.594A Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x^2 + x^2\cos x}$.

a) 1; b) $\frac{1}{2}$; c) limita nu există; d) 2; e) ∞; f) 0.

2.595A Pentru care din şirurile următoare se verifică $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} |a_n|$?

a) $a_n = (-1)^n + \frac{1}{2}$; b) $a_n = (-1)^n + 1$; c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$; d) $a_n = \frac{(-1)^n}{2} + \frac{1}{n}$;
e) $a_n = \left(\frac{1}{2} + (-1)^n\right)^n$; f) $a_n = \frac{1-n}{n}$.

2.596A Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}$.

a) $\frac{4}{3}$; b) $-\frac{3}{2}$; c) $\frac{5}{4}$; d) $-\frac{2}{3}$; e) $\frac{4}{5}$; f) $\frac{3}{2}$.

2.597A Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \dfrac{x}{n}\right)^n e^{x/2}$.

a) $e^{-\frac{x}{2}}$; b) e^x; c) x; d) $\frac{1}{2}e^{-x}$; e) e^{-2x}; f) e.

2.598A Să se determine $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x \sin nx}{x^2}$.

a) n; b) n^2; c) $2n$; d) $2n+1$; e) 1; f) 0.

2.599A Care dintre următoarele limite este cea corectă ?

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{1+x^2} = -\infty$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cos x = \infty$; c) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{|2x-2|-x}{2x-4} = \frac{1}{2}$;
d) $\lim\limits_{x\searrow 0} \sqrt{x}\sin\frac{1}{x} = \infty$; e) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x^2-5x}{x^2+5x} = 3$; f) $\lim\limits_{x\searrow 0} \ln x = -1$.

2.600A Fie $\ell = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin 2x}{x}$. Atunci

a) $\ell = 1$; b) $\ell = 2$; c) $\ell = 0$; d) $\ell = \infty$; e) ℓ nu există ; f) $l = 1/2$.

2.601A Fie $a \in \mathbb{R}$ şi $x_n = \sqrt{n^2+n+1} - an$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) dacă $a \neq 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; b) dacă $a = 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$ şi dacă $a > 1$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -\infty$; c) şirul x_n este convergent pentru orice $a \in \mathbb{R}$; d) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1$; e) dacă $a \in [0,1]$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; f) dacă $a \in [0,1]$, atunci x_n este convergent.

2.602A Utilizând rezultatul $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[m]{x}-1}{x-1} = \dfrac{1}{m}$ să se calculeze

$$\ell = \lim_{x\to 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x})\dots(1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^{n-1}}.$$

a) $\ell = \infty$; b) $\ell = 1$; c) $\ell = 0$; d) $\ell = \dfrac{1}{n!}$; e) $\ell = n!$; f) $\ell = \sqrt{n!}$

2.603B Fie $\ell = \lim\limits_{x\to\infty} \left(x - x^2 \ln\dfrac{1+x}{x}\right)$. Atunci

a) $\ell = \frac{1}{2}$; b) $\ell = -\infty$; c) $\ell = \infty$; d) $\ell = 0$; e) $\ell = \frac{1}{3}$; f) $\ell = 2$.

2.604B Calculaţi $\ell = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2e^x - 3\pi^x}{e^x + 2\pi^x}$.

a) $\ell = 0$; b) $\ell = -\frac{3}{2}$; c) $\ell = \infty$; d) $\ell = -\infty$; e) $\ell = -\frac{1}{3}$; f) $\ell = 2$.

2.605B Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+ax+x^2)}{\sqrt{x+b}-1} = 2$. Dacă $\lambda = a+b$, atunci

a) $\lambda = 0$; b) $\lambda = 3$; c) $\lambda = 4$; d) $\lambda = -1$; e) $\lambda = \frac{1}{2}$; f) $\lambda = 2$.

2.606B Calculaţi $\ell = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\sin x} - e^{\operatorname{tg} x}}{e^{\sin 2x} - e^{\operatorname{tg} 2x}}$.

a) $\ell = 0$; b) $\ell = \frac{1}{2}$; c) $\ell = \infty$; d) $\ell = \frac{1}{4}$; e) $\ell = \frac{1}{8}$; f) limita nu există.

2.607B Fie $\alpha, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} n^\alpha(\sqrt[3]{n^3+bn+1} - n) = 1$.
Dacă $S = \alpha + b$, avem

a) $S = 1$; b) $S = 2$; c) $S = 3$; d) $S = \frac{4}{3}$; e) $S = \frac{5}{3}$; f) $S = 4$.

2.608B Care este condiţia necesară şi suficientă ca, pentru $a, b \in (-1,1)\setminus\{0\}$, să avem

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1 - a + a^2 - a^3 + \dots + (-1)^n a^n}{1 + b + b^2 + \dots + b^n} > 1 \text{ ?}$$

a) $a + b < 0$; b) $a + b > 0$; c) $a > b$; d) $a < b$; e) $a - b > 1$; f) $a + b < 1$.

2.609B Dacă $\ell = \lim\limits_{x\searrow 0} \dfrac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{1-\ln(e-x)}}$, atunci

a) $\ell = e$; b) $\ell = 0$; c) $\ell = \sqrt{e}$; d) $\ell = \infty$; e) $\ell = \frac{1}{\sqrt{e}}$; f) limita nu există.

2.610B Dacă $\ell = \lim\limits_{x\searrow 0} \left(\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)^{\frac{1}{\ln x}}$, atunci

a) $\ell = e$; b) $\ell = 4$; c) $\ell = 1$; d) $\ell = \infty$; e) $\ell = e^2$; f) limita nu există.

2.611B Calculaţi $\ell = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$.

a) $\ell = e$; b) $\ell = \infty$; c) $\ell = 1$; d) $\ell = 0$; e) $\ell = \sqrt{e}$; f) limita nu există.

2.612B Calculaţi $\ell = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x\sin^3 x + 1}{x^2\cos^2 x + 1}$.

a) $\ell = 0$; b) $\ell = \infty$; c) $\ell = 1$; d) $\ell = 2$; e) $\ell = \frac{1}{2}$; f) limita nu există.

2.613B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin mx}{\sin nx}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$.

a) $\frac{m}{n}$; b) mn; c) $(-1)^{m-n}$; d) $(-1)^{m-n}\frac{m}{n}$; e) 1; f) nu există.

2.614B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2+2)\arcsin\dfrac{1}{2x^2+1}$.

a) 0; b) 1; c) ∞; d) $\frac{1}{2}$; e) 2; f) nu există.

2.615B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}(\sin x + \cos x)e^{-x^2}$.

a) ∞; b) $-\infty$; c) 0; d) e; e) 1; f) nu există.

2.616B Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(1+a)(1+a^2)(1+a^4)\cdots(1+a^{2^n})$, $|a|<1$.

a) ∞; b) $\frac{1+a}{1-a}$; c) $\frac{1}{1-a}$; d) e; e) 1; f) $1-a$.

2.617B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^3}(\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+1}+\sqrt{x})$.

a) ∞; b) $-\infty$; c) -1; d) $-\frac{1}{4}$; e) 1; f) nu există.

2.618B Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n^3\left(\sqrt{n^2+\sqrt{n^4+1}}-n\sqrt{2}\right)$.

a) $\frac{\sqrt{2}}{8}$; b) ∞; c) 1; d) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{8}$; f) nu există.

2.619B Să se calculeze limita şirului

$$a_n = \frac{\alpha^n}{(1+\alpha)(1+\alpha^2)\cdots(1+\alpha^n)},\ n\in\mathbb{N}^*,\ (\alpha>0).$$

a) ∞; b) 0; c) e; d) $\frac{1}{2}$; e) 1; f) nu există.

2.620B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to -a}\dfrac{\sqrt[5]{x}+\sqrt[7]{x}+\sqrt[5]{a}+\sqrt[7]{a}}{x+a}$.

a) $\frac{\sqrt[5]{a^4}}{5}+\frac{\sqrt[7]{a^6}}{7}$; b) $5\sqrt[5]{a^4}+7\sqrt[7]{a^6}$; c) $-\infty$; d) 0; e) ∞; f) $\frac{1}{5\sqrt[5]{a^4}}+\frac{1}{7\sqrt[7]{a^6}}$.

2.621B Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9}-\sqrt[5]{x+25}}$

a) $\ell = \frac{20-2}{25-9} = \frac{9}{8}$; b) $\ell = \frac{2+20}{9+25} = \frac{11}{17}$; c) $\ell = \dfrac{\frac{1}{6}-\frac{1}{27}}{\frac{1}{32}-\frac{1}{80}}$; d) $\ell = \dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}$;

e) $\ell = \infty$; f) rezultatele precedente sunt toate false.

2.622B Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[3]{2x+1}}{x}$.

a) $\ell = 1$; b) $\ell = 2$; c) $\ell = \frac{7}{12}$; d) $\ell = -\frac{5}{12}$; e) $\ell = 9$; f) $\ell = +\infty$.

2.623B Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt[3]{n^3+1})$.

a) $\ell = 0$; b) $\ell = \frac{1}{2}$; c) $\ell = \infty$; d) $\ell = 1$; e) nu există; f) $\ell = -1$.

2.624B Să se studieze $\lim\limits_{x\to\infty}\sin 2x$.

a) ∞; b) nu există; c) 1; d) -1; e) $\sin 2$; f) 0.

2.625B Fie $\ell = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\sin x}{x+\cos x}$. Atunci

a) $\ell = 0$; b) $\ell = +\infty$; c) $\ell = 1$; d) $\ell = \pi$; e) $\ell = \dfrac{\pi}{2}$; f) nu există limita.

2.626B Şirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}, (y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de numere naturale sunt definite de relaţia $(2+\sqrt{5})^n = x_n + y_n\sqrt{5}, n\in\mathbb{N}$. Să se calculeze: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{y_n}$.

a) 1; b) $\sqrt{5}$; c) ∞; d) $2+\sqrt{5}$; e) $1/\sqrt{5}$; f) 2.

2.627B Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2^{2^{n-1}}}\right)$.

a) 1; b) 2; c) 0; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{4}$; f) 4.

2.628B Să se determine $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(n^{1/n}-1)}{\ln n}$.

a) 1; b) e; c) 1/e; d) e − 1; e) 2; f) 1/2.

2.629B Şirul (a_n) este definit prin $a_1 = 1$ şi $a_{n+1} = \sqrt{1+a_n^2}, \forall n \geq 1$. Să se calculeze termenul general a_n în funcţie de $n \geq 1$.

a) $n+1$; b) $n-1$; c) $\sqrt{n+1}$; d) $\sqrt{n-1}$; e) $\sqrt{n}$; f) n.

2.630B Se dă $f(x) = \ln\left(1+\dfrac{2}{x}\right)$. Să se calculeze limita şirului cu termenul general $u_n = f(1) + f(2) + \ldots + f(n)$.

a) ∞; b) 0; c) 1; d) 2; e) $\frac{1}{2}$; f) $-\infty$.

2.631B Fie şirul $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definit de relaţia $x_{n+1} = \frac{1}{3}(b + x_n + x_{n-1}^2), \forall n \geq 2$, $x_1 = x_2 = 0, b \in [0,1]$. Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

a) ∞; b) $1+\sqrt{1-b}$; c) $1-\sqrt{1-b}$; d) $\sqrt{1-b}$; e) 1; f) $-\sqrt{1-b}$.

2.632B Se consideră şirul $a_n = \left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)\left(1-\dfrac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\dfrac{n}{n+1}\right)$.

Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$.

a) 0; b) ∞; c) 1; d) şirul este divergent; e) e; f) $\frac{1}{e}$.

2.633B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \left(2-\sqrt{\operatorname{tg} x}\right)^{\frac{1}{\sin x-\cos x}}$.

a) $e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}}$; b) $\sqrt{e}$; c) ∞; d) 0; e) e; f) e^2.

2.634B Ce relaţie există între numerele reale a, b, c dacă

$$\lim_{n\to\infty}[a\ln(n+1)+b\ln(n+2)+c\ln(n+3)]=0?$$

a) $a+b=0$; b) $a=b=-1$; c) $a+b+c=0$; d) $a+b<0$; e) $a+b=c$; f) $2b=a+c$.

2.635B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\sin x}\sin\dfrac{1}{x}$.

a) 1; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{3}$; d) 2; e) 0; f) limita nu există.

2.636B Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)-x^2}{x^4}$.

a) $-\dfrac{1}{2}$; b) 0; c) $\dfrac{1}{2}$; d) 1; e) -1; f) 2.

2.637B Fie şirul $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ dat prin relaţia de recurenţă $x_{n+1}=\frac{1}{2}(x_n+\frac{a}{x_n})$, $n\in\mathbb{N}$, $x_0=b$, unde $a,b\in\mathbb{R}^*, a>0$. Atunci

a) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este divergent; b) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este strict crescător; c) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este strict descrescător; d) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este convergent şi are limita $\ell=0$; e) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este convergent şi are limita $\ell\in\{\pm\sqrt{a}\}$; f) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este convergent şi are limita $\ell=-\sqrt{a}$.

2.638B Cunoscând că $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{\sqrt[n]{n!}}=\mathrm{e}$, să se calculeze $\ell=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n!}}{\sqrt[n+1]{(n+1)!}}$.

a) $\ell=1$; b) $\ell=0$; c) $\ell=\infty$; d) $\ell=\dfrac{1}{2}$; e) $\ell=\mathrm{e}$; f) $\ell=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

2.639B Fie şirul $x_n=\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c}}{3}\right)^n$, $a,b,c>0$ şi $\ell=\lim x_n$. Atunci

a) $\ell=1$; b) $\ell=0$; c) $\ell=\infty$; d) $\ell=e$; e) $\ell=\sqrt[3]{abc}$; f) $\ell=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

2.640B Şirul $\{x_n\}\subset\mathbb{N}^*$ definit prin $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_3}+\ldots+\dfrac{x_{n-1}}{x_n}+\dfrac{x_n}{x_1}=n, \forall n\in\mathbb{N}^*$, este

a) strict crescător; b) strict descrescător; c) oscilant; d) constant; e) divergent; f) nemărginit.

2.641B Restrângeţi expresia $t=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}$.

a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; b) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$; c) $\sqrt{5}$; d) $\sqrt{3}$; e) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; f) 1.

2.642C Limita x a şirului $x_n=\dfrac{1^2}{n^3+1^2}+\dfrac{2^2}{n^3+2^2}+\ldots+\dfrac{n^2}{n^3+n^2}$ este

a) $x=2$; b) $x=\frac{1}{2}$; c) $x=\frac{1}{3}$; d) $x=0$; e) $x=\mathrm{e}$; f) $x=\infty$.

2.643C Să se determine $k\in\mathbb{N}$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1^k+2^k+\cdots+n^k}$ să fie finită.

a) nu există; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) $k\in\mathbb{N}$.

2.644C Fie $x_n=(\sqrt{2}+1)^n$. Pentru orice $n\geq 1$ există numere naturale a_n, b_n astfel încât $x_n=a_n+b_n\sqrt{2}$. Să se calculeze $\ell=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$.

a) $\ell=0$; b) nu există; c) $\ell=\sqrt{2}$; d) $\ell=\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $\ell=\infty$; f) $\ell=-\sqrt{2}$.

2.645C Să se studieze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\mathrm{e}^{-3x(\cos x+3\sin x)}}{\mathrm{e}^{-2x(\cos x+\sin x)}}$.

a) nu există; b) 0; c) ∞; d) $-\infty$; e) 1; f) -1.

2.646C Fie $\ell=\lim\limits_{x\to\infty}\left|\dfrac{\sin x}{x}\right|^{\frac{\sin x}{x-\sin x}}$. Atunci

a) $\ell=1$; b) $\ell=0$; c) $\ell=+\infty$; d) $\ell=\frac{1}{\mathrm{e}}$; e) $\ell=\mathrm{e}$; f) $\ell=\mathrm{e}^2$.

2.647C La un calculator electronic de buzunar prevăzut cu tastele funcţionale $\sin x$, $\cos x$, e^x, $\ln x$, $\sqrt{x}$ şi $\operatorname{arctg} x$, un elev face următorul experiment: introduce în calculator un număr $x_0>0$ şi apoi apasă o aceeaşi tastă funcţională de un număr de ori (suficient de mare) până constată că i se afişează valoarea 1. Pe ce tastă funcţională a apăsat elevul?

a) $\sin x$; b) $\cos x$; c) e^x; d) $\ln x$; e) $\sqrt{x}$; f) $\operatorname{arctg} x$.

2.648C Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\pi-2\operatorname{arctg} x\right)$.

a) 1; b) 3; c) π; d) 2; e) $\frac{1}{\pi}$; f) $-\pi$.

2.649C Fie şirul $a_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{k^2+k}{n^3+k^2}$. Să se afle $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

a) 1/2; b) 2; c) 3; d) 1/3; e) 1; f) 1/6.

2.650C Să se determine $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin|\ln x|}{x-1}$.

a) 1; b) -1; c) 0; d) ∞; e) nu există; f) e.

2.651C Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} (n^2+n+2)^{\frac{1}{n^2+n+1}}$.

a) 1; b) 0; c) $\sqrt{e}$; d) $\frac{1}{2}$; e) 2; f) $\sqrt[3]{e}$.

2.652C Să se determine limita şirului $\{x_n\}$ definit prin $0 < x_n < 1$, $\log_4(x_n+2) - \log_2 x_n = n$, $n \in \mathbb{N}$.

a) 0; b) 1; c) ∞; d) 2; e) $\frac{1}{2}$; f) $\sqrt{2}$.

2.653C Dacă $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ satisface condiţia $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1^2+\cdots+x_n^2}{n} = 0$, atunci

a) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este şir crescător; b) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este şir descrescător;
c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_1+\cdots+x_n}{n} = 0$; d) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; e) $\lim\limits_{n\to\infty} (x_1^2+\cdots+x_n^2) = 0$;
f) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este nemărginit.

2.654C Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} n^k \left(\sqrt{\dfrac{n-1}{n}} - \sqrt{\dfrac{n+1}{n+2}}\right)\left(a^{\frac{1}{n}} - 1\right)$, pentru $a \in (0,1)$ şi $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 3$.

a) $-\ln a$ pentru $k = 3$ şi ∞ pt. $k > 3$; b) limita nu există; c) $\ln\frac{1}{a}$; d) ∞; e) 0; f) 1.

2.655C Să se determine numărul real c pentru care funcţia $f : (0,2] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2cx\ln(ex) + c^2}, & x \in (0,1) \\ c + 3x, & x \in [1,2] \end{cases}$$

are limită în $x = 1$.

a) 3; b) -1; c) 1 şi 2; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{1}{2}$; f) radicalul nu este definit pe (0,1).

2.656C Fie funcţia polinomială $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x$. Dacă g este câtul împărţirii lui f la x^2+1, să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{g(1)+g(2)+\ldots+g(n)}{n^3}$

a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{8}$; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{4}{3}$; f) $\frac{1}{4}$.

2.657C Să se determine $k \in \mathbb{N}^*$ dacă

$$\lim_{n\to\infty} \frac{kn^3 + 1 + (1+2) + (1+2+3) + \ldots + (1+2+\ldots n)}{n^3+n^2+1} = \frac{7}{6}.$$

a) 5; b) 3; c) 1; d) 2; e) nu există; f) 4.

2.658C Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$, unde $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sin x + \cos x}{1+x^2}$.

a) 2; b) $\frac{2}{3}$; c) 0; d) 1; e) $\frac{1}{4}$; f) f nu are limită pentru $x \to \infty$.

2.659C Fie $\ell = \lim\limits_{x\nearrow 1}(1-x)^2 f(x) - \lim\limits_{x\searrow 1} f(x)$, unde $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)$,

$f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \begin{cases} 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + nx^{n-1}, & x \leq 1 \\ e^{n(1-x)}, & x > 1 \end{cases}$. Atunci ℓ este

a) 0; b) -1; c) 1; d) ∞; e) nu există; f) $-\infty$.

2.660C Se dau funcţiile $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$, $g(x) = e^{-x}\sin x$, $h(x) = e^x(2+\sin x)$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} h(x) = \infty$;
b) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ nu există, $\lim\limits_{x\to infty} h(x)$ nu există;
c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ nu există, $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ nu există;
d) $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} h(x)$ nu există;
e) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ nu există, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ nu există, $\lim\limits_{x\to\infty} h(x)$ nu există;
f) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ nu există, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} h(x) = \infty$.

2.661C Valoarea limitei $\ell = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+a_1+a_2+\ldots+a_n)^{nx+a_1+a_2+\ldots+a_n}}{(x+a_1)^{x+a_1}\cdot(x+a_2)^{x+a_2}\ldots(x+a_n)^{x+a_n}}$ este

a) $\ell = \frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}$; b) $\ell = \sqrt[n]{a_1a_2\ldots a_n}$; c) $\ell = a_1a_2\ldots a_n$; d) $\ell = \frac{1}{a_1a_2\ldots a_n}$;
e) $\ell = \frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots\frac{1}{a_n}}$; f) $\ell = e^{(n-1)(a_1+a_2+\ldots+a_n)}$.

2.3 Funcţii continue

2.662A Determinaţi mulţimea de definiţie a funcţiei $f(x) = \sqrt{\sin x - \cos x}$.

a) $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} (k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{3\pi}{4})$; b) $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} [2k\pi + \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{5\pi}{4}]$; c) $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} [2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{2\pi}{3}]$;
d) $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} [2k\pi - \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{\pi}{4}]$; e) $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} [2k\pi, 2k\pi + \pi]$; f) $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} [2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \pi]$.

2.663A Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[n]{x}-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$ este continuă dacă

a) $a = n$; b) $a = \frac{1}{n}$; c) $a = 1$; d) $a = -1$; e) $a = e$; f) $a = \frac{1}{e}$.

2.664A Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$ este continuă dacă

a) $a \in \mathbb{R}$, $b = 1$; b) $a = 1$, $b = 2$; c) $a = 1$, $b > 1$;
d) $a = -1$, $b = 2$; e) $a = b = -1$; f) $a = 1$, $b \in \mathbb{R}$.

2.665A Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x^2+1, & x<2\\ a, & x=2\\ 5x-1, & x>2\end{cases}$ este continuă dacă

a) $a=1$; b) $a\in\mathbb{R}$; c) $a>1$; d) $a=9$; e) $a=5$; f) $a=4$.

2.666A Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2\\ a, & x=2\end{cases}$ este continuă dacă

a) $a=1$; b) $a\in\mathbb{R}$; c) $a>1$; d) $a=9$; e) $a=5$; f) $a=4$.

2.667A Funcţia $f:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-\cos x^2}}{1-\cos x}, & x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\setminus\{0\}\\ a, & x=0\end{cases}$$

este continuă pentru

a) $a=1$; b) $a\in\mathbb{R}$; c) $a=\sqrt{2}$; d) $a=-\sqrt{2}$; e) $a=\sqrt{3}$; f) $a=-\sqrt{3}$.

2.668A Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia

$$f:[0,2]\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{6\sin a(x-1)}{x-1}, & x\in[0,1)\\ 5x+a, & x\in[1,2]\end{cases}$$

să fie continuă.

a) 1; b) 5; c) 10; d) 2; e) 0; f) nu există.

2.669A Să se determine $m\in\mathbb{R}$ dacă funcţia $f(x)=\begin{cases}2x+m, & x\leq 1\\ m^2x+2, & x>1\end{cases}$ este continuă pe $\mathbb{R}$.

a) $m=0$; b) $m=1$; c) $m=2$; d) $m\in\{0,1\}$; e) nu există; f) $m=-1$.

2.670A Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leq 1\\ 3-ax^2, & x>1\end{cases}$, $a\in\mathbb{R}$, este continuă. Atunci

a) $a=\frac{1}{2}$; b) $a=2$; c) $a=0$; d) $a=\sqrt{2}$; e) $a=1$; f) $a=-1$.

2.671A Aflaţi $a,b\in\mathbb{R}$ astfel ca funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}ax+3, & x<b\\ 4a, & x=b\\ 3x+a, & x>b\end{cases}$ să fie continuă pe domeniul de definiţie.

a) $a=1,b=0$; b) $a=2,b=3$; c) $a=3,b=1$; d) $a=2,b=2$; e) $a=2,b=1$; f) $a=1,b=1$ sau $a=3,b=3$.

2.672A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x+x^32^{nx}}{1+2^{nx}}$, iar A mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei f. Atunci

a) $A=\varnothing$; b) $A=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; c) $A=\mathbb{R}$; d) $A=\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$; e) A este finită; f) A nu conţine 0.

2.673A Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită de

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax}{x^2-3x+2}, & x\in(-\infty,0]\\ x\ln x, & x\in(0,1]\\ e^{-x}-b, & x\in(1,\infty)\end{cases}$$

să fie continuă pe $\mathbb{R}$.

a) $a=0$, $b=\frac{1}{e}$; b) $\forall a\in\mathbb{R}$, $b=\frac{1}{e}$; c) $a=0$, $b=0$; d) problema nu are soluţie; e) $\forall a,b\in\mathbb{R}$; f) $a=1,b=e$.

2.674A Să se determine mulţimea punctelor de discontinuitate ale funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$; $f(x)=[x]\sin\pi x$. ($[a]$ este partea întreagă a numărului real a).

a) $\mathbb{Z}$; b) $\mathbb{Z}^*$; c) $\mathbb{Q}$; d) $\varnothing$; e) $\mathbb{Q}^*$; f) $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$.

2.675A Fie a un număr real fixat şi funcţia

$$f:\left[0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R},\quad f(x)=\begin{cases}a\sin x+\cos x, & x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right],\\ \operatorname{tg}x+a\operatorname{ctg}x, & x\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right).\end{cases}$$

Pentru ce valoare a parametrului a funcţia f este continuă în punctul $\frac{\pi}{4}$?

a) $a=-1$; b) $a=2$; c) $a=\sqrt{2}-1$; d) $a=-2$; e) $a=1$; f) $a=\sqrt{2}+1$.

2.676A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}A\,e^{2x}, & x\leq 0\\ \sin 2x+B\cos 3x, & x>0.\end{cases}$

Să se determine constantele reale A şi B astfel încât f să fie continuă.

a) $A=B$; b) $A+B=0$; c) $2A=B$; d) $A=2B$; e) $A<B$; f) $A>B$.

2.677A Funcţia $f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{2}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ este continuă în $x=0$ doar dacă

a) $a=1$; b) $a=2$; c) funcţia f nu poate fi continuă în $x=0$; d) $a=\infty$; e) $a=0$; f) $a=1/2$.

2.678A Fie $a \in \mathbb{R}$ şi fie $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 2x}{x} - a^2\dfrac{\ln(1+x)}{x}, & x \in (-1,0) \\ \ln(1+x), & x \in [0,\infty). \end{cases}$

Fie S suma valorilor lui a pentru care f este funcţie continuă.
Care afirmaţie este adevărată ?
a) $S = \sqrt{2}$; b) $S = 1$; c) $S = 0$; d) $S = 1 + \sqrt{2}$; e) $S = -1$; f) $S = -\sqrt{2}$.

2.679A Se ştie că un punct de discontinuitate este de prima speţă dacă limitele laterale există şi sunt finite sau de speţa a doua în caz contrar. Fie funcţia

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}, & x \neq 0,\ x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Dacă $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, atunci
a) x_1 este punct de continuitate, x_2 este punct de discontinuitate; b) x_1 şi x_2 sunt puncte de continuitate; c) ambele sunt puncte de discontinuitate de prima speţă; d) ambele sunt puncte de discontinuităţi de speţa a doua; e) x_1 este punct de discontinuitate de speţa a doua, x_2 este punct discontinuitate de prima speţă; f) x_1 este punct de discontinuitate de prima speţă, x_2 este punct de discontinuitate de speţa a doua.

2.680B Fie ecuaţia $(x+1)2^{x+1} = 1$. Care afirmaţie este adevărată ?
a) ecuaţia nu are soluţii reale în intervalul $(-\infty, 0]$; b) ecuaţia nu are soluţii reale; c) ecuaţia are cel puţin o soluţie reală în intervalul $[0, 2]$; d) ecuaţia are cel puţin o soluţie reală în intervalul $[-1, 0]$; e) ecuaţia are exact două soluţii reale în intervalul $[-\frac{1}{2}, 1]$; f) ecuaţia are cel puţin o soluţie reală în $[0, \infty)$.

2.681B Aflaţi punctele de discontinuitate ale funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{x^{2n+2}}{x^{2n} + 2^{2n}}}.$$

a) ± 1; b) 0; c) $\pm\sqrt{2}$; d) nu există; e) ± 2; f) afirmaţiile precedente sunt false.

2.682B Punctele de discontinuitate ale funcţiei $f : [0, 2) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - [x^2]$, sunt
a) 1,2,3; b) 1, $\sqrt{2}$; c) 1, $\sqrt{2}$; d) 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$; e) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$; f) nu există.

2.683B Punctele de discontinuitate ale funcţiei $f : [0, 10] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - [\sqrt{x}]$, sunt
a) $1, 2, 3, \ldots, 9$; b) 1, 9; c) 1, 2, 5; d) 0,1,2,9; e) 1,4,9; f) nu există.

2.684B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{nx}}{1 + e^{nx}}$. Atunci
a) f este continuă; b) $x = 0$ este punct de discontinuitate de speţa a doua; c) ± 1 sunt puncte de discontinuitate de speţa întâi; d) f este continuă în trei puncte; e) f este continuă în $x = 0$; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.685B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x + x^2 e^{nx}}{1 + e^{nx}}$. Atunci
a) f este continuă; b) $x = 0$ este punct de discontinuitate de speţa a doua; c) ± 1 sunt puncte de discontinuitate de speţa întâi; d) f este discontinuă în trei puncte; e) f este discontinuă în $x = 0$; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.686B Care din următoarele două funcţii $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$, $g(x) = \dfrac{\sin x}{|x|}$ pot fi prelungite prin continuitate în $x = 0$?
a) ambele; b) nici una; c) g da, f nu; d) f da, g nu; e) nu se pune problema deoarece sunt deja continue în 0; f) nu se pune problema deoarece nu sunt definite în 0.

2.687B Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcţia

$$f : [1, 3] \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2ax + a^2}, & x \in [1, 2) \\ ax + 3, & x \in [2, 3) \end{cases}$$

să fie continuă.
a) $a = 0, a = 1$; b) $a = -\frac{1}{3}$; c) $a = 10$; d) $a = -\frac{1}{7}$; e) $a = -5, a = -\frac{1}{3}$; f) $a = \frac{2}{3}$.

2.688B Pentru ce $m \in \mathbb{R}$ funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^m \cos\frac{2}{x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ este continuă pe $\mathbb{R}$?
a) $m = 1$; b) $m \geq 1$; c) $m > 0$; d) $m = 0$; e) nu există; f) $m = 2$.

2.689B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \sin^{2n} x$ şi fie k numărul de puncte de discontinuitate ale funcţiei în intervalul $[-\pi, \pi]$. Atunci
a) $k = 0$; b) $k = 1$; c) $k = 2$; d) $k = 4$; e) $k = 5$; f) $k = 3$.

2.690B Funcţia $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{-x}} \operatorname{arctg}\sqrt{-x}, & x \in (-1, 0) \\ k, & x = 0 \\ \dfrac{a}{\sqrt{x}} \ln\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, & x \in (0, 1) \end{cases}$

unde $a, k \in \mathbb{R}$, este continuă în origine pentru

a) $a=\frac{1}{2}, k=1$; b) $a=k=1$; c) $a=2, k=1$; d) $a=\frac{1}{2}, k=2$; e) $a=1, k=2$; f) $a=k=2$.

2.691B Aflaţi mulţimea punctelor de discontinuitate ale funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases} x^3+x^2, & x\in\mathbb{Q} \\ 3(x+1), & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}. \end{cases}$$

a) $\mathbb{R}\setminus\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$; b) $\{\sqrt{3}\}$; c) $\{-\sqrt{3}\}$; d) $\{-1,\sqrt{3}\}$; e) $\mathbb{R}\setminus\{-\sqrt{3},\sqrt{3},-1\}$; f) $\mathbb{R}\setminus\{\sqrt{3},-1\}$.

2.692B Să se determine m şi n astfel încât funcţia $f(x)=\arcsin\dfrac{x^2+mx+n}{x^2+1}$ să fie continuă pe $\mathbb{R}$.

a) $m\in[-1,1], n=0$; b) $\forall m,n\in\mathbb{R}$; c) problema nu are soluţie; d) $m=0, n\in(-1,1)$; e) $m\in(-1,1), n=0$; f) $m=0, n\in[-1,1]$.

2.693B Se dă funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\cos x$. Fie ℓ suma lungimilor intervalelor componente ale mulţimii $A=\{x\in[0,2\pi]\mid f(x)\geq 0\}$. Atunci

a) $\ell=\frac{\pi}{4}$; b) $\ell=\frac{\pi}{2}$; c) $\ell=\frac{3\pi}{4}$; d) $\ell=\pi$; e) $\ell=\frac{5\pi}{4}$; f) $A=\{0,2\pi\}$.

2.694B Se consideră funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{1+x^n}$. Care dintre următoarele afirmaţii este cea adevărată ?

a) f este monoton crescătoare; b) f are un singur punct de discontinuitate; c) f are proprietatea lui Darboux; d) f are limită în punctul $x=1$; e) graficul lui f admite o asimptotă verticală; f) f este nemărginită.

2.695B Funcţia continuă $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ care verifică condiţia $f(x^2)=f(x)$, $\forall x\geq 0$, este

a) o constantă; b) e^x; c) $\ln x$; d) $\alpha x+\beta$; e) $\sin x$; f) $\cos x$.

2.696B Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}+b, & x<0 \\ a, & x=0 \\ x^x, & x>0 \end{cases}$ este continuă în $x=0$ dacă şi numai dacă

a) $a=0, b=1$; b) $a=0, b=-1$; c) $a=b=0$; d) $a=1, b=-1$; e) $a=1, b=0$; f) $a=-1, b=-1$.

2.697C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\in\mathbb{Q} \\ x+3, & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}$. Atunci

a) f este continuă; b) $x=-1$ este punct de discontinuitate de speţa întâi; c) ± 1 sunt puncte de discontinuitate de speţa a doua; d) f este continuă

în două puncte; e) f este continuă într-un singur punct; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.698C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} -x^2+2, & x\in\mathbb{Q} \\ x^3, & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}$. Atunci

a) f este continuă; b) $x=1$ este punct de discontinuitate de speţa întâi; c) ± 1 sunt puncte de discontinuitate de speţa a doua; d) f este continuă în două puncte; e) f este continuă într-un singur punct; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.699C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=[x]+3$. Atunci

a) f este continuă; b) $x=1$ este punct de discontinuitate de speţa a doua; c) f nu are proprietatea lui Darboux; d) f are proprietatea lui Darboux; e) f este discontinuă într-un singur punct; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.700C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x, & x\in\mathbb{Q} \\ x^3, & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}$. Atunci

a) f este continuă; b) $x=1$ este punct de discontinuitate de speţa întâi; c) f nu are proprietatea lui Darboux; d) f are proprietatea lui Darboux; e) f este discontinuă într-un număr finit de puncte; f) f este discontinuă în $x=0$.

2.701C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} \cos\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$. Atunci

a) f este continuă; b) $x=0$ este punct de discontinuitate de speţa întâi; c) f nu are proprietatea lui Darboux; d) f are proprietatea lui Darboux; e) f este discontinuă într-un număr infinit de puncte; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.702C Fie $f:[0,1]\to[0,1]$ o funcţie continuă. Atunci

a) $f(1)=1$; b) $f(1)=0$; c) există $x\in[0,1]$ astfel încât $f(x)=1$; d) există $x\in[0,1]$ astfel încât $f(x)=x$; e) $f(0)=0$; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.703C Să se precizeze mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\in\mathbb{Q} \\ x+3, & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}$$

a) $\mathbb{R}$; b) $\{-1,2\}$; c) $\{-1,0\}$; d) $\{0,2\}$; e) $\varnothing$; f) $\mathbb{Q}$.

2.704C Determinaţi funcţiile continue $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ cu proprietatea $f(x)=f(2x+1), \forall x\in\mathbb{R}$.

a) f este funcţia nulă; b) $f(x)=x$; c) nu există; d) f este constantă; e) f este o funcţie de gradul al doilea; f) f este o funcţie de gradul întâi.

2.705C Fie $0<a<1$ şi $b>0$. Atunci ecuaţia $x=a\sin x+b$:

a) nu are soluţii pozitive; b) nu are soluţii reale; c) are cel puţin o soluţie în $(0,a+b]$; d) are soluţia $2a+2b$; e) are soluţia $b+1$; f) are cel puţin o soluţie în $(a+b,2a+2b)$.

2.706C Să se afle tipul funcţiei elementare $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, continuă pe $\mathbb{R}$, pentru care $f(0)=1/2$, $f(x)-f(x/2)=x$.

a) exponenţială; b) polinom de gradul întâi; c) polinom de gradul doi; d) logaritmică; e) funcţie constantă; f) $f(x)=x^n, n\in\mathbb{N}^*$.

2.707C Să se determine numărul de soluţii ale ecuaţiei $x^3+4x-6=0$ situate în intervalul $[1,2]$.

a) 0; b) 2; c) 3; d) 1; e) o infinitate; f) cel puţin două.

2.708C Fie $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Dintre variantele a),..,f) alegeţi pe aceea pentru care propoziţia "f şi g sunt discontinue în origine şi totuşi $f\circ g$ este continuă în origine" este adevărată.

a) $f(x)=|x|, g(x)=\operatorname{sgn}x$; b) $f(x)=x^2, g(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbb{Q}\\ 0, & x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\end{cases}$;

c) $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}0, & x\neq 0\\ \pi, & x=0\end{cases}$; d) $f(x)=\operatorname{sgn}x$, $g(x)=|x|$; e) $f(x)=[x], g(x)=\sin x$; f) $f(x)=\sin x, g(x)=\cos x$.

2.709C Fie $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x, & \text{dacă } x\in\mathbb{Q}\cap(0,1)\\ 1-x, & \text{dacă } x\in(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})\cap(0,1).\end{cases}$

Care afirmaţie este adevărată ?

a) f nu este continuă şi are proprietatea lui Darboux; b) f este continuă;
c) f este derivabilă; d) f nu este continuă şi nu are proprietatea lui Darboux;
e) f este continuă şi are proprietatea lui Darboux;
f) nici una dintre afirmaţiile anterioare nu este adevărată.

2.710C Se dau funcţiile $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to(0,2)$, $g:(0,2)\to\mathbb{R}$ şi $h:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$ astfel încât

$$g(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x, & \text{dacă } x\in(0,1]\\ \frac{x+1}{3}, & \text{dacă } x\in(1,2)\end{cases}, \quad h(x)=\cos x \text{ şi } h=g\circ f.$$

Dacă $A=\left\{x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\mid f \text{ este discontinuă în } x\right\}$, atunci

a) $A=\varnothing$; b) $A=\left\{\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right\}$; c) $A=\left\{\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right\}$; d) $A=\left\{\frac{\pi}{6}\right\}$; e) $A=\left\{\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right\}$; f) $A=\left\{\arccos\frac{2}{3}\right\}$.

2.711C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^3-2x & \text{dacă } x\in\mathbb{Q}\\ x^2-2 & \text{dacă } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\end{cases}$. Determinaţi mulţimea punctelor în care funcţia f este continuă.

a) $\{-\sqrt{2},0\}$; b) $\{-\sqrt{3},1,\sqrt{3}\}$; c) $\{0,\sqrt{2}\}$; d) $\{0,1,\sqrt{2}\}$; e) $\{-\sqrt{2},0,1,\sqrt{2}\}$; f) $\{-\sqrt{2},1,\sqrt{2}\}$.

2.712C Pentru ce valori ale lui $a,b\in\mathbb{R}$ funcţia

$$f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{a}{x^2}, & x<0\\ ax+b, & x\geq 0\end{cases}$$

este continuă ?

a) $a=b=1$; b) $a=b$; c) $a\in\mathbb{R}$ şi $b=0$; d) f este discontinuă pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$; e) $a=0$ şi $b\in\mathbb{R}$; f) $a=0, b=1$.

2.713C Fie $f:[0,2]\to[0,1]$ definită de $f(x)=x-[x]$ (unde $[\,]$ este funcţia "parte întreagă"). Atunci

a) f este continuă; b) $\operatorname{Im}f$ nu este un interval;
c) $\operatorname{Im}f$ este un interval, iar f are proprietatea lui Darboux;
d) f nu are proprietatea lui Darboux cu toate că $\operatorname{Im}f$ este un interval;
e) f nu este continuă, dar are proprietatea lui Darboux;
f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.4 Derivabilitate

2.714A Se consideră funcţia

$$f:\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}, \quad f(x)=\begin{cases}\ln(1+2x), & -\frac{1}{2}<x\leq 0,\\ \alpha x, & x>0,\end{cases}$$

unde α este un parametru real. Să se determine α astfel încât f să fie derivabilă în punctul $x=0$.

a) $\alpha=2$; b) $\alpha=-3$; c) $\alpha=-1$; d) $\alpha=1$; e) $\alpha=3$; f) $\alpha=-2$.

2.715A Care dintre următoarele derivate este cea corectă ?

a) $f(x)=e^{x^2}$, $f'(x)=(1+x)e^{x^2}$; b) $f(x)=\frac{1}{1+|x|}$, $f'(x)=\frac{-1}{(1+|x|)^2}$;
c) $f(x)=\ln(1+e^x)$, $f'(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$; d) $f(x)=\sin x$, $f'(x)=\sin x$;

e) $f(x)=\sqrt{x}$, $f'(x)=2x$; f) $f(x)=1$, $f'(x)=1$.

2.716A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$ şi $\lambda=f'(0)$. Atunci

a) $\lambda=-1$; b) $\lambda=0$; c) $\lambda=1$; d) $\lambda=\infty$; e) $\lambda=-\infty$; f) f nu are derivată în $x=0$.

2.717A Care este valoarea lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care funcţia

$$f:[0,2\pi]\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\in(0,\pi)\\ ax+\pi, & x\in[\pi,2\pi]\end{cases}$$

este derivabilă ?

a) $a=\pi$; b) $a=-\pi$; c) $a=1$; d) $a=-1$; e) $a=\frac{\pi}{2}$; f) $a=2$;

2.718A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$. Punctele în care f nu este derivabilă sunt

a) $-2,2$; b) $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$; c) $-1,1$; d) $-e,e$; e) 0; f) funcţia este derivabilă.

2.719A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4e^{2x}$. Atunci valoarea lui $f^{(5)}(0)$ este

a) 1; b) 0; c) $\frac{1}{4!}$; d) $10\cdot 4!$; e) $\frac{1}{5}$; f) $\frac{4}{5}$.

2.720A Derivata funcţiei $f(x)=x^x-a^x-x^a$, $x>0$, $a>0$, în punctul $x=a$ este

a) a; b) 0; c) a^a; d) $a^a\ln a$; e) $a^a(1+\ln a)$; f) $a^a\left(1-\frac{1}{a}\right)$.

2.721A Derivata laterală la dreapta, $f'_d(0)$, în punctul $x=0$, a funcţiei $f:[0,\frac{\pi}{2})\to\mathbb{R}$, $f(x)=(\sin x)^{\cos x}+(\cos x)^{\sin x}$, este

a) 1; b) 0; c) $-\infty$; d) ∞; e) -1; f) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.722A Fie $f:(-2\pi,2\pi)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt[3]{\sin x}$. Să se determine punctele în care f nu este derivabilă, dar are derivată.

a) $0,\pm\pi$; b) $\pm\pi$; c) $\pm\frac{\pi}{2}$; d) $0,\pm\frac{\pi}{2}$; e) $0,\pm\frac{3\pi}{2}$; f) nu există.

2.723A Derivatele laterale $f'_s(\pi)$, $f'_d(\pi)$ ale funcţiei $f(x)=|\cos x|$ sunt

a) $1,-1$; b) $-1,1$; c) 0,0; d) 1,1; e) $-1,-1$; f) nu există.

2.724A Să se precizeze dacă funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|x|$, $g(x)=x|x|$ sunt derivabile în origine

a) f da, g nu; b) ambele; c) nici una; d) f nu, g da; e) nu se pune problema; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.725A Derivata funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\ln\left(\frac{x+3}{x+2}\right)^5+\ln(x+1)$$

în punctul $x=1$ este

a) 1; b) 5; c) $\frac{1}{4}$; d) 5!; e) $\frac{1}{12}$; f) $\frac{4}{5}$.

2.726A Derivata funcţiei $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{2\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}+\ln\frac{1-x}{1+x}$$

în punctul $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ este

a) 1; b) π; c) $\frac{\pi}{4}$; d) 0; e) $\frac{\pi}{2}$; f) $\frac{1}{2}$.

2.727A Fie $f:(-\infty,-1]\cup[1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+\sqrt{x^2-1})^\alpha$, $(\alpha\in\mathbb{R})$. Pentru orice $x\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$, valoarea expresiei

$$E(x)=(x^2-1)f''(x)+xf'(x)$$

este

a) $\alpha^2f(x)$; b) $f(x)$; c) 0; d) $f'(x)$; e) $\alpha f'(x)$; f) $\alpha^2f'(x)$.

2.728A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{x^2+ax+1}$, $a\in\mathbb{R}$. Pentru ce valori ale lui a funcţia este derivabilă pe $\mathbb{R}$?

a) $a\in(-2,2)$; b) $a\in\mathbb{R}$; c) $a=0$; d) $a\in(-\infty,-2]\cup(2,\infty)$; e) $a>2$; f) nu există.

2.729A Să se determine parametrii reali a,b astfel încât funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases}x^4+ax+2, & x<0\\ b+\ln(1+x^4), & x\geq 0\end{cases}$$

să fie derivabilă pe $\mathbb{R}$.

a) $a=0$, $b=2$; b) $a=2$, $b=0$; c) $a=1$, $b=-1$;
d) $a=-1$, $b=1$; e) $a=1$, $b=2$; f) $a=0$, $b\in\mathbb{R}$.

2.730A Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x^2+b, & x\leq 2\\ 2ax^3+11a, & x>2\end{cases}$ să fie derivabilă pe $\mathbb{R}$.

a) $a=1,b=1$; b) $a=2,b=3$; c) $a=\frac{1}{3},b=-1$; d) $a=1,b=2$; e) $a=\frac{1}{3},b=1$; f) $a=b=1$.

2.731A Să se calculeze $f'(0)$ pentru $f(x)=2^{|x+1|}$.

a) f nu este derivabilă; b) $2\ln 2$; c) 1; d) $\ln 2$; e) 2; f) 1.

2.732A Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este derivabilă şi impară. Atunci

a) f' este impară; b) $f'=0$; c) f' este pară; d) f' nu este nici pară nici impară; e) $f'(0)=0$; f) f' este crescătoare.

2.733A Ştiind că u şi v sunt funcţii derivabile stabiliţi care dintre următoarele reguli de derivare este greşită.

a) $\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{1}{u^2}u', u\neq 0$; b) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}, v\neq 0$;

c) $(u^v)'=u^v(v\ln u)', u>0, u\neq 1$; d) $\left(\frac{au+b}{cu+d}\right)'=\frac{ad-bc}{(cu+d)^2}u', a,b,c,d\in\mathbb{R}$;

e) $(\log_a u)'=\frac{1}{\ln a}\frac{u'}{u}, u>0, a>0, a\neq 0$; f) $(a^u)'=a^u u', a>0, a\neq e$.

2.734A Se consideră funcţia $f:[0,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\min\left\{x,\frac{2}{1+x^2}\right\}$. Să se determine $\{a\in[0,2]\mid f'(a)\ \text{nu există}\}$.

a) $\varnothing$; b) $\{1\}$; c) $\{0,1\}$; d) $\{1,2\}$; e) $(0,1)$; f) $[1,2]$.

2.735A Să se determine derivata funcţiei $f(x)=x^{x^2+1}, x>0$.

a) $(x^2+1)x^{x^2}$; b) $x^{x^2+1}\ln x$; c) $x^{x^2+1}(2x)\ln x$; d) $x^{x^2+1}\ln x+x^{x^2+1}$; e) $(x^2+1)x^{x^2}+2x^{x^2+2}\ln x$; f) $(x^2+1)x^{x^2}+2x^{x^2+1}\ln x$.

2.736A Determinaţi constantele reale l şi m astfel încât funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+l & \text{dacă } x\leq 2\\ mx+3l-6 & \text{dacă } x<2\end{cases}$$

să fie derivabilă pe $\mathbb{R}$.

a) $l=0, m=2$; b) $l=-1, m=3$; c) $l=-3, m=5$; d) $l=1, m=1$; e) $l=2, m=0$; f) $l=-2, m=4$.

2.737A Să se determine constantele reale a şi b astfel încât funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases} x^4+ax+2, & \text{dacă } x<0\\ b+\ln(1+x^2), & \text{dacă } x\geq 0\end{cases}$$

să fie derivabilă pe $\mathbb{R}$.

a) $a=1, b=1$; b) $a=2, b=2$; c) $a=1, b=2$; d) $a=1, b=-1$; e) $a=0, b=2$; f) $a=0, b\in\mathbb{R}$.

2.738A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2, & x<1\\ 2x, & x\geq 1\end{cases}$ şi $l=f'(1)$. Atunci

a) $l=2$; b) $l=0$; c) $l=-2$; d) l nu există ; e) $l=1$; f) $l=-1$.

2.739A Derivatele funcţiilor $f(x)=\sin(\arccos x)+\cos(\arcsin x)$, $x\in(-1,1)$ şi $g(x)=\arcsin(\sin x)+\arccos(\sin x)$, $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$, sunt

a) $f'(x)=\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}, g'(x)=0$; b) $f'(x)=\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}, g'(x)=1$;

c) $f'(x)=\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}, g'(x)=-1$; d) $f'(x)=\frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}, g'(x)=0$;

e) $f'(x)=\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}, g'(x)=2$; f) $f'(x)=\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}, g'(x)=-2$.

2.740B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$. Aflaţi $n\in\mathbb{N}^*$ ştiind că $f^{(n)}(0)=-72$.

a) $n=4$; b) $n=8$; c) $n=9$; d) $n=11$; e) $n=12$; f) $n=6$.

2.741B Fie $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\sin(\alpha\arccos x)}{\sqrt{1-x^2}}$, $(\alpha\in\mathbb{R})$. Pentru orice $x\in(-1,1)$, valoarea expresiei $E(x)=(x^2-1)f''(x)+3xf'(x)-(\alpha^2-1)f(x)$ este

a) $\alpha^2 f(x)$; b) $f(x)$; c) 0; d) $f'(x)$; e) $\alpha f'(x)$; f) $\alpha^2 f'(x)$.

2.742B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2-2x, & x\leq 0\\ -x^2-2x, & x>0\end{cases}$. Să se calculeze $(f^{-1})'(3)$.

a) $\frac{1}{4}$; b) $-\frac{1}{4}$; c) funcţia nu admite inversă; d) $\frac{1}{2}$; e) 1; f) $\frac{1}{3}$.

2.743B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x\cos\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0.\end{cases}$

Punctele de derivabilitate ale lui f sunt

a) 0; b) $\mathbb{R}$; c) nu există; d) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$; e) $\mathbb{R}\setminus\{0,\frac{2}{\pi}\}$; f) $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$.

2.744B Fie funcţia $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+x+\ldots+x^n}{x^n}$. Atunci

a) $f'(3)=0$; b) $f'(3)=\frac{1}{4}$; c) $f'(3)=-1$; d) $f'(3)=-\frac{1}{4}$; e) $f'(3)=1$; f) $f'(3)=\frac{1}{2}$.

2.745B Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} e^{1/(x^2+x)}, & x\in(-1,0)\\ a, & x\notin(-1,0)\end{cases}$$

să fie derivabilă.

a) $a=0$; b) $a=1$; c) $a=2$; d) $a=3$; e) $a=4$; f) nu există.

2.746B Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^m\sin\frac{1}{x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$.

Determinaţi $m\in\mathbb{R}$ dacă f este derivabilă o dată, dar nu de două ori pe $\mathbb{R}$.

a) $m=1$; b) $m>1$; c) $m\in(1,3]$; d) $m=4$; e) $m\in[1,3]$; f) nu există.

2.747B Fie $f(x) = \dfrac{3x^2-1}{3x^3} + \ln\sqrt{1+x^2} + \operatorname{arctg} x, x \neq 0$. Atunci

a) $f'(2) = \frac{33}{80}$; b) $f'(2) = \frac{32}{75}$; c) $f'(2) = \frac{32}{65}$; d) $f'(2) = 1$; e) $f'(2) = 3$; f) $f'(2) = -\frac{33}{79}$.

2.748B Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^{-x}x^2$ are derivata de ordin $n, n \geq 0$, scrisă sub forma $f^{(n)}(x) = (-1)^n e^{-x}(x^2 + a_n x + b_n)$. În acest caz, a_n şi b_n au valorile:

a) $a_n = -2n, b_n = n^2 - n$; b) $a_n = 2n, b_n = n^2$; c) $a_n = -2n, b_n = n$;
d) $a_n = 2n, b_n = 2n^2$; e) $a_n = -2n, b_n = n^2 + n$; f) $a_n = 2n, b_n = n$.

2.749B Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă de două ori şi $f''(1) = 1$. Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = f(ax+1), a \neq 0$. Atunci $g''(0)$ are valoarea

a) 1; b) 0; c) a; d) a^2; e) $-a$; f) 2.

2.750B Derivata de ordinul n, $n \geq 2$ a funcţiei $f(x) = x\ln(x+1), x > -1$ este

a) $\dfrac{(n-1)!}{(x+1)^{n-1}} + \dfrac{n!}{(x+1)^n}$; b) $\dfrac{(n-2)!}{(x+1)^{n-1}} + (-1)^n\dfrac{(n-1)!}{(x+1)^n}$;
c) $(-1)^n\dfrac{(n-2)!}{(x+1)^{n-1}} + (-1)^n\dfrac{(n-1)!}{(x+1)^n}$; d) $(-1)^n\dfrac{n!}{(x+1)^{n+1}}$;
e) $(-1)^{(n-1)}\dfrac{(n-2)!}{(x+1)^{n-1}} + (-1)^n\dfrac{(n-1)!}{(x+1)^n}$; f) $(-1)^n\dfrac{(n-1)!}{(x+1)^{n+1}}$.

2.751B Fie $f(x) = \dfrac{e^{\lambda x}}{x^2+\lambda^2}$, $\lambda \in \mathbb{R}^*$. Dacă x_1 şi x_2 sunt rădăcinile ecuaţiei $f'(x) = 0$ calculaţi $\lim\limits_{\lambda\to 0}\left(\dfrac{1+x_1x_2}{1-x_1x_2}\right)^{\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2}$.

a) 1; b) e^2; c) e; d) 0; e) $\sqrt{e}$; f) $+\infty$.

2.752B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{|x^2-6x+5|}{1+x^2}$. Atunci

a) f are limite la stânga şi la dreapta în punctul $x = 5$; b) f este derivabilă în $x = 1$; c) f este crescătoare; d) f este pară; e) graficul lui f admite asimptotică oblică; f) f este periodică.

2.753B În ce puncte din interiorul domeniului maxim de definiţie D, funcţia $f : D \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}$ nu este derivabilă ?

a) 10; b) 3; c) 1; d) 2; e) 8; f) 9.

2.754B Dacă $f : (0,\infty) \to (0,\infty), f(x) = (x^3)^{x^2}$, atunci $f'(2)$ este

a) $8^3(4 + 32\ln 8)$; b) $8^4(6 + \ln 8)$; c) $8^4(6 + 2\ln 64)$; d) $8^4 \cdot 6$; e) $8^4 \cdot 4\ln 8$; f) $8^3 \cdot 4$.

2.755B Pentru ce valori ale lui $a, b \in \mathbb{R}$ funcţiile $f(x) = x\ln(1+a|x|)$ şi $g(x) = \begin{cases} ax+b, & x \leq e \\ \ln^3 x, & x > e \end{cases}$ sunt derivabile ?

a) $a = b = 0$; b) nu există; c) $a = \dfrac{3}{e}$, $b = -2$; d) $a = e$, $b = 0$; e) $a = e$, $b \in \mathbb{R}$; f) $a \in \mathbb{R}$, $b = 1$.

2.756C Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 + x + 1$ şi fie $\lambda = (f^{-1})'(3)$. Atunci

a) $\lambda = \frac{1}{2}$; b) $\lambda = \frac{1}{3}$; c) $\lambda = \frac{1}{4}$; d) $\lambda = -\frac{1}{2}$; e) $\lambda = -1$; f) $\lambda = \frac{4}{3}$.

2.757C Fie $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = \sqrt[3]{x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x - 2}$ şi fie M mulţimea punctelor în care h nu are derivată. Fie k numărul elementelor lui M. Avem:

a) $M = \varnothing$; b) $k = 1$; c) $k = 2$; d) $k = 3$; e) $k = 4$; f) $k = 5$.

2.758C Fie $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \ln x + x + m$ şi M mulţimea acelor $m \in \mathbb{R}$ pentru care f este bijectivă. Pentru $m \in M$ calculaţi $\lambda = (f^{-1})'(m+1)$.

a) $\lambda = \frac{1}{2}$; b) $\lambda = m$; c) $\lambda = m - 1$; d) $\lambda = -\frac{1}{m^2+1}$; e) $\lambda = -1$;
f) $(\exists)\, m \in M$ pentru care f^{-1} nu este derivabilă în $m + 1$.

2.759C Fie $f(x) = \arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$ şi $g(x) = 2\operatorname{arctg} x, x \in \mathbb{R}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $f'(x) = g'(x), \forall |x| \leq 1$; b) $f'(x) = g'(x), \forall |x| < 1$;
c) $f'(x) = g'(x), \forall |x| > 1$; d) $f'(x) = g'(x), \forall |x| \geq 1$;
e) $f'(x) = g'(x), \forall x \in \mathbb{R}$; f) $f'(x) = g'(x), \forall |x| > -1$.

2.760C Să se calculeze $\ell = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)^{\frac{1}{\ln x}}$.

a) $\ell = 2$; b) $\ell = \dfrac{1}{e}$; c) $\ell = -\infty$; d) $\ell = \sqrt{e}$; e) $\ell = \dfrac{1}{2}$; f) $\ell = +\infty$.

2.761C Se consideră funcţia $f : (e,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\ln\left(\dfrac{1}{e} - \dfrac{1}{x}\right)$.
Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)$.

a) -1; b) 1; c) 2; d) e; e) $\frac{1}{e}$; f) funcţia nu este derivabilă.

2.762C Să se arate că funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$
este indefinit derivabilă pe $\mathbb{R}$ şi să se calculeze $f^{(n)}(0)$ pentru $n \geq 1$.

a) 1; b) 0; c) e^{-1}; d)-1; e) $\ln 2$; f) $e + e^{-1}$.

2.763C Fie $f(x) = e^{2x}$ şi $g(x) = e^{-x}$. Fie $a = f^{(10)}(-1) + g^{(19)}(2)$. Atunci
a) $a = 0$; b) $a = (2^{10} - 1)e^{-2}$; c) $a = 2^{10}e^2 + e^{-2}$; d) $a = 32e^2 - e^{-2}$;
e) $a = 1024e^2 + e^{-2}$; f) $a = 256e - e^{-2}$.

2.764C Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$, $f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este la rândul ei derivabilă pe $\mathbb{R}$, dar $f'' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, deşi este continuă pe $\mathbb{R}$, nu mai este derivabilă în punctul $x = 0$. Această situaţie se întâmplă pentru
a) $n = 1$; b) $n = 2$; c) $n = 3$; d) $n = 4$; e) $n = 5$; f) $n = 6$.

2.765C Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Ştiind că f este bijectivă, să se calculeze $(f^{-1})'(4)$.
a) 1/3; b) 0; c) 1/2; d) 1; e) 1/4; f) 2.

2.766C Fie $g(x) = e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}, x \geq 0$. Să se determine $\lim\limits_{x \searrow 0} g^{(n)}(x)$.
a) $\frac{1}{(2n-1)!!}$; b) $\frac{1}{2^n(2n-1)!!}$; c) $\frac{1}{2^{n-1}}$; d) $\frac{2^n}{(2n-1)!}$; e) $\frac{1}{2^{n-1}(2n-1)!!}$; f) $\frac{1}{2^n(2n-1)!!}$.

2.767C Punctele de continuitate ale funcţiei $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \in \mathbb{Q} \\ x^3, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ se află în mulţimea
a) $(1,2) \cup (8,9)$; b) $(1,2)$; c) $(1,2) \cup (9,10)$; d) $(0,1) \cup (10,11)$; e) $(2,3) \cup (9,10)$; f) $(9,10)$.

2.768C Fie $f(x) = \frac{1}{1+x}$, şi $a_n = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!} f^{(k)}(1)$, unde $f^{(k)}$ înseamnă derivata de ordin k ($f^{(0)} = f$, $0! = 1$). Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$.
a) $\frac{\pi^2}{8}$; b) $\frac{1}{e}$; c) ∞; d) 0; e) 1; f) nu există.

2.769C Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} Ae^{2x}, & x \leq 0 \\ \sin 2x + B \cos 3x, & x > 0 \end{cases}$. Să se determine constantele reale A şi B astfel încât f să fie derivabilă.
a) $A = B = 1$; b) $A = B = 2$; c) $A = 1, B = 2$;
d) $A = 2, B = 1$; e) $A = B = -1$; f) $A = B = 3$.

2.770C Se dă $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Atunci
a) f nu este continuă în $x = 0$; b) f nu este derivabilă în $x = 0$; c) f este derivabilă în $x = 0$, dar f' nu este continuă în $x = 0$; d) f este derivabilă în

$x = 0$ şi f' este continuă în $x = 0$; e) f este derivabilă de două ori în $x = 0$; f) f este derivabilă de oricâte ori în $x = 0$.

2.771C Dacă notăm prin $[a]$ partea întreagă a numărului real a, atunci funcţia
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} x\left[\frac{1}{x}\right], & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$
a) este derivabilă; b) este continuă; c) este derivabilă în $x = 1$; d) este continuă în $x = 1$; e) este continuă în $x = 0$; f) este derivabilă în $x = -1$.

2.772C Pentru funcţia $f(x) = (x+1)^{2/3} + (x-1)^{2/3}$, $x \in \mathbb{R}$, punctele $x_1 = -1$, $x_2 = 1$ sunt
a) puncte critice (cu derivata nulă); b) puncte de discontinuitate; c) puncte de derivabilitate; d) puncte unghiulare; e) puncte cu derivata infinită; f) puncte de întoarcere.

2.5 Studiul funcţiilor cu ajutorul derivatei

2.773A Soluţiile reale ale ecuaţiei $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + a = 0$ unde $a \in (5, 32)$ verifică
a) $x_1, x_2, x_3 \in (-1, 0)$; b) $x_1, x_2 \in (-1, 2)$; c) $x_1, x_2 \in (2, 3)$;
d) $x_1 \in (0, 2), x_2 \in (2, 3)$; e) $x_1 \in (3, 4)$; f) $x_1, x_2, x_3 \in (2, 3)$

2.774A Pentru funcţia $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3}, & x \in [-2, 1) \\ \frac{x-7}{4}, & x \in [1, 5] \end{cases}$, $x \in [-2, 5]$, punctul intermediar "c" din teorema creşterilor finite a lui Lagrange este
a) $c = 0$; b) $c = -1$; c) $c = 2$; d) $c = \frac{1}{2}$; e) $c = \frac{1}{16}$; f) $c = \frac{1}{4}$.

2.775A Fie $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sin x$, $g(x) = -x + \cos x$. Să se precizeze care dintre afirmaţiile următoare este adevărată.
a) f, g sunt strict crescătoare; b) f, g sunt strict descrescătoare; c) f este strict crescătoare, g strict descrescătoare; d) f este strict descrescătoare, g strict crescătoare; e) nici una din funcţii nu este monotonă; f) numai una din funcţii este monotonă.

2.776A Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^x$ este
a) strict crescătoare pe $(-\infty, -2]$, strict descrescătoare pe $[0, \infty)$ şi $[-2, 0]$;
b) strict descrescătoare pe $(-\infty, -2]$, strict crescătoare pe $[0, \infty)$ şi $[-2, 0]$;
c) strict crescătoare pe $(-\infty, -2]$ şi $[-2, 0]$, strict descrescătoare pe $[0, \infty)$;
d) strict crescătoare pe $(-\infty, -2]$ şi $[0, \infty)$, strict descrescătoare pe $[-2, 0]$;
e) strict descrescătoare pe $(-\infty, -2]$ şi $[-2, 0]$, strict crescătoare pe $[0, \infty)$;
f) strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

2.777A Studiaţi monotonia funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)\ln x$.

a) strict crescătoare pe $(0,1]$, strict descrescătoare pe $[1,\infty)$; b) strict descrescătoare pe $(0,1]$, strict crescătoare pe $[1,\infty)$; c) strict crescătoare pe $(0,1]$ şi pe $[1,\infty)$; d) strict descrescătoare pe $[0,1]$ şi pe $[1,\infty)$; e) strict descrescătoare pe $(0,2]$, strict crescătoare pe $[2,\infty)$; f) strict crescătoare pe $(0,\infty)$.

2.778A Funcţia $f:(-\infty,-1)\cup(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ este

a) strict crescătoare pe $(-\infty,-1)$, strict descrescătoare pe $(-1,\infty)$;
b) strict descrescătoare pe $(-\infty,-1)$, strict crescătoare pe $(-1,\infty)$;
c) strict crescătoare pe $(-\infty,-1)$ şi pe $(0,\infty)$;
d) strict descrescătoare pe $(-\infty,-1)$ şi pe $(-1,\infty)$;
e) strict descrescătoare pe $(-\infty,-1)\cup(0,\infty)$;
f) strict crescătoare pe $(-\infty,-1)\cup(0,\infty)$.

2.779A Fie $f:[1,6]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{8}+\frac{2}{x}$, şi notăm $m=\min f$, $M=\max f$. Avem:

a) $m=1$, $M=\frac{15}{8}$; b) $m=1$, $M=\frac{17}{8}$; c) $m=2$, $M=\frac{17}{8}$; d) $m=2$, $M=\frac{7}{4}$; e) $m=\frac{3}{4}$, $M=2$; f) $m=\frac{9}{4}$, $M=3$.

2.780A Fie $f:[-2,0]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left|\frac{1+x}{1-x}\right|$, şi notăm $m=\min f$, $M=\max f$. Avem:

a) $m=0$, $M=1$; b) $m=1$, $M=\frac{5}{3}$; c) $m=2$, $M=\frac{5}{3}$; d) $m=\frac{1}{2}$, $M=\frac{3}{2}$; e) $m=\frac{3}{2}$, $M=2$; f) $m=\frac{1}{4}$, $M=1$.

2.781A Fie $f:[0,10]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x(10-x)}$, şi notăm $m=\min f$, $M=\max f$. Avem:

a) $m=0$, $M=1$; b) $m=1$, $M=\frac{3}{2}$; c) $m=2$, $M=\frac{7}{2}$; d) $m=\frac{1}{2}$, $M=\frac{3}{2}$; e) $m=\frac{3}{2}$, $M=2$; f) $m=0$, $M=5$.

2.782A Să se calculeze $\lim\limits_{x\searrow 0} x\,(\operatorname{ctg}x+\ln x)$.

a) nu există; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{3}$; d) -1; e) $\frac{1}{2}$; f) 1.

2.783A Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$.

a) $\frac{1}{4}$; b) $-\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{3}$; d) -1; e) $\frac{1}{2}$; f) nu există.

2.784A Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+mx)\mathrm{e}^{-x}$. Valorile parametrului $m\in\mathbb{R}$ pentru care f admite două puncte de extrem sunt

a) $m=2$; b) $m=-2$; c) $m\in\mathbb{R}$; d) $m>2$; e) $m\le 2$; f) nu există.

2.785A Fie $f:(-2,2)\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln|x^2(4-x^2)|$. Suma valorilor extreme ale funcţiei f este

a) $4\ln 2$; b) $2\ln 2$; c) 0; d) $-\sqrt{2}$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\sqrt{2}$.

2.786A Fie $a\in\mathbb{R}$ şi $f:\mathbb{R}\setminus\{a\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-2x+5}{x-a}$. Să se determine valorile lui a pentru care f admite două puncte de extrem.

a) $a=1$; b) $a\in[1,\infty)$; c) $a\in(-\infty,1]$; d) $a\in[0,1]$; e) $a\in\mathbb{R}$; f) nu există.

2.787A Să se determine punctele critice pentru funcţia $f(x)=x^2\mathrm{e}^x$.

a) $x=0$; b) $x=-2$; c) $x\in\{0,-2\}$; d) $x=-1$; e) $x\in\varnothing$; f) $x=1$.

2.788A Fie $a=\lim\limits_{x\searrow 0}\dfrac{\ln x}{\ln\sin x}$, $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\pi-2\operatorname{arctg}x}{\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}$. Atunci

a) $a>b$; b) $a=b$; c) $a+b=3$; d) $a-b=2$; e) $ab=4$; f) $a=3b$.

2.789A Fie funcţiile $f,g:[-1,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x$, $g(x)=x^3+3x$. Valoarea lui c care rezultă din aplicarea teoremei Cauchy, pentru aceste funcţii este

a) $c=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$; b) $c=-\frac{1}{2}$; c) $c=\frac{1}{2}$; d) $c=\frac{3}{2}$; e) $c=\frac{1}{3}$; f) nu există.

2.790A Fie funcţia

$$f:[-1,1]\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}x^2+mx+n, & x\in[-1,0]\\ px^2+4x+4, & x\in(0,1]\end{cases},\ m,n,p\in\mathbb{R}.$$

Notăm S suma valorilor m,n,p pentru care f satisface teorema lui Rolle pe $[-1,1]$ şi T mulţimea punctelor c care se obţin aplicând această teoremă. Atunci

a) $S=1, T=\left\{-\frac{2}{7}\right\}$; b) $S=1, T=\left\{\frac{2}{7}\right\}$; c) $S=-1, T=\left\{\frac{2}{7}\right\}$;
d) $S=8, T=\left\{\frac{1}{2}\right\}$; e) $S=15, T=\left\{\frac{2}{7}\right\}$; f) $S=-1, T=\left\{-\frac{2}{7}\right\}$.

2.791A Să se aplice teorema lui Lagrange funcţiei

$$f(x)=\begin{cases}2x^3+x^2, & x\in[0,1)\\ -2x^2+12x-7, & x\in[1,4]\end{cases}$$

şi să se determine punctele c care rezultă din aplicarea acesteia.

a) $\frac{\sqrt{59}+2}{12}$ şi $\frac{\sqrt{59}-2}{12}$; b) $\frac{\sqrt{59}-2}{12}$ şi $-\frac{\sqrt{59}+2}{12}$; c) $\frac{38}{16}$ şi $\frac{1}{2}$; d) $\frac{39}{16}$ şi $\frac{\sqrt{59}-2}{12}$; e) $\frac{39}{16}$ şi $\frac{\sqrt{58}-2}{12}$; f) $\frac{\sqrt{59}-2}{12}$ şi $\frac{\sqrt{19}}{4}$.

2.792A Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^n-\sin^n x}{x^{n+2}}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

a) 0; b) $\frac{n+1}{12}$; c) $\frac{n}{6}$; d) $\frac{2-n}{6}$; e) ∞; f) $\frac{3-n}{12}$.

2.793A Funcției $f:[0,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} a\ln(1+x), & x\in[0,1)\\ 2x^2+x+b, & x\in[1,2]\end{cases}$ i se poate aplica teorema lui Rolle pe [0,2], dacă

a) $a=1, b=0$; b) $a=1, b=-3-\ln 2$; c) $a=10, b=-10$; d) $a=1, b\in\mathbb{R}$; e) $a=\frac{1}{\ln 2}, b=-2$; f) oricare ar fi $a,b\in\mathbb{R}$ teorema nu se poate aplica.

2.794A Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x^3}$. Atunci

a) $x=1$ este punct de minim; b) $x=1$ este punct de maxim; c) $x=3$ este punct de minim; d) $x=3$ este punct de maxim; e) f nu are puncte de extrem; f) f este convexă.

2.795A Să se indice numărul de soluții reale ale ecuației $x^3-3x-10=0$.

a) două; b) nici una; c) una; d) trei; e) nu poate fi determinat; f) ecuația are două soluții egale.

2.796A Să se determine numărul soluțiilor reale și intervalele în care se află cele pentru ecuația $x^4+\frac{4}{3}x^3-4x^2-1=0$.

a) $x_1\in(-\infty,-2)$ și $x_2\in(1,\infty)$; b) $x_1\in(-2,0)$ și $x_2\in(0,1)$; c) $x_1\in(0,1)$; d) $x_2\in(-2,0)$; e) nici o rădăcină reală; f) $x_1\in(-\infty,-2)$, $x_2\in(-2,1)$, $x_3\in(1,\infty)$.

2.797A Funcția $f(x)=\arccos\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ este

a) convexă pe $\mathbb{R}$; b) concavă pe $\mathbb{R}$; c) concavă pe $\mathbb{R}\setminus[-1,1]$, convexă pe $(-1,1)$; d) concavă pe $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$, convexă pe $\mathbb{R}\setminus\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$; e) convexă numai pe $(0,\infty)$; f) concavă pe $(-\infty,0)$.

2.798A Fie $a=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ și $b=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{2^x}$. Atunci

a) $ab=\frac{1}{2}$; b) $a+b=1$; c) $ab=1$; d) $a+b=\frac{1}{2}$; e) $a-b=0$; f) $a-b=1$.

2.799A Fie $f(x)=mx-\ln(1+x^2)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, și $A=\{m\in\mathbb{R}\mid f \text{ este crescătoare}\}$. Care afirmație este adevărată ?

a) $A=(-1,1)$; b) $A=(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; c) $A=[1,\infty)$; d) $A=\varnothing$; e) $A=(-\infty,-1)$; f) $A=(1,\infty)$.

2.800B Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$. Care dintre următoarele afirmații este adevarată ?

a) f are două puncte de extrem; b) f are un punct de maxim; c) f nu are puncte de extrem; d) f are un singur punct de extrem; e) f are un punct de inflexiune; f) f este crescătoare.

2.801B Să se determine parametrii reali a și b astfel încât graficele funcțiilor

$$f(x)=ax^2+bx-2 \quad g(x)=1-\frac{1}{x}$$

să aibă tangentă comună în punctul de abscisă $x=1$.

a) $a=2, b=-3$; b) $a=-1, b=2$; c) $a=3, b=-5$; d) $a=1, b=-1$; e) $a=-2, b=3$; f) $a=2, b=4$.

2.802B Fie $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c, & x\in[-1,0)\\ 1+\ln(x^2+1), & x\in[0,1]\end{cases}$ unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ sunt astfel încât lui f i se poate aplica teorema lui Rolle pe $[-1,1]$. Dacă $S=a+b+c$, atunci

a) $S\in\left(1,\frac{5}{3}\right)$; b) $S\in\left(\frac{5}{3},\frac{7}{4}\right)$; c) $S\in\left(\frac{7}{4},3\right)$; d) $S\in(-1,0)$; e) $S\in(-2,-1)$; f) $S\in(3,4)$.

2.803B Fie M mulțimea valorilor $m\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$\tfrac{1}{3}x^3+x^2-x-2\ln x-m=0$$

admite două soluții reale distincte. Atunci

a) $M=\varnothing$; b) $M=(-\frac{1}{3},\infty)$; c) $M=(-\infty,0)$; d) $M=\{-\frac{1}{3}\}$; e) $M=(-\infty,-\frac{1}{3})$; f) $M=(1,\infty)$.

2.804B Fie $f:[0,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+ax, & x\in[0,1]\\ x^3+ax^2+nx, & x\in(1,2]\end{cases}$ unde $a,m,n\in\mathbb{R}$ sunt astfel încât teorema lui Rolle poate fi aplicată funcției f pe intervalul $[0,2]$. Dacă M este mulțimea acelor $c\in(0,2)$ din teorema lui Rolle și $\lambda=\sum\limits_{c\in M}c$, atunci

a) $\lambda=\frac{3}{2}$; b) $\lambda=\frac{2}{3}$; c) $\lambda=\frac{13}{6}$; d) $\lambda=\frac{11+2\sqrt{7}}{6}$; e) $\lambda=\frac{1+\sqrt{7}}{3}$; f) $\lambda=\frac{11-\sqrt{7}}{3}$.

2.805B Ecuația $2\ln x=mx^2+1$ are două soluții reale pentru

a) $m<-1$; b) $m\in(-1,0)$; c) $m\in(0,\frac{1}{e^2})$; d) $m\in(1,e)$; e) $m\geq e$; f) pentru nici o valoare a lui m.

2.806B Fie $f:[a,b]\to[a,b]$, f funcție continuă. Atunci

a) $f(a)=a$; b) f este crescătoare; c) $f(a)=b$; d) există $c\in[a,b]$ astfel încât $f(c)=c$; e) f este derivabilă; f) f este funcție Rolle.

2.807B Fie $f,g:[-1,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$, $g(x)=\operatorname{arctg}x$. Atunci, pentru orice $x\in[-1,1]$, valoarea diferenței $f(x)-g(x)$ este

a) $\frac{\pi}{2}$; b) $-\frac{\pi}{2}$; c) 0; d) $\frac{\pi}{4}$; e) $\pi+\arcsin x$; f) $\pi-\arcsin x$.

2.808B Fie $f, g : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$, $g(x) = \operatorname{arctg} x$. Atunci, pentru orice $x \in [0, \infty)$, valoarea diferenţei $f(x) - g(x)$ este

a) $\frac{\pi}{2}$; b) $-\frac{\pi}{2}$; c) x; d) $\frac{x}{2}$; e) $\pi + \arcsin x$; f) $-\frac{\pi}{4}$.

2.809B Fie $f(x) = x \ln x + ax^3$, $x > 0$, şi

$$A = \{a \in \mathbb{R} \mid f \text{ are două puncte de inflexiune}\}.$$

Care afirmaţie este adevărată ?

a) $A = [0, \infty)$; b) $A = (-\infty, 0)$; c) $A = (-\infty, 0]$; d) $A = (0, \infty)$; e) $A = \varnothing$; f) $A = \{-\frac{1}{6}\}$.

2.810B Fie $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$, $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ şi $g(x) = \arcsin x + \arccos x$, $x \in [-1, 1]$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $f(x) = \frac{\pi}{2}$, $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; b) f şi g sunt funcţii constante; c) f nu este funcţie constantă şi $g'(x) = 0$, $\forall x \in (-1, 1)$; d) nici f şi nici g nu sunt funcţii constante;
e) $f'(x) = 0$, $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ şi $g'(0) \neq 0$; f) nici f şi nici g nu sunt funcţii derivabile.

2.811B Folosind monotonia funcţiei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$, să se pună în ordine crescătoare numerele $a = \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}$, $b = \left(\frac{8}{5}\right)^{8/5}$, $c = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$.

a) a, b, c; b) a, c, b; c) b, a, c; d) b, c, a; e) c, a, b; f) c, b, a.

2.812B Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x^3}{x^2+1}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

a) 0; b) 1; c) ∞; d) e; e) $\frac{1}{e}$; f) -1.

2.813B Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^n x \cos x$, unde $n \geq 2$ este întreg. Notând $M_n = \max\limits_{x \in \mathbb{R}} f(x)$, să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt{n} M_n$.

a) 0; b) $\frac{1}{\sqrt{e}}$; c) ∞; d) 1; e) nu există; f) $\frac{1}{e}$.

2.814B Ecuaţia $x^3 - 3x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$:

a) nu are soluţii reale; b) are trei soluţii reale; c) nu are două soluţii distincte în $[0, 1]$; d) are o soluţie triplă; e) are soluţii iraţionale; f) are soluţii negative.

2.815B Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$. Există o infinitate de puncte $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, astfel încât $f'(x_1) = f'(x_2)$ şi un singur punct

$x_0 \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x_0 + x) = -f(x_0 - x), (\forall) x \in \mathbb{R}$. Valorile lui x_0 şi $s = x_1 + x_2$ sunt:

a) $x_0 = 1, s = 2$; b) $x_0 = 0, s = 2$; c) $x_0 = 2, s = 2$; d) $x_0 = 1, s = 1$; e) $x_0 = 0, s = 1$; f) $x_0 = 2, s = 1$.

2.816B Să se determine punctele de extrem ale funcţiei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2 e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

a) $x \in \{0, 2\}$; b) $x = 0$; c) $x = 2$; d) nu are puncte de extrem; e) $x \neq 0$; f) $x \in \{0, -2\}$.

2.817B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)$ şi x_1, x_2, x_3 abscisele punctelor sale de extrem. Să se determine $\mathrm{E} = \sum\limits_{j=1}^{3} x_j f(x_j)$.

a) $\mathrm{E} = -\frac{69}{32}$; b) $\mathrm{E} = \frac{63}{32}$; c) $\mathrm{E} = -\frac{63}{16}$; d) $\mathrm{E} = \frac{32}{63}$; e) $\mathrm{E} = -\frac{32}{69}$; f) $\mathrm{E} = \frac{63}{16}$.

2.818B Să se afle aria laterală a conului de volum maxim înscris în sfera de rază R.

a) $\frac{8\pi R^2}{9}$; b) $\frac{4\pi R^2\sqrt{2}}{9}$; c) $\frac{16\pi R^2\sqrt{3}}{9}$; d) $\frac{8\pi R^2\sqrt{3}}{9}$; e) $\frac{8\pi R^2\sqrt{2}}{9}$; f) $\frac{8\pi R^2}{3}$.

2.819B Aflaţi valorile lui m pentru care funcţia $f(x) = \frac{(m-1)e^x - me^{-x}}{1+e^x}$ este monotonă pe tot domeniul său de definiţie.

a) $m \in (-\infty, 0)$; b) $m \in (0, \infty)$; c) $m \in (-\infty, 0] \cup [1, \infty)$; d) $\mathbb{R}$; e) $(1, \infty)$; f) $\varnothing$.

2.820B Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}$. Atunci

a) f este constantă; b) f este constantă pe porţiuni; c) f este pozitivă; d) f este negativă; e) f este pară; f) $\mathrm{Im} f$ este interval.

2.821B Punctele de extrem ale funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x| e^{-|x-1|}$ sunt

a) $\{-1, 0\}$; b) $\{-1, 1\}$; c) $\{0\}$; d) $\{1\}$; e) $\{-1, 0, 1\}$; f) $\varnothing$.

2.822B Se dă funcţia Rolle $f(x) = \sin x$, $x \in [-\pi, 3\pi]$. Aplicând teorema Rolle se obţine $c \in (-\pi, 3\pi)$, $f'(c) = 0$. Atunci

a) $c = \frac{\pi}{2}$; b) $c \in \{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\}$; c) $c \in \{\pm\frac{\pi}{2}, 2\pi \pm \frac{\pi}{2}\}$; d) $c \in \{\pi \pm \frac{\pi}{2}\}$; e) $c \in \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$; f) $c = -\frac{\pi}{2}$.

2.823B Se consideră funcţia

$$f\colon [-1, 1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + n, & x \in [-1, 0) \\ px^2 + 4x + 4, & x \in [0, 1], \end{cases}$$

unde m, n, p sunt reali. Să se determine parametrii m, n, p astfel încât funcţiei f să i se poată aplica teorema lui Rolle pe intervalul $[-1, 1]$.

a) $m = n = -4$, $p = 7$; b) $m = 1$, $n = 3$, $p = 6$; c) $m = 2$, $n = p = 5$;
d) $m = 1$, $n = -3$, $p = -6$; e) $m = -2$, $n = p = 5$; f) $m = n = 4$, $p = -7$.

2.824B Fie ecuaţia $x^3 + 3x^2 - mx + 5 = 0$. Să se determine parametrul real m astfel încât ecuaţia să aibă trei soluţii reale distincte.

a) $m < -1$; b) $m = -9$; c) $m > 9$; d) $m \in (0, 9)$; e) $m = 9$; f) $m \in \mathbb{R}$.

2.825B Să se determine pentru ce valori ale parametrului real m ecuaţia $x^3 - x^2 - x + m = 0$ are trei soluţii reale distincte.

a) $m \in \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$; b) $\varnothing$; c) $m \in (1, \infty)$; d) $m \in \left(-\infty, -\frac{5}{27}\right)$;
e) $m \in \left(-\frac{5}{27}, 1\right)$; f) $m \in \left(-\frac{1}{3}, \infty\right)$.

2.826C Punctul c din teorema (formula) lui Lagrange în general, nu este unic. Care sunt punctele c pentru funcţia $f(x) = x + \sin x$ pe intervalul $[-2\pi, 2\pi]$

a) $\pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{3\pi}{4}$; b) $\pm\frac{\pi}{3}, \pm\frac{2\pi}{3}$; c) $\pm\frac{\pi}{6}, \pm\frac{5\pi}{6}$; d) $\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}$; e) $\pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{5\pi}{4}$; f) $\pm\frac{\pi}{6}, \pm\frac{\pi}{3}$.

2.827C Aflaţi $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $2x + \ln x - \lambda(x - \ln x) = 0$ să aibă două soluţii reale şi distincte ?

a) $\mathbb{R}$; b) $(-\infty, -1)$; c) $(e, +\infty)$; d) $(-1, 2)$; e) $\varnothing$; f) $\left(2, \frac{2e+1}{e-1}\right)$.

2.828C Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x-1}{2x^2} + \dfrac{1}{x(e^{2x}-1)}\right)$.

a) ∞; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) 0; e) nu există; f) $\frac{1}{6}$.

2.829C Fie $f\colon (0, 2) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$. Să se calculeze

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} [f^{(k)}(1) - f^{(k+1)}(1)].$$

a) $1 - \frac{1}{3^{n+2}}$; b) $-\frac{8}{9} + (-1)^n (n+1)!\left(1 - \dfrac{1}{3^{n+2}}\right)$; c) $-\frac{8}{9} + (-1)^n\left(1 - \frac{1}{3^{n+2}}\right)$;
d) $(-1)^n\left(1 - \frac{1}{3^{n+2}}\right)$; e) $(-1)^n\left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right)$; f) $-\frac{8}{9} + (-1)^n\left(1 - \dfrac{1}{3^n}\right)$.

2.830C Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x|\left(x^2 - 1\right)$ are

a) un punct de extrem local; b) două puncte de extrem local; c) trei puncte de extrem local; d) un punct de maxim global; e) nici un punct de extrem local; f) patru puncte de extrem local.

2.831C Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ o funcţie cu derivata continuă şi injectivă pe $[a, b]$. Dacă se aplică teorema Lagrange funcţiei f pe intervalul $[a, x], x \in (a, b]$,

valoarea lui c care se obţine depinde de x şi o notăm cu $c(x)$. Să se calculeze $\lim\limits_{x\to a} c(x)$.

a) $\frac{a+b}{2}$; b) $\sqrt{a^2+b^2}$; c) $\frac{2ab}{a+b}$; d) a; e) b; f) limita nu există.

2.832C Se dau funcţiile $f(x) = x$, $g(x) = \ln(1+x)$, $x > -1$, şi $h(x) = x - \dfrac{1}{2}x^2$. Ce relaţii există între aceste funcţii pentru orice $x > 0$?

a) $f < g < h$; b) $f < h < g$; c) $g < f < h$; d) $g < h < f$; e) $h < f < g$; f) $h < g < f$.

2.833C Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$. Să se calculeze $f^{(n)}(0)$.

a) $(-1)^n n!$; b) 1; c) $n!$; d) $\frac{2}{3}n!$; e) $\frac{1}{2}n!$; f) $(-1)^{n+1}n!$.

2.834C Găsiţi toate funcţiile derivabile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ care satisfac

$$f(x + y) = f(x) + f(y).$$

a) e^x; b) ax; c) $\ln x$; d) $ax + b$; e) $\sin x$; f) $\cos x$.

2.835C Fie $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, derivabilă, astfel încât $f(0) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$ şi $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in [0, \infty)$. Să se arate că f este

a) identic nulă; b) strict crescătoare; c) un polinom de gradul n; d) o funcţie trigonometrică; e) o exponenţială; f) un logaritm.

2.836C Se consideră o funcţie continuă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ şi o funcţie derivabilă $x : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ astfel încât $x'(t) = f(x(t)) - 1$, $\forall t \in [0, \infty)$ şi $\ell = \lim\limits_{t\to\infty} x(t)$ există şi este finită, iar $\lim\limits_{t\to\infty} x'(t) = 0$. Să se calculeze $f(\ell)$.

a) 1; b) 0; c) -1; d) ∞; e) e; f) 2.

2.837C Pentru ce valori ale parametrului real m ecuaţia $\sin 2x + 2\sin x = m$ are două soluţii reale situate în intervalul $(0, 2\pi)$?

a) $m \neq 0$; b) $m \in \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$; c) $m \in [-2, 2]$; d) $m \in \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$;
e) nu există; f) $m \in \mathbb{R}$.

2.838C Funcţia $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă, strict crescătoare şi are asimptota orizontală $y = a$. Funcţia $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă, strict descrescătoare şi are asimptota orizontală $y = b$. Ştiind că $a > b$, precizaţi numărul n de rădăcini ale ecuaţiei $f(x) = g(x)$, $x \in (0, \infty)$.

a) $n = 0$; b) $n = 0$ sau $n = 1$; c) o infinitate; d) $n = 3$; e) $n = 4$; f) $n = 1$.

2.839C Se dă ecuaţia $x^2 - 2\ln x + m = 0$, unde m este un parametru real. Să se determine m astfel încât ecuaţia să aibă două rădăcini reale.

a) $m \in (-\infty, 1)$; b) $m \in (-1, \infty)$; c) $m = -1$;
d) $m \in (-\infty, -1)$; e) $m \in (-1, 1)$; f) $m \in \emptyset$.

2.840C Fie $f : \mathbb{R}\setminus\{-1, 0\} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$. Fie n numărul punctelor de extrem şi m numărul punctelor de inflexiune ale funcţiei f. Atunci
a) $n \geq 1$; b) $m \geq 2$; c) $n = 1$; d) $n = 0, m = 1$; e) $m \geq 3, n = 2$; f) $m = n = 0$.

2.841C Să se determine mulţimea punctelor $(m, n) \in \mathbb{R}^2$ pentru care ecuaţia $x^3 - 3x + m^2 + n^2 - 7 = 0$ are trei rădăcini reale distincte.
a) $\{(m,n)|4 < m^2 + n^2 < 6\}$; b) $\emptyset$; c) $\mathbb{R}^2$; d) $\{(m,n)|m^2 + n^2 = 8\}$;
e) $\{m, n|m^2 + n^2 < 5\}$; f) $\{(m,n)|5 < m^2 + n^2 < 9\}$.

2.842C Fie $f(x) = \dfrac{e^{|x|}}{x+1}$, $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$, fie mulţimile

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x$ este abscisa unui punct de extrem local al funcţiei $f\}$

şi $B = f(A)$. Care din următoarele afirmaţii este corectă ?
a) $A = \{0\}$; b) $A = \emptyset$; c) $A = \{-2\}$; d) $B = \{e^{-2}, 0\}$; e) $B = \{-e^2\}$;
f) $B = \{-e^2, 1\}$.

2.843C Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + 1}{\sqrt{x^2+1}}$, $a \in \mathbb{R}$. Să se calculeze $S = \sum_{a \in A} a$, unde $A = \{a \in \mathbb{R} \mid f(\mathbb{R}) = [0, \infty)\}$.
a) $S = 1$; b) $S = 0$; c) $S = -1$; d) $S = 2$; e) $S = -2$; f) $A = \emptyset$.

2.6 Grafice de funcţii

2.844A Să se determine punctele $M(x_0, y_0)$ în care funcţiile $f(x) = e^x - 1$, $g(x) = \ln(x+1)$, $x \in (0, \infty)$ sunt tangente.
a) $M(0,1)$; b) $M(0,0)$; c) $M(-1,0)$; d) $M(e,e)$; e) $M(-1,1)$; f) $M(1,1)$.

2.845A Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + b}{x-1}$. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul lui f să treacă prin punctul $(2, 8)$, iar tangenta la grafic în punctul $x = 2$ să fie paralelă cu dreapta $y = -3x + 1$.
a) $a = b = 1$; b) $a = b = 2$; c) $a = 1, b = 2$; d) $a = 2, b = 1$; e) $a = 1, b = 3$;
f) nu există astfel de valori.

2.846A Fie $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$. Ecuaţia tangentei la graficul lui f în punctul corespunzător lui $x = 2$ este

a) $y - 1 = \dfrac{3}{\sqrt{5}}(x-2)$; b) $y - \sqrt{5} = \dfrac{3}{\sqrt{5}}(x-2)$; c) $y - 2 = 3(x-2)$; d) $y = x$;
e) $y + \sqrt{5} = 2(x-2)$; f) $y - \sqrt{5} = -\dfrac{3}{\sqrt{5}}(x-2)$.

2.847A Fie curba de ecuaţie $y = 2x^3 + 4x$. Aflaţi valoarea lui $m \in \mathbb{R}$ ştiind că dreapta de ecuaţie $y = mx + 4$ este tangentă la curbă.
a) $m = 2$; b) $m = -1$; c) $m = 10$; d) $m = 8$; e) $m = -6$; f) $m = 12$.

2.848A Să se determine abscisele punctelor de pe graficul funcţiei $y = x + \sin x$, $x \in [-\pi, \pi]$, unde tangentele la grafic sunt paralele cu dreapta $y = \sqrt{3}x$.
a) $\pm\frac{\pi}{6}$; b) $\pm\frac{\pi}{4}$; c) $\pm\frac{\pi}{3}$; d) $\pm\arccos(\sqrt{3} - 1)$; e) $\pm\arccos(\sqrt{2} - 1)$;
f) $\pm\arccos(1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$.

2.849A Tangenta la curba $y = x^2 - x$ în punctul $A(1, 0)$ are ecuaţia
a) $y = -x + 1$; b) $y = x - 1$; c) $y = x + 2$; d) $y = -x - 1$; e) $y = -x + 2$;
f) $y = -x - 1$.

2.850A Se consideră semicercul $y = \sqrt{4 - (x-1)^2}$, $x \in [-1, 3]$, şi punctele de abscise $1 - a$, $1 + a$ unde tangentele la semicerc sunt paralele cu prima bisectoare $y = x$ şi respectiv cu a doua bisectoare $y = -x$. Atunci $a \in \mathbb{R}$ are valoarea:
a) 1; b) -1; c) $\sqrt{2}$; d) $-\sqrt{2}$; e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.851A Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{e}, 0, \frac{1}{e}\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left|\frac{\ln|x|}{1+\ln|x|}\right|$. Să se precizeze care dintre afirmaţiile următoare referitoare la funcţia f este adevărată:
a) $x = \pm 1$ sunt asimptote verticale; b) $x = 0$ este punct unghiular, $x = \pm\frac{1}{e}$ sunt asimptote verticale; c) $x = \pm 1$ sunt puncte unghiulare, $x = 0$ este asimptotă verticală; d) $x = \pm 1$ sunt puncte unghiulare, $x = 0$ este punct de întoarcere, $x = \pm\frac{1}{e}$ sunt asimptote verticale; e) $x = \pm 1$ sunt puncte unghiulare; f) $x = \pm\frac{1}{e}$ sunt asimptote orizontale.

2.852A Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, şi $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = e^{\frac{1}{x^2}}$. Să se precizeze care dintre afirmaţiile următoare este adevărată:
a) $x = 0$ este punct de extrem pentru f şi g; b) f şi g sunt pare, iar $x = 0$ este asimptotă verticală pentru ambele; c) $y = 1$ este asimptotă orizontală pentru ambele, iar $x = 0$ este asimptotă verticală pentru g şi punct de minim pentru f; d) $x = 0$ este punct de maxim pentru f şi de minim pentru g; e) f şi g sunt impare; f) f şi g admit asimptote oblice.

2.853A Fie $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$. Atunci

a) f este convexă şi $x = \frac{1}{e}$ este punct de minim; b) f este concavă şi $x = \frac{1}{e}$ este punct de minim; c) f este crescătoare; d) f este descrescătoare; e) f este convexă şi $x = \frac{1}{e}$ este punct de maxim; f) $x = \frac{1}{e}$ este punct de inflexiune.

2.854A Asimptotele funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \operatorname{arctg} x$, sunt

a) $y = \pm\frac{\pi}{2}$ asimptote orizontale; b) $y = \pm\frac{\pi}{2}$ asimptote verticale;

c) $y = \pm\frac{\pi}{2}x - 1$ asimptote oblice; d) $y = -x \pm \frac{\pi}{2}$ asimptote oblice;

e) $y = x$ asimptotă oblică; f) $y = -x$ asimptotă oblică.

2.855A Punctele de inflexiune ale funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (1 + x^2)e^{-x^2}$, sunt

a) ± 1; b) ± 2; c) $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$; d) 0; e) $\pm\sqrt{2}$; f) nu are.

2.856A Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{2} + \operatorname{arctg} x$. Atunci

a) f este pară; b) f este descrescătoare; c) f este convexă; d) f este concavă; e) f are un punct de inflexiune; f) f admite un punct de extrem.

2.857A Se dă ecuaţia $\frac{|\ln x|}{x} = m$, unde m este un parametru real. Atunci

a) ecuaţia are soluţii pentru orice $m \in \mathbb{R}$; b) dacă $m = 0$ ecuaţia nu are soluţii; c) pentru $m > \frac{1}{e}$ ecuaţia are două soluţii; d) pentru $m = \frac{1}{e}$ ecuaţia nu are soluţii; e) pentru $0 < m < \frac{1}{e}$ ecuaţia are trei soluţii; f) ecuaţia nu are soluţii, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

2.858A Să se determine parametrii $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia

$$f : (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

admite asimptota oblică $y = x + 1$, iar $x = 2$ este punct de extrem.

a) $a = b = 1$; b) $a = 1$, $b = \frac{3}{2}$; c) $a = \sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{2}$; d) $a = 2$, $b = \frac{3}{2}$; e) $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$; f) $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$.

2.859A Se consideră ecuaţia $x + \sqrt{x^2 + 2x} = m$, unde m este un parametru real. Atunci

a) ecuaţia are soluţii pentru orice $m \in \mathbb{R}$; b) ecuaţia nu are soluţii pentru nici o valoare a lui m; c) pentru $m \in [-2, -1)$ ecuaţia are două soluţii; d) pentru $m \geq 0$ ecuaţia are două soluţii; e) pentru $m \in [-1, 0)$ ecuaţia are soluţii; f) pentru $m \in [-2, -1) \cup [0, \infty)$ ecuaţia are soluţii.

2.860A Se consideră ecuaţia $\frac{x}{2} + \operatorname{arctg} x = m$, unde m este un parametru real. Atunci

a) ecuaţia are două soluţii pentru orice $m \in \mathbb{R}$; b) ecuaţia nu are soluţii pentru nici o valoare a lui m; c) pentru $m < 0$ ecuaţia are o soluţie pozitivă; d) pentru $m > 0$ ecuaţia are o soluţie negativă; e) ecuaţia are soluţii pentru orice $m \in \mathbb{R}$; f) pentru $m = 0$ ecuaţia are două soluţii.

2.861A Să se determine parametrii reali $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x - 1}$, are tangenta la grafic, în $x = 2$, dreapta $y = -2x + 13$.

a) $a = \frac{7}{4}$, $b = 2$; b) $a = \frac{5}{4}$, $b = 1$; c) $a = 2$, $b = \frac{7}{4}$; d) $a = 1$, $b = \frac{5}{4}$; e) $a = -1$, $b = \frac{7}{4}$; f) $a = b = \frac{7}{4}$.

2.862A Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \arccos \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$. Avem:

a) $x = 0$ punct unghiular, $y = \pi$ asimptotă orizontală; b) $x = 0$ punct de întoarcere, $y = \pi$ asimptotă orizontală; c) $x = \pi$ punct unghiular, $y = 0$ asimptotă orizontală; d) f este descrescătoare pe $(0, \infty)$; e) $x = 0$ punct unghiular, $y = -\pi$ asimptotă orizontală; f) f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

2.863A Să se determine numărul punctelor de inflexiune ale funcţiei

$$f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x}{1 - x^2}.$$

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) funcţia este convexă.

2.864A Fie $f : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \ln(1 + x)$. Decideţi:

a) f este descrescătoare pe $(-1, \infty)$; b) f este crescătoare pe $(0, \infty)$; c) f este crescătoare pe $(-1, \infty)$; d) f nu este crescătoare pe nici un interval; e) f admite un maxim local; f) f admite două puncte de extrem local.

2.865A Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$. Atunci

a) f este crescătoare; b) f este descrescătoare; c) f descreşte pe $(0, 1)$; d) f creşte pe orice interval care nu conţine 0; e) f creşte pe $(0, +\infty)$ şi descreşte pe $(-\infty, 0)$; f) $f(0) = 1$.

2.866A Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$. Atunci

a) f este crescătoare pe domeniul de definiţie; b) f este descrescătoare pe domeniul de definiţie; c) f este crescătoare pe fiecare din intervalele $(-\infty, 1)$ şi $(1, \infty)$; d) f este descrescătoare pe fiecare din intervalele $(-\infty, 1)$ şi $(1, \infty)$; e) f este crescătoare pe $(-\infty, 1)$ şi descrescătoare pe $(1, \infty)$; f) f este descrescătoare pe $(-\infty, 1)$ şi crescătoare pe $(1, \infty)$.

2.867A Se dă funcţia $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - \ln x$. Să se determine intervalul pe care funcţia este strict crescătoare.

a) $(0,\infty)$; b) $(1/2,\infty)$; c) $(1,\infty)$; d) $[1,\infty)$; e) $[0,1)$; f) $(2,\infty)$.

2.868A Să se determine intervalele pe care funcţia

$$f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R},\ f(x)=xe^{(x^2+1)/x}$$

este strict descrescătoare.

a) $(-\infty,0)$; b) $(-\infty,\frac{-1-\sqrt{5}}{2})$; c) $(-\infty,\frac{-1-\sqrt{5}}{2})$ şi $(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2})$;
d) $(\frac{-1-\sqrt{5}}{2},0)$ şi $(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2})$; e) $(-\infty,\frac{-1-\sqrt{5}}{2})$ şi $(\frac{\sqrt{5}-1}{2},\infty)$; f) $(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2})$.

2.869A Să se determine mulţimea valorilor funcţiei

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+1}.$$

a) $[-1,4]$; b) $[-3,0]$; c) $[4,\frac{15}{2})$; d) $[-\frac{1}{3},5]$; e) $[5,\frac{25}{2}]$; f) $(0,\frac{17}{2}]$.

2.870A Fie $f:[1,\sqrt{e})\to I$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$. Găsiţi pe I astfel încât funcţia f să fie inversabilă.

a) $I=[0,\frac{1}{2e})$; b) $I=(e,2e)$; c) $I=(\frac{1}{2e},e)$; d) $I=(0,1)$; e) $I=[1,2]$; f) $I=[2,3]$.

2.871A Abscisele punctelor de extrem ale funcţiei $f(x)=x^3-3x$ sunt

a) $\{3\}$; b) $\{0,\pm\sqrt{3}\}$; c) $\{0,\pm1\}$; d) $\{\pm1\}$; e) $\{\pm1,\pm\sqrt{3},0\}$; f) $\{\pm1,\pm\sqrt{3}\}$.

2.872A Mulţimea maximală pe care funcţia $f(x)=1+\dfrac{1}{x}$ este convexă, este

a) $(-\infty,1)$; b) $(0,\infty)$; c) $(1,\infty)$; d) $(-\infty,0)$; e) f este concavă ; f) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

2.873A Să se determine asimptotele funcţiei $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^6+x}{x^4+1}}$.

a) $y=x+1$; b) $x=1, x=-1$; c) nu are asimptote; d) $x=-1, y=0$; e) $y=0$; f) $y=x$ spre ∞ şi $y=-x$ spre $-\infty$.

2.874A Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{x^2+b^2}$. Să se găsească toate perechile (a,b) astfel încât graficul funcţiei să treacă prin punctul $(1,1)$, iar valoarea minimă a funcţiei să fie $\dfrac{1}{4}$.

a) $(1,1)$; b) $(1,2),(1,-2)$; c) $(4,2),(4,-2)$; d) $(1,4),(-1,4)$; e) $(0,1),(0,2)$; f) $(2,2),(2,-2)$.

2.875A Graficele funcţiilor $f,g:(-1,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln(1+x), g(x)=x^2+x$ admit în acelaşi punct x_0, aceeaşi tangentă. Care este punctul x_0 şi care este ecuaţia tangentei?

a) $x_0=1, y=x$; b) $x_0=1, y=x+1$; c) $x_0=1, y=-x$; d) $x_0=0, y=x$; e) $x_0=0, y=-x$; f) $x_0=0, y=x+1$.

2.876A Să se determine m astfel încât graficele funcţiilor $f(x)=x^2-4x+3$ şi $g(x)=2x^2-2(m+3)x+m^2$ să fie tangente.

a) $m=-1$; b) $m=0$; c) $m=-2$; d) $m\in\{-2,0\}$; e) $m=1$; f) $m\in\varnothing$.

2.877A Câte asimptote are funcţia $f(x)=\dfrac{x^6}{(x^2-1)(x^2+1)(x^2-4x+3)}$?

a) 5; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) nu are asimptote.

2.878A Fie $a\in\mathbb{R}$ şi fie $f:D\mapsto\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{ax^3+x^2}{x^2+a}$, unde D este domeniul maxim de definiţie al funcţiei f. Determinaţi mulţimea $A=\{a\in\mathbb{R}|$ graficul funcţiei f are asimptote oblice şi verticale $\}$.

a) $A=(-\infty,-1]$; b) $A=\varnothing$; c) $A=(0,\infty)$; d) $A=(-\infty,-1)$; e) $A=(-\infty,0]$; f) $A=(-\infty,0)$.

2.879A Fie funcţia $f:(-\pi,\pi)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{3}\sin 3x$ şi n numărul punctelor sale de inflexiune. Atunci

a) $n=3$; b) $n=4$; c) $n=5$; d) $n=5$; e) $n=6$; f) $n=1$

2.880B Fie funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$. Care din următoarele aserţiuni relativ la punctul $x_0=1$ este adevărată ?

a) este punct de întoarcere; b) este punct de inflexiune; c) este punct critic;
d) este punct unghiular; e) este punct de discontinuitate;
f) un punct în care tangenta la graficul lui f este paralelă cu axa Ox.

2.881B Să se determine o funcţie de forma $f(x)=\dfrac{\alpha x+\beta}{\gamma x+\delta}$ astfel încât tangenta la grafic în punctul de abscisă $x=1$ să fie paralelă cu prima bisectoare şi graficul ei să admită dreptele $y=3$ şi $x=-1$ ca asimptote.

a) $f(x)=3\frac{x-1}{x+1}$; b) $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$; c) $f(x)=\frac{3x}{x+1}$; d) $f(x)=3\frac{x-2}{x+1}$; e) $f(x)=3\frac{x+2}{x+1}$; f) problema nu are soluţie.

2.882B Fie $f:(-\infty,-1)\cup[1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b\sqrt{\dfrac{x^3-1}{x+1}}$, $a,b\in\mathbb{R}$. Ştiind că dreapta de ecuaţie $y=-x+1$ este asimptotă oblică spre $-\infty$, determinaţi valoarea lui $\lambda=m+n$ dacă $y=mx+n$ este ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$.

a) $\lambda=0$; b) $\lambda=-1$; c) $\lambda=1$; d) $\lambda=2$; e) $\lambda=3$; f) $\lambda=4$.

2.883B Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2+1}{ax^2+bx}$, unde D este domeniul maxim de definiţie, iar $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul lui f trece prin punctul $M(1,1)$ şi în acest punct panta tangentei la grafic este $\frac{1}{2}$. Decideţi:

a) $a = b = 1$; b) $a = -1$, $b = 3$; c) $a = 4$, $b = -2$; d) $a = -2$, $b = 4$;
e) $a = 2$, $b = 0$; f) nu există $a, b \in \mathbb{R}$ cu această proprietate.

2.884B Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3+3}{x}$. Tangenta la graficul lui f în punctul M de abscisă -2 taie a doua oară graficul funcţiei în punctul P. Panta tangentei la grafic în P este

a) $-\frac{41}{6}$; b) $-\frac{5}{3}$; c) -1; d) $\frac{29}{4}$; e) $\frac{31}{4}$; f) $-\frac{25}{6}$.

2.885B Fie $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$. Dacă $M = \{x_0 \in (0,\infty) \mid$ dreapta tangentă la graficul lui f în punctul de abscisă x_0 trece prin $A(2,1)\}$ şi $S = \sum_{x_0 \in M} x_0$, atunci

a) $M = \varnothing$; b) $S \in [1,2)$; c) $S \in (2,3)$; d) $S \in (3,4)$; e) $S \in (4,5)$; f) $S > 4$.

2.886B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ şi $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1 - \dfrac{1}{ax}$. Fie A mulţimea acelor $a \neq 0$ pentru care graficele celor două funcţii admit o tangentă comună într-un punct comun. Atunci

a) $A = \{-\frac{1}{3}, 1\}$; b) $A = \{-1, \frac{1}{2}\}$; c) $A = \{-2, -3\}$;
d) $A = \{-\frac{27}{5}, 1\}$; e) $A = \{-\frac{17}{5}, 1\}$; f) $A = \varnothing$.

2.887B Fie $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln\left(x + \dfrac{1}{x}\right) + \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$. Decideţi:

a) graficul lui f admite asimptote oblice; b) graficul lui f nu admite nici un fel de asimptote; c) există un unic punct de inflexiune; d) graficul are cel puţin un punct de extrem; e) graficul are cel puţin două puncte de extrem; f) f este crescătoare.

2.888B Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\sqrt{x^2+bx}$, unde D este domeniul maxim de definiţie. Fie M mulţimea perechilor $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care dreapta $y = 2x + 3$ este asimptotă oblică a lui f. Să se determine $S = \sum_{(a,b) \in M} (a+b)$.

a) $S = 5$; b) $S = 6$; c) $S = 4$; d) $S = -1$; e) $S = 7$; f) $M = \varnothing$.

2.889B Fie şirul de funcţii

$$f_n : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \to \mathbb{R},\ n \geq 1,\ f_n(x) = \frac{(x^{2n}+1)(\sqrt{x^2+x+1} - x)}{x^{2n}+x}$$

şi $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x)$, unde D este domeniul maxim de definiţie al lui f. Decideţi:

a) f nu admite asimptote oblice; b) f admite toate cele trei tipuri de asimptote; c) f admite exact două asimptote; d) f nu admite asimptote orizontale; e) f nu admite asimptote verticale; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.890B Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} |x|^x, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$. Atunci

a) f este crescătoare; b) f este convexă pe $(-\infty, 0)$; c) f admite două puncte de extrem; d) f admite trei puncte de extrem; e) f este concavă pe $(-\infty, 0)$; f) f este convexă pe $\mathbb{R}$.

2.891B Pentru funcţia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = |4x^3 - 3x + 1|$, punctele $x_1 = -1$, $x_2 = -\dfrac{1}{2}$, $x_3 = \dfrac{1}{2}$ sunt

a) x_1 punct unghiular, $x_2 = -\frac{1}{2}$ punct de maxim, $x_3 = \frac{1}{2}$ punct de minim; b) x_1 punct de întoarcere x_2, x_3 puncte de extrem; c) x_1 punct de inflexiune, x_2, x_3 puncte de extrem; x_1 punct ordinar, x_2, x_3 puncte de extrem; d) x_1 punct de maxim, x_2, x_3 puncte de inflexiune; e) $x = -1$ asimptotă verticală, x_2, x_3 puncte de extrem; f) afirmaţiile precedente sunt toate false.

2.892B Să se determine mulţimea A a valorilor funcţiei $f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ x^{1/x}, & x > 0. \end{cases}$

a) $A = [0, e^{\frac{1}{e}}]$; b) $A = [0,1]$; c) $A = [0, e]$; d) $A = [0, e^{-e}]$; e) $A = [\frac{1}{e}, e]$; f) $[0, \frac{1}{e}]$.

2.893B Să se determine asimptotele oblice ale curbei $y = \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{x}\ln(1+|x|)$.

a) nu există; b) $y = x + 1$; c) $y = \frac{x}{2}$ spre $\pm\infty$; d) $y = \frac{x}{2} + 1$; e) $y = x - 1$; f) $y = -\frac{x}{2}$ spre $\pm\infty$.

2.894B Fie $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ şi $g(x) = 1 + \dfrac{x^2}{2}$, $x \in \mathbb{R}$. Atunci

a) $f < g$; b) $f \geq g$; c) $f \leq g$; d) $f > g$; e) $f + g$ se anulează cel puţin o dată; f) $f''(0) \neq g''(0)$.

2.895B Se dă funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \dfrac{8}{x}$. Determinaţi intervalul pe care f este concavă.

a) $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$; b) $[-2, 0)$; c) $(0, \sqrt[3]{4})$; d) $(\sqrt[3]{4}, \infty)$; e) $(-\infty, -2)$; f) $(0, \infty)$.

2.896B Să se determine mulţimea maximală la care restricţia funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|x+2| - x}$ este inversabilă şi să se determine inversa ei.

a) $(-\infty,-2]$, $f^{-1}(x)=-1-\frac{1}{2}x^2$; b) $(-\infty,-2]$, $f^{-1}(x)=1-\frac{1}{2}x^2$;
c) $(-\infty,-2]$, $f^{-1}(x)=-1+\frac{1}{2}x^2$; d) $(-\infty,-1]$, $f^{-1}(x)=-1-\frac{1}{2}x^2$;
e) $(-\infty,-1]$, $f^{-1}(x)=1-\frac{1}{2}x^2$; f) $(-\infty,-1]$, $f^{-1}(x)=-1+\frac{1}{2}x^2$.

2.897B Intervalele de convexitate ale funcţiei $f:[0,2\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sin^2\frac{x}{2}$ sunt
a) $[0,\frac{\pi}{2}]$; b) $[0,\pi]$; c) $[0,2\pi]$; d) $[0,\frac{\pi}{2}]\cup[\frac{3\pi}{2},2\pi]$; e) $[\frac{3\pi}{2},2\pi]$; f) $[\pi,2\pi]$.

2.898B Să se determine $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ astfel încât graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{\alpha x^3+\beta x^2}$ să admită asimptota oblică $y=2x-\frac{1}{6}$.
a) 1 şi 0; b) 1 şi 2; c) 8 şi -2; d) -1 şi 2; e) 2 şi -2; f) 1 şi 1.

2.899B Fie $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{me^x-(m+1)e^{-x}}{e^x-1}$. Să se afle valorile $m\in\mathbb{R}$ pentru care graficul funcţiei f intersectează axa Ox.
a) $m\in(0,\infty)$; b) $m\in(-\infty,-1)$; c) $m\in(-\infty,-1)\cup(0,\infty)$; d) $m\in\mathbb{R}$;
e) $m\in(-1,0)$; f) $m\in(-1,1)$.

2.900B Fie $f(x)=x+\dfrac{\ln x}{x}$, $x>0$, n numărul asimptotelor la graficul lui f şi m numărul punctelor de extrem ale lui f. Atunci
a) $n=0,m=1$; b) $n=1,m=0$; c) $n=2,m=0$; d) $n=1,m=1$;
e) $n=2,m=2$; f) $n=0,m=0$.

2.901B Fie $f,g:D\to\mathbb{R}$, $D\subset\mathbb{R}$, două funcţii derivabile, mulţimile $A=\{\alpha|\alpha\in D, f(\alpha)=g(\alpha)\}$, $B=\{\alpha|\alpha\in D, f'(\alpha)=g'(\alpha)\}$, $C=A\cap B$ şi propoziţiile:
(P_1) Graficele funcţiilor f şi g se intersectează în puncte de abscisă $\alpha\in A$.
(P_2) Graficele funcţiilor f şi g se intersectează în puncte de abscisă $\alpha\in B$.
(P_3) Tangentele la graficele funcţiilor f şi g coincid în punctele de abscisă $\alpha\in C$.
Despre cele trei propoziţii se poate afirma
a) toate trei sunt adevărate; b) toate trei sunt false;
c) (P_1) şi (P_2) adevărate, (P_3) falsă; d) (P_1) şi (P_3) adevărate, (P_2) falsă;
e) (P_2) şi (P_3) adevărate, (P_1) falsă; f) (P_3) adevărată, (P_1) şi (P_2) false.

2.902B Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2}{\sqrt{1+x^2}}$. Atunci
a) f nu are asimptote; b) f are trei asimptote; c) f are numai asimptote verticale sau orizontale; d) f are asimptote oblice şi asimptote verticale; e) f are numai asimptote oblice; f) f are asimptote verticale.

2.903B Să se determine asimptotele funcţiei

$$f(x)=x-x^2\ln\frac{1+x}{x},\ x\in(-\infty,-1)\cup(0,\infty).$$

a) $y=\frac{1}{2}$; b) $y=2,x=-1$; c) $y=\frac{1}{2},x=-1,x=0$; d) $y=2,x=-1,x=0$;
e) $y=\frac{1}{2},x=-1$; f) $y=-\frac{1}{2},x=-1$.

2.904B Asimptotele funcţiei $f:\mathbb{R}\setminus\{0,1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x(x-1)}$ sunt
a) $x=0,x=1$; b) $x=0,x=1,y=1$; c) $x=1,y=1$; d) $x=0,y=1$;
e) $y=1$; f) $x=1$.

2.905B Fie $f:(-\infty,-3)\cup[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-x+\sqrt{\dfrac{x^3}{x+3}}$. Atunci
a) f admite numai asimptote verticale şi oblice; b) f admite o asimptotă oblică, o asimptotă verticală şi o asimptotă orizontală; c) f nu admite asimptote; d) f admite numai asimptote orizontale şi oblice; e) f admite 2 asimptote; f) f admite patru asimptote.

2.906C Pe graficul funcţiei $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $x>0$, să se determine un punct $A(a,b)$ în care tangenta să fie paralelă cu dreapta ce trece prin punctele $M(1,1)$ şi $N(2,1/2)$.
a) $A(\sqrt{2},-\sqrt{2})$; b) $A(1/2,2)$; c) $A\left(\sqrt{3},\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$; d) $A\left(\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; e) $A\left(\frac{5}{4},\frac{4}{5}\right)$; f) $A\left(\frac{6}{5},\frac{2}{6}\right)$.

2.907C Fie $f:[0,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\in[0,1]\\ ax-1, & x\in(1,2]\end{cases}$. Decideţi:
a) f injectivă $\Leftrightarrow$ f este strict monotonă; b) f continuă pe $[0,2]\Leftrightarrow f$ injectivă; c) f injectivă $\Leftrightarrow a\geq 2$; d) $f([0,2])=[0,2]\Rightarrow f$ nu este injectivă; e) f injectivă $\Rightarrow f([0,2])$ este interval închis; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.908C Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\operatorname{arctg}x+\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$. Să se calculeze $\operatorname{Im}f$.
a) $(-\pi,\pi)$; b) $[-\pi,\pi]$; c) $\{-\pi,\pi\}$; d) $\mathbb{R}$; e) $[-1,1]$; f) $(-1,1)$.

2.909C Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^\alpha-\alpha x+\alpha-1$. Pentru ce $\alpha\in\mathbb{R}$ avem $f(x)\geq 0$ oricare ar fi $x>0$?
a) $\alpha\in(-\infty,0]\cup[1,\infty)$; b) $\alpha>1$; c) $\alpha<0$; d) $\alpha=2$; e) $\alpha>2$; f) nu există.

2.910C Fie $f(x)=e^x+mx^3, x\in\mathbb{R}$ şi

$$A=\{m\in\mathbb{R}|f \text{ are cel puţin un punct de inflexiune }\}.$$

Atunci

a) $A=\varnothing$; b) $A=\mathbb{R}$; c) $A=(0,+\infty)$; d) $A=\left(-\infty,-\frac{e}{6}\right)\cup(0,+\infty)$;
e) $A=(1,2)$; f) $A=\left(-\frac{e}{6},0\right]$.

2.911C Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}, n>1$, considerăm funcţia

$$f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R},\ f(x)=\sin^n x.$$

Există un punct $x_n\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât f este convexă pe $(0,x_n)$ şi concavă pe $(x_n,\frac{\pi}{2})$. Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ şi $\lim\limits_{n\to\infty}f(x_n)$.

a) $0,0$; b) $0,\frac{1}{2}$; c) $\frac{\pi}{4},\frac{1}{e}$; d) $\frac{\pi}{4},\frac{1}{\sqrt{e}}$; e) $\frac{\pi}{2},\frac{1}{\sqrt{e}}$; f) $\frac{\pi}{2},1$.

2.912C Să se determine punctele de inflexiune ale funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=(1+x)\,e^{-|1-x|}.$$

a) $x=1$; b) $x=-1$; c) $x=2$; d) nu există; e) $x=-3$; f) $x\in\{-3,1\}$.

2.913C Fie $f(x)=\min\left(\ln|x|,e^{x+1}-1\right)$, $x\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$. Să se afle intervalele maximale pe care funcţia este convexă.

a) $(-\infty,-1)\cup(0,\infty)$; b) $(-1,0)\cup(0,\infty)$; c) $(0,\infty)$; d) $(-\infty,-1]$; e) nu există; f) $(-1,0)$.

2.914C Aflaţi cea mai mică constantă λ astfel încât $\ln(1+e^t)<\lambda+t$, $\forall t\in(0,\infty)$.

a) $\lambda=\ln 2$; b) $\lambda=1$; c) $\lambda=2$; d) $\lambda=\ln 3$; e) $\lambda=-\ln 2$; f) $\lambda=3$.

2.915C Fie $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$, şi fie $x_k\in\mathbb{R}$ valoarea lui x din intervalul $[(2k\pi+\frac{3\pi}{2})^{-1},(2k\pi+\frac{\pi}{2})^{-1}]$, $k\in\mathbb{Z}$, pentru care are loc formula lui Lagrange. Fie $l=\lim\limits_{k\to\infty}f'(x_k)$. Atunci

a) $l=2$; b) $l=\frac{1}{\pi}$; c) $l=\frac{2}{\pi}$; d) $l=\frac{4}{\pi}$; e) $l=4$; f) $l=\frac{8}{\pi}$.

2.916C Fie $f:\mathbb{R}\backslash\{-1,0\}\to\mathbb{R}$ $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$.
Domeniul pe care f este convexă este

a) $(-\infty,\frac{1}{2})$; b) $(-\frac{1}{2},\infty)$; c) $(0,\frac{1}{2})$; d) $(-\frac{1}{2},0)\cup(0,\infty)$; e) $(-\infty,-1)\cup(-1,\frac{1}{2})$; f) $(-\frac{1}{2},0)$.

2.917C Să se determine punctele de inflexiune ale funcţiei

$$f(x)=\int_1^x(3\ln t+t^2-5t-3-e^2+5e)\,dt$$

a) 1 şi e; b) 1 şi $\frac{3}{2}$; c) 1; d) funcţia nu are puncte de inflexiune; e) e; f) e şi 2e.

2.918C Fie funcţia $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^x+3\right)$, unde D este domeniul maxim de definiţie. Fie n numărul asimptotelor la graficul lui f şi m numărul soluţiilor ecuaţiei $f(x)=0$. Atunci

a) $n=3$, $m=2$; b) $n=1$, $m=2$; c) $n=3$, $m=1$; d) $n=1$, $m=1$;
e) $n=0$, $m=2$; f) $n=2$, $m=2$.

2.919C Să se determine asimptotele funcţiei $f(x)=\dfrac{1}{x-\sqrt{x^2+2x+4}}$.

a) $x=-2, y=0$; b) $x=-2, y=-1$; c) $y=0, y=-1$; d) $y=-1$;
e) $x=-2, y=1$; f) $y=1, y=0$.

2.920C Pentru orice $a\in\mathbb{R}$, considerăm funcţia $f:D\mapsto\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x-a}$, unde D este domeniul maxim de definiţie. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $D=\mathbb{R}$, $\forall a\in\mathbb{R}$; b) f are două extreme locale dacă şi numai dacă $a>1$; c) dacă $a\in(0,1)$, atunci f este strict crescătoare; d) dacă $a<0$, atunci f nu are extreme locale; e) graficul funcţiei f are asimptote oblice şi verticale pentru orice $a\in\mathbb{R}$; f) f este strict crescătoare pentru orice $a>1$.

2.7 Primitive

2.921A Să se determine $F(x)=\displaystyle\int\frac{dx}{\cos^4 x}$.

a) $F(x)=\operatorname{tg}x+\frac{\operatorname{tg}^4 x}{4}+C$; b) $F(x)=\frac{\operatorname{tg}^3 x}{3}+C$; c) $F(x)=\operatorname{tg}x+\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2}$;
d) $F(x)=\operatorname{ctg}x+\frac{\operatorname{ctg}^3 x}{3}+C$; e) $F(x)=\operatorname{tg}x+\frac{\operatorname{tg}^3 x}{3}+C$;
f) $F(x)=\operatorname{tg}x-\frac{\operatorname{tg}^3 x}{3}+C$.

2.922A Primitivele funcţiei $f(x)=\dfrac{1}{x\ln^2 x}$ sunt:

a) $F(x)=\frac{1}{\ln^2 x}$; b) $F(x)=-\frac{1}{\ln x}+C$; c) $F(x)=\frac{1}{x^2}+C$; d) $F(x)=\ln^2 x+C$;
e) $F(x)=-\frac{1}{\ln^2 x}$; f) $F(x)=\frac{\ln x}{x}$.

2.923A Să se calculeze $\displaystyle\int\frac{dx}{1-\cos x}$.

a) $-\operatorname{ctg}\frac{x}{2}+C$; b) $\operatorname{ctg}\frac{x}{2}+x$; c) $\operatorname{tg}\frac{x}{2}+C$; d) $-\operatorname{tg}\frac{x}{2}+C$; e) $\operatorname{tg}^2 x+C$;
f) $-\operatorname{ctg}^2 x+C$.

2.924A Primitivele $F(x)=\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{e^{-2x}+1}}$ sunt

a) $\ln\sqrt{1+e^{2x}}+C$; b) $\ln(e^x+\sqrt{1+e^{2x}})+C$; c) $\sqrt{e^{2x}+1}+C$; d) $\sqrt{e^{-2x}+1}+C$;
e) $(1+e^x)^2+C$; f) $(1+e^{-x})^2+C$.

2.925A Calculaţi integrala nedefinită $\int x^3\sqrt{x^2+1}\ \mathrm{d}x$.

a) $\frac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3}-\sqrt{x^2+1}+C$; b) $\frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}+C$; c) $\frac{1}{5}\sqrt{(x^2+1)^5}-\frac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3}+C$; d) $x\sqrt{x^2+1}+C$; e) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C$; f) $\frac{x^2}{\sqrt{(x^2+1)^3}}+C$.

2.926A Să se determine primitivele $\int \frac{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}}\ \mathrm{d}x$.

a) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+C$; b) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}+C$; c) $\frac{\ln^2(x+\sqrt{1+x^2})}{2}+C$; d) $\ln(x+\sqrt{1+x^2})+C$; e) $\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}+C$; f) $x+\sqrt{x^2+1}+C$.

2.927A Care sunt valorile primitivei $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x(1+x)}}$, $x>0$.

a) $2\ln(\sqrt{x}+\sqrt{1+x})+C$; b) $\sqrt{(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}}+C$; c) $\sqrt{1+x+x^2}+C$; d) $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{1+x}}+C$; e) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{1+x}}+C$; f) $\sqrt{1+x}+C$.

2.928A Una din primitivele $\int \frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{1+x^2}\ \mathrm{d}x$ este

a) $\frac{x}{1+x^2}$; b) $(x\operatorname{arctg} x)^2$; c) $\frac{x\operatorname{arctg} x}{2}$; d) $\frac{(\operatorname{arctg} x)^3}{3}$; e) $\frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{3}$; f) $x\operatorname{arctg} x$.

2.929A Fie $F(x)=\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x-4\cos^2 x}$. Atunci

a) $F(x)=\operatorname{arctg}(\frac{\operatorname{tg} x}{2})+C$; b) $F(x)=2x+C$; c) $F(x)=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(\frac{\operatorname{tg} x}{2})+C$; d) $F(x)=\frac{1}{\cos^2 x}+C$; e) $F(x)=-\frac{1}{\sin^2 x}+C$; f) $F(x)=\operatorname{tg} x$.

2.930A Primitivele $F(x)=\int \frac{\mathrm{d}x}{(\arcsin x)^2\sqrt{1-x^2}}$ sunt

a) $-\frac{1}{\arcsin x}+C$; b) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}+C$; c) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$; d) $\sin x+C$; e) $\cos x+C$; f) $\operatorname{tg} x+C$.

2.931A Să se calculeze $\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+1}}$ $(x>0)$.

a) $\ln\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+C$; b) $\ln\sqrt{1+x^2}+C$; c) $-\ln\left(\frac{1}{x}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)+C$; d) $\frac{\ln(1+x^2)}{x}+C$; e) $\ln(x+\sqrt{1+x^2})+C$; f) $\ln(-x+\sqrt{1-x^2})+C$.

2.932A Să se calculeze $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$, $x>0$.

a) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}+C$; b) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C$; c) $\sqrt{(x^2+1)^3}+C$; d) $\frac{x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}+C$; e) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}+C$; f) $x+\sqrt{x^2+1}+C$.

2.933A Determinaţi primitivele $\int \frac{\mathrm{d}x}{(1+x)\sqrt{x}}$.

a) $\frac{1}{1+x}+C$; b) $\frac{\sqrt{x}}{1+x}+C$; c) $2\operatorname{arctg}\sqrt{x}+C$; d) $\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{x}}+C$; e) $\operatorname{arctg} x+C$; f) $\frac{1}{1+\sqrt{x}}+C$.

2.934A Aflaţi primitivele $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x\cos^2 x}$.

a) $x+\operatorname{tg} x+C$; b) $x+\operatorname{ctg} x+C$; c) $\operatorname{tg} x-\operatorname{ctg} x+C$; d) $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x+C$; e) $\frac{1}{\cos^2 x}+C$; f) $\frac{1}{\sin^2 x}+C$.

2.935A Una dintre primitivele $\int \frac{x\,\mathrm{d}x}{x^4-2x^2-1}$ este

a) $\ln\frac{x^2+2}{x^2+1}$; b) $\ln\frac{x^2+1}{x^2+2}$; c) $\ln\left|\frac{x^2-(\sqrt{2}+1)}{x^2+(\sqrt{2}-1)}\right|$; d) $\frac{1}{4\sqrt{2}}\ln\left|\frac{x^2-(\sqrt{2}+1)}{x^2+(\sqrt{2}-1)}\right|$; e) $\ln\left|\frac{x^2-1}{x^2+1}\right|$; f) $\ln\left|\frac{x^2+1}{x^2-1}\right|$.

2.936A Una dintre primitivele $\int \sqrt{\frac{e^x+1}{e^x-1}}\ \mathrm{d}x$ este

a) $\frac{1}{e^{2x}-1}$; b) $\frac{1}{e^{2x}+1}$; c) $\frac{e^x}{e^{2x}+1}$; d) $\ln|e^x+\sqrt{e^{2x}-1}|+\arccos e^{-x}$; e) $\ln(e^x+\sqrt{e^{2x}+1})$; f) $\frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}$.

2.937A Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $F(x)=\ln\sqrt{4+x^2}$ să fie o primitivă a funcţiei $f(x)=\frac{x+a}{4+x^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

a) -2; b) 0; c) 2; d) -1; e) 1; f) 4.

2.938A O primitivă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} xe^x, & x\le 0\\ 3x^2, & x>0\end{cases}$, este

a) $F(x)=\begin{cases} e^x(x-1)+1, & x\le 0\\ x^3, & x>0\end{cases}$; b) $F(x)=\begin{cases} e^x(x+1), & x\le 0\\ x^3, & x>0\end{cases}$;

c) $F(x)=\begin{cases} e^x(x-1)+1, & x\le 0\\ x^3+x, & x>0\end{cases}$; d) $F(x)=\begin{cases} e^x(x-1)+1, & x\le 0\\ x^3+1, & x>0\end{cases}$;

e) $F(x)=\begin{cases} e^x(x-1), & x\le 0\\ x^3, & x>0\end{cases}$; f) $F(x)=\begin{cases} e^x(x+1)-1, & x\le 0\\ x^3, & x>0.\end{cases}$

2.939A Calculaţi $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x}\ \mathrm{d}x$, $x\in(-\frac{\pi}{2},0)$.

a) $\frac{1}{2}\sin^2 x + \ln(\sin x) + C$; b) $\frac{1}{2}\sin^2 x + \ln(\sin(-x)) + C$; c) $\ln(\sin x) + C$;
d) $\frac{1}{2}\cos^2 x + \ln(\sin(-x)) + C$; e) $-\sin^2 x + \ln(\sin x) + C$; f) $-\frac{1}{2}\sin^2 x - \ln(\sin x)$.

2.940A Calculaţi $\int \sin x \sin 2x \, dx$, $x \in \mathbb{R}$.
a) $2\sin 3x$; b) $2\sin^3 x$; c) $\frac{2}{3}\sin x - \frac{2}{3}\sin x \cos^2 x$; d) $\frac{2}{3}\sin x \cos^2 x$; e) $\frac{2}{3}\sin x$;
f) $\sin^3 x$.

2.941A Determinaţi $\int \frac{\ln x}{x(1-\ln^2 x)} \, dx$, $x \in (e^{-1}, e)$.
a) $\ln \frac{1}{\ln^2 x - 1} + C$; b) $\frac{1}{2}\ln \frac{1}{1-\ln^2 x} + C$; c) $\frac{1}{2}\ln \frac{1}{1-x^2} + C$; d) $\frac{1}{2}\ln \frac{1}{x^2-1} + C$;
e) $\ln \frac{1}{1-\ln^2 x} + C$; f) $\frac{1}{2}\ln \frac{1}{\ln^2 x - 1} + C$.

2.942A Determinaţi $\int \frac{x^2-3}{x^3-x} \, dx$, $x \in (-1, 0)$.
a) $\ln \frac{x^3}{x^2-1} + C$; b) $\frac{1}{3}\ln \frac{x}{1-x^2} + C$; c) $\frac{1}{3}\ln \frac{x}{x^2-1} + C$; d) $\ln \frac{x}{x^2-1} + C$; e) $\ln \frac{x^3}{1-x^2} + C$;
f) $\ln \frac{x}{1-x^2} + C$.

2.943A Fie F o primitivă a funcţiei $f(x) = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$. Atunci $F(1) - F(-1)$ are valoarea
a) $2 \operatorname{arctg}(\sin 1)$; b) $\frac{\pi}{2}$; c) 0; d) $\sqrt{2} + C, \forall C \in \mathbb{R}$; e) $-\sqrt{2}$; f) 2.

2.944A Fie $f(x) = x^2 e^x, \forall x \in \mathbb{R}$. Atunci o primitivă a lui f este
a) $F(x) = e^x(x^2-2x+4)$; b) $F(x) = e^x(x^2-2x-2)$; c) $F(x) = e^x(x^2+2x+2)$;
d) $F(x) = e^x(x^2+2)$; e) $F(x) = e^x(x^2+2x+2)+C$; f) $F(x) = e^x(x^2-2x+2)+1$.

2.945A Fie $I(x)$ primitiva funcţiei $f(x) = x\sin x$ cu proprietatea $I(0) = 0$ şi $J(x)$ primitiva funcţiei $g(x) = x\cos x$ cu proprietatea $J(0) = 1$. Atunci
a) $I(x) = J(x) - 1$; b) $I(x) + J(x) = (x+1)(\sin x + \cos x)$;
c) $I^2(x) - J^2(x) = 1 - x^2$; d) $I^2(x) + J^2(x) = 1 + x^2$;
e) $I(x) + J(x) = 0$; f) $I^2(x) - J^2(x) = x^2 - 1$.

2.946A O primitivă a funcţiei $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x+x^2}}$, $x \in \mathbb{R}$, este
a) $\ln\left(x + \frac{1}{2} + \sqrt{1+x+x^2}\right)$; b) $\ln\left(x - \sqrt{1+x+x^2}\right)$; c) $\ln\left(\sqrt{1+x+x^2}\right)$;
d) $\ln\left(\frac{x}{2} + \sqrt{1+x+x^2}\right)$; e) $\ln\left(x + \frac{1}{2} - \sqrt{1+x+x^2}\right)$; f) $\ln\left(x + \sqrt{1+x+x^2}\right)$.

2.947A Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x-1|$. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată ?
a) f este derivabilă pe $\mathbb{R}$; b) $F(x) = \frac{x^2}{2} - x$ este o primitivă a lui f pe $\mathbb{R}$;
c) f nu admite primitive pe $\mathbb{R}$; d) f nu are proprietatea lui Darboux;
e) f admite o infinitate de primitive pe $\mathbb{R}$; f) f nu este continuă.

2.948A Să se calculeze $\int \cos^2 x \sin x \, dx$.
a) $-\frac{\cos^3 x}{3}$; b) $\cos^3 x$; c) $-\frac{\cos^3 x}{3} + C$; d) $\frac{\sin^3 x}{3}$; e) $-\frac{\sin^3 x}{3}$; f) $\frac{\cos^3 x}{3}\frac{\sin^2 x}{2}$.

2.949A Fie F primitiva funcţiei $f : (0,1) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}$ cu proprietatea $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$. Atunci
a) $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1$; b) $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$; c) $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$;
d) $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4} + 1$.

2.950A Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 3x^2+2x+1, & x \le 0 \\ e^x, & x > 0 \end{cases}$. Care dintre funcţiile $F_1, F_2, F_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F_1(x) = \begin{cases} x^3+x^2+x+C, & x \le 0 \\ e^x + C, & x > 0 \end{cases}$,
$F_2(x) = \begin{cases} x^3+x^2+x, & x \le 0 \\ e^x, & x > 0 \end{cases}$, $F_3(x) = \begin{cases} x^3+x^2+x, & x \le 0 \\ e^x - 1, & x > 0 \end{cases}$ este primitivă a lui f ?
a) toate trei; b) nici una; c) F_1; d) F_2; e) F_3; f) F_1 şi F_2.

2.951A Fie funcţia $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \le 1; \\ x^2, & x > 1. \end{cases}$ Fie F primitiva lui f cu proprietatea $F(4) = -8$. Atunci
a) $F(-1) = 3$; b) $F(-1) = -3$; c) $F(-1) = -27$; d) $F(-1) \notin \{-27, 3\}$;
e) $F(-1) \in \{3, -3\}$; f) $F(-1) = 27$.

2.952A O primitivă a funcţiei $f(x) = xe^x \sin x, x \in \mathbb{R}$, este
a) $\frac{1}{2}e^x(x\cos x + x\sin x - \sin x)$; b) $\frac{1}{2}e^x(x\sin x + \cos x)$;
c) $\frac{1}{2}e^x(x\sin x - x\cos x + \cos x)$; d) $\frac{1}{2}(1-x)e^x\cos x$;
e) $\frac{1}{2}xe^x(\cos x + \sin x)$; f) $\frac{1}{2}(1-x)e^x\sin x)$.

2.953A Să se calculeze o primitivă a funcţiei $f(x) = x^2 \ln x$, $x > 0$.
a) $\frac{x^3}{9}(3\ln x - 1)$; b) $\frac{x^3}{3}(3\ln x - 1)$; c) $\frac{x^3}{3}(\ln x - 1)$; d) $\frac{x^3}{3}(3\ln x + 1)$;
e) $\frac{x^3}{9}(3\ln x + 1)$; f) $\frac{x^3}{3}(\ln x + 1)$.

2.954A Fie $I = \int \operatorname{arctg} x \, dx$. Atunci
a) $I = x\operatorname{arctg} x + C$; b) $I = x\operatorname{arctg} x - \ln(x^2+1) + C$;
c) $I = x\operatorname{arctg} x - \ln\sqrt{x^2+1} + C$; d) $I = x\operatorname{arctg} x - 2\ln(x^2+1) + C$;
e) $I = x\operatorname{arctg} x - 2\ln\sqrt{x^2+1} + C$; f) $I = -\frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$.

2.955A Să se calculeze $\lim\limits_{t\to\infty}\int_1^t (x-1)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$.

a) 0; b) limita nu există; c) $\frac{\mathrm{e}-1}{2}$; d) $\frac{1}{\mathrm{e}}$; e) e; f) ∞.

2.956A Fie funcţiile $f(x)=x\ln(x+1)$,

$$g(x)=(x^2-1)\ln\sqrt{x+1}+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{4},$$

$$h(x)=\frac{x}{2}-\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{5}+\frac{x^2}{2}\ln\frac{x+1}{3},$$

$$s(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{2}\ln(x+1)+x-\frac{x^2}{2},$$

definite pentru $x>-1$. Care afirmaţie este corectă ?

a) funcţiile g,h,s sunt primitive ale lui f; b) numai g este primitivă a lui f;
c) numai h este primitiva lui f; d) numai funcţia s este primitiva lui f;
e) funcţiile g şi h sunt primitive ale lui f; f) funcţia f nu are primitive.

2.957A Să se calculeze $F(x)=\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$

a) $F(x)=\arcsin\mathrm{e}^x+c$; b) $F(x)=\arccos\mathrm{e}^x+c$; c) $F(x)=\operatorname{arctg}\mathrm{e}^x+k$;
d) $F(x)=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{2x}+1}+k$; e) $F(x)=\mathrm{e}^{2x}+1+k$; f) $F(x)=\ln(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})+k$.

2.958B Fie $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^5}{\sqrt{1+x^3}}$ şi fie $F:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$ o primitivă a lui f astfel încât $F(0)=0$. Calculaţi $a=F(2)$.

a) $a=1$; b) $a=\frac{11}{9}$; c) $a=\frac{40}{9}$; d) $a=\frac{20}{9}$; e) $a=\frac{32}{3}$; f) $a=\frac{11}{3}$.

2.959B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\mathrm{e}^x+1}$. Dacă $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a lui f, atunci $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)$ este

a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) 0; d) limita nu există; e) limita depinde de F; f) e.

2.960B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\max\{x,x^2\}$. Atunci

a) f nu admite primitive pe $\mathbb{R}$; b) f este derivabilă; c) f nu este continuă;

d) $F(x)=\begin{cases}\frac{x^3}{3}, & x\in(-\infty,0)\cup(1,\infty)\\ \frac{x^2}{2}, & x\in[0,1]\end{cases}$ este o primitivă a lui f;

e) f nu este monotonă;

f) $F(x)=\begin{cases}\frac{x^3}{3}+\frac{1}{6}\operatorname{sgn}x, & x\in(-\infty,0)\cup(1,\infty)\\ \frac{x^2}{2}, & x\in[0,1]\end{cases}$ este o primitivă a lui f.

2.961B Pentru ce valori ale lui $m\in\mathbb{R}$ funcţia $f(x)=\begin{cases}x^2+m, & x<0\\ x+2m^2, & x\geq 0\end{cases}$ admite primitive pe $\mathbb{R}$?

a) $m=0$; b) $m\notin\{0,\frac{1}{2}\}$; c) $m\in\{0,\frac{1}{2}\}$; d) $m=-\frac{1}{2}$; e) nu există; f) $m\in\mathbb{R}$.

2.962B Fie F o primitivă pe $\mathbb{R}$ a funcţiei $f(x)=x\mathrm{e}^{-x}$ cu $F(-1)=0$. Atunci

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=1$; b) $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=-1$; c) $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=+\infty$;
d) $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=-\infty$; e) $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=0$; f) $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$ nu există.

2.963B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcţie şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o primitivă a sa. Se ştie că $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$ şi $F(0)=0$. Atunci $F(1)$ are valoarea

a) $\frac{\ln 3}{3}+\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$; b) $\frac{\ln 3}{2}+\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$; c) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$; d) $\frac{1}{3}+\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$; e) $\pi\ln 3$; f) 1.

2.964B Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^{5n-1}+x^{n-1}}{1+x^{6n}}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Care dintre funcţiile următoare este o primitivă a lui f ?

a) $\frac{1}{n}\operatorname{arctg}(x^n)+1$; b) $\frac{1}{n}\operatorname{arctg}(x^{3n})+3$; c) $\frac{1}{6n}\operatorname{arctg}(x^{6n})+3$;
d) $\frac{1}{n}\operatorname{arctg}(x^n)+\frac{1}{3n}\operatorname{arctg}(x^{3n})+1$; e) $\ln(x^{6n}+1)$; f) $\operatorname{arctg}(x^{3n})+10$.

2.965B Să se determine o primitivă a funcţiei: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^3}}$, $x\in[0,1)$.

a) $\frac{x}{1-x^3}$; b) $\frac{x\sqrt{x}}{1-x^3}$; c) $\arcsin x^3$; d) $3\arcsin x^{\frac{3}{2}}$; e) $\frac{2}{3}\arcsin x^{\frac{3}{2}}$; f) $x\arcsin x^3$.

2.966B Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ următoare:

1°	$x\to\max\{1,x^2\}$;	2°	$x\to[x]-x$;
3°	$x\to\operatorname{sgn}x$;	4°	$x\to(1+x^2)\operatorname{sgn}x$;
5°	$x\to[\cos x]$;	6°	$x\to\{\sin x\}$.

Una dintre acestea admite primitive. Care ?

a) 1°; b) 2°; c) 3°; d) 4°; e) 5°; f) 6°.

2.967B Fie $F(x)=\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{(1+x^2)^2}$. Atunci

a) $F(x)=-\frac{1}{1+x^2}+C$; b) $F(x)=\ln(1+x^2)+C$;
c) $F(x)=\operatorname{arctg}x+\frac{x}{1+x^2}+C$; d) $F(x)=\dfrac{\operatorname{arctg}x}{2}+\frac{x}{2(1+x^2)}+C$;
e) $F(x)=\operatorname{arctg}x+\frac{x}{2(1+x^2)}+C$; f) $F(x)=\dfrac{\operatorname{arctg}x}{2}+\frac{x}{(1+x^2)}+C$.

2.968B Să se determine primitivele funcţiei $f(x)=\dfrac{2x-3}{(x-1)^2(x-2)^2}$.

a) $\ln\left|\frac{x-1}{x-2}\right|+C$; b) $\frac{1}{-x^2+3x-2}+C$; c) $\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x-2}+C$;
d) $\ln\left|\frac{x-2}{x-1}\right|+C$; e) $\frac{2x-3}{(x-1)(x-2)}+C$; f) $\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2}{(x-2)^2}+C$.

2.969B Să se calculeze $F(x)=\int\frac{\mathrm{d}x}{1+\sin x}$.

a) $F(x)=\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+C$; b) $F(x)=\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+C$;
c) $F(x)=\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+C$; d) $F(x)=\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+C$;
e) $F(x)=\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+C$; f) $F(x)=\operatorname{ctg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+C$.

2.970C Fie $f:[0,2]\to[0,2]$, $f(x)=\begin{cases}x, & x\in[0,1]\\ 2x-2, & x\in(1,2]\end{cases}$. Decideţi:

a) f admite primitive; b) f este strict monotonă; c) f este injectivă; d) f nu este integrabilă pe $[0,2]$; e) f este surjectivă; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.971C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=[x]-x$. Atunci

a) f este continuă; b) f nu este continuă dar admite primitive; c) f nu are proprietatea lui Darboux, dar $f(\mathbb{R})$ este interval; d) f este injectivă; e) f este descrescătoare; f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

2.972C Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ unde $a\in\mathbb{R}$ este un parametru. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată ?

a) pentru orice $a\in[-1,1]$ funcţia f are primitive; b) funcţia f este monotonă; c) pentru $a=0$ funcţia f are primitive; d) pentru $a=0$ funcţia f este continuă; e) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$; f) pentru orice $a\in\mathbb{R}$ funcţia f are proprietatea lui Darboux.

2.973C Se consideră funcţiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$ definite prin

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\in(0,1]\\ 1, & x=0\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}\sin x, & x\in[0,\frac{1}{2}]\\ 1, & x\in(\frac{1}{2},1].\end{cases}$$

Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată ?

a) f şi g admit primitive; b) f admite primitivă, dar g nu admite; c) g admite primitivă, dar f nu admite; d) nici una din funcţii nu admite primitive; e) g este continuă; f) f nu este continuă.

2.974C Fie $a_n=\int_0^n e^{-\sqrt{x}}dx$. Atunci

a) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=+\infty$; b) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$; c) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=1$; d) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=2$; e) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\mathrm{e}$; f) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\mathrm{e}^{-1}$.

2.975C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ şi F o primitivă a sa. Dacă $F(x)\cdot f(x)=x,\forall x\in\mathbb{R}$, şi $F(0)=1$, atunci $f(x)$ are expresia

a) $f(x)=1,\forall x\in\mathbb{R}$; b) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}},\forall x\in\mathbb{R}$; c) $f(x)=\sqrt{1+x^2},\forall x\in\mathbb{R}$;
d) $f(x)=x,\forall x\in\mathbb{R}$; e) $f(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}$; f) $f(x)=x^2,\forall x\in\mathbb{R}$.

2.976C Să se calculeze $\int\frac{\mathrm{d}x}{x(x+1)(x+2)}$, $x\in(0,\infty)$.

a) $\ln x+\ln(x+1)+\frac{1}{2}\ln(x+2)+C$; b) $\frac{1}{2}\ln\left(x(x+1)^2(x+2)\right)+C$;
c) $\ln x-\ln(x+1)+\frac{1}{2}\ln(x+2)+C$; d) $\frac{1}{2}\ln x-\ln(x+1)+\ln(x+2)+C$;
e) $\ln\frac{\sqrt{x(x+2)}}{x+1}+C$; f) $\ln x-\ln(x+1)-\frac{1}{2}\ln(x+2)+C$.

2.977C Fie $I_n(t)=\int_0^t\frac{\mathrm{d}x}{(1+x^5)^n}$, $n\in\mathbb{N}$. Determinaţi relaţia între I_n şi I_{n+1}.

a) $I_{n+1}(t)=\frac{3n-1}{2n}I_n(t)$; b) $I_{n+1}(t)=\frac{3n-1}{3n}I_n(t)$;
c) $I_{n+1}(t)=\frac{5n-1}{5n}I_n(t)+\frac{t}{5n(1+t^5)^n}$; d) $I_{n+1}(t)=\frac{5n-1}{3n}I_n(t)+\frac{t}{(1+t^5)^n}$;
e) $I_{n+1}(t)=\frac{5n-1}{5n}I_n(t)+\frac{1}{(1+t^5)^n}$; f) $I_{n+1}(t)=\frac{5n-1}{5n}I_n(t)+\frac{t^5}{(1+t^5)^n}$.

2.978C O primitivă a funcţiei $f(x)=\operatorname{arctg}\sqrt{x}$, $x\geq 0$ este

a) $x\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}$; b) $(x+1)\operatorname{arctg}\sqrt{x}$; c) $(x+1)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}$;
d) $(x-1)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}$; e) $(x+1)\operatorname{arctg}\sqrt{x}+\sqrt{x}$; f) $(-1)\operatorname{arctg}\sqrt{x}+\sqrt{x}$.

2.979C Determinaţi o primitivă a funcţiei $f(x)=\frac{1}{5-4\cos x}$ pe intervalul $[0,2\pi]$.

a) $F(x)=\frac{2}{3}\operatorname{arctg}\left(3\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right)$; b) $F(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}\operatorname{arctg}\left(3\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right), & x\in[0,\pi)\\ \frac{\pi}{3}, & x=\pi\\ \frac{2}{3}\operatorname{arctg}\left(3\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right)+\frac{2\pi}{3}, & x\in(\pi,2\pi]\end{cases}$;
c) $F(x)=\frac{2}{3}\operatorname{arctg}\left(3\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right)+C$; d) funcţia nu admite primitive pe $[0,2\pi]$;
e) $F(x)=\frac{1}{5-4\sin x}$; f) $F(x)=\frac{4\sin x}{5-4\sin x}$.

2.8 Integrale definite

2.980A Fie $I = \int_1^3 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(x+1)}$. Atunci

a) $I = \frac{\pi}{6}$; b) $I = \frac{\pi}{12}$; c) $I = \frac{\pi}{18}$; d) $I = \frac{\pi}{12}$; e) $I = \frac{\pi}{8}$; f) $I = \frac{\pi}{24}$.

2.981A Valoarea integralei $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^4 x + \operatorname{ctg}^6 x + \operatorname{ctg}^8 x)\,\mathrm{d}x$ este

a) $I = \frac{10}{21}$; b) $I = \frac{21}{10}$; c) $I = \frac{\pi}{2}$; d) $I = \frac{\pi}{4}$; e) $I = \pi$; f) $I = \frac{2}{\pi}$.

2.982A Să se calculeze integrala $I = \int_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}x}{\sin^4 x + \cos^4 x}$.

a) $I = 2\pi$; b) $I = \frac{\sqrt{2}}{2\pi}$; c) $I = 2\pi\sqrt{2}$; d) $I = \frac{1}{2\pi}$; e) $I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$; f) $I = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$.

2.983A Să se calculeze aria cuprinsă între graficele funcţiilor $f(x) = |x|$ şi $g(x) = 1$, pentru $x \in [-1, 1]$.

a) $\frac{1}{2}$; b) 2; c) 1; d) $\frac{1}{3}$; e) 3; f) 4.

2.984A Să se calculeze aria cuprinsă între garficele funcţiilor $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$ şi $g(x) = \mathrm{e}^x$ pentru $x \in [0, 1]$.

a) $\mathrm{e} + \frac{1}{\mathrm{e}} - 2$; b) $\mathrm{e} - 1$; c) $\mathrm{e} + 1$; d) $\mathrm{e} + \frac{1}{\mathrm{e}}$; e) $\mathrm{e} - \frac{1}{\mathrm{e}}$; f) $\mathrm{e} + \frac{1}{\mathrm{e}} + 2$.

2.985A Folosind sume Riemann să se calculeze limita

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1 + \sqrt{1+\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\frac{2}{n}} + \ldots + \sqrt{1+\frac{n}{n}}}{n}.$$

a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{6}$; c) $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$; d) 1; e) $\sqrt{2}$; f) $2\sqrt{2}-1$.

2.986A Valoarea integralei $\int_0^1 \frac{x^2\,\mathrm{d}x}{x^6+1}$ este

a) $\frac{\pi}{2}$; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{\pi}{12}$; e) $\frac{\pi}{4}$; f) π.

2.987A Care este valoarea integralei $\int_0^1 x^2\sqrt{1+3x^3}\,\mathrm{d}x$

a) $\frac{14}{27}$; b) 0; c) 1; d) $\frac{4}{27}$; e) $\frac{8}{27}$; f) $\frac{2}{27}$.

2.988A Să se calculeze $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,\mathrm{d}x$.

a) $I = \pi$; b) $I = \frac{\pi}{4} - 1$; c) $I = \frac{\pi}{2} - 1$; d) $I = \frac{\pi}{2} + 1$; e) $I = \pi - 1$; f) $I = \pi + 1$.

2.989A Care este valoarea integralei $I = \int_{-1}^1 x^3\sqrt{x^4+1}\,\mathrm{d}x$.

a) $I = 0$; b) $I = 2$; c) $I = 1$; d) $I = -1$; e) $I = \sqrt{2}$; f) $I = \sqrt{2}+1$.

2.990A Folosind calculul integral să se calculeze $I = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{\sqrt{n^2+k^2}}$.

a) $I = \sqrt{2}$; b) $I = 1 - \sqrt{2}$; c) $I = \sqrt{2} - 1$; d) $I = \frac{\pi}{2}$; e) $I = \pi$; f) $I = e - 1$.

2.991A Să se calculeze $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^5 x)\,\mathrm{d}x$.

a) $I = \frac{1}{4}$; b) $I = \frac{\pi}{2}$; c) $I = \frac{\pi}{4}$; d) $I = \frac{\pi}{6}$; e) $I = 1$; f) $I = \frac{1}{2}$.

2.992A Utilizând suma Riemann să se calculeze

$$I = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + \sqrt[n]{2} + \sqrt[n]{2^2} + \sqrt[n]{2^3} + \ldots + \sqrt[n]{2^n}}{n}.$$

a) $I = \frac{3}{\ln 2}$; b) $I = \frac{2}{\ln 3}$; c) $I = \frac{1}{\ln 2}$; d) $I = \frac{2}{\ln 2}$; e) $I = \ln 2$; f) $I = 2\ln 2$.

2.993A Să se calculeze integrala $I = \int_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.

a) $I = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$; b) $I = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$; c) $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $I = \frac{\pi}{2}$; e) $I = \frac{\pi}{4}$; f) $I = e - 1$.

2.994A Să se calculeze integrala $I = \int_0^{\pi} \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x^2+\pi^2)^3}$

a) $I = \frac{1}{2\pi}$; b) $I = \frac{1}{(2\pi)^2}$; c) $I = \frac{3}{(2\pi)^4}$; d) $I = \frac{3}{(2\pi)^2}$; e) $I = 1$; f) $I = e$.

2.995A Valoarea integralei $\int_0^1 \mathrm{e}^x \sin x\,\mathrm{d}x$ este

a) $\frac{1}{2}(1+\mathrm{e}\sin 1 - \mathrm{e}\cos 1)$; b) $\frac{1}{2}(1-\mathrm{e}\sin 1 - \mathrm{e}\cos 1)$; c) $\frac{1}{2}\left(1+\frac{\mathrm{e}\pi}{2}\right)$; d) e; e) $\frac{1}{4}(\mathrm{e}\pi)$; f) $1 + \mathrm{e}\sin 1 + \mathrm{e}\cos 1$.

2.996A Calculaţi $\int_{-1}^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-2x+5}$.

a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) 2; d) $\frac{\pi}{8}$; e) $-\frac{\pi}{4}$; f) $\ln 4 - \ln 8$.

2.997A Valoarea integralei $\int_{-1}^2 \frac{|x|-1}{x+3}\,\mathrm{d}x$ este

a) $-6\ln 3 - 1 - 2\ln 2 - 4\ln 5$; b) $6\ln 3 + 1 + 2\ln 2 + 4\ln 5$; c) $6\ln 3 + 1 - 2\ln 2 - 4\ln 5$; d) $6\ln 3 - 1 - 2\ln 2 - 4\ln 5$; e) $6\ln 3 + 1 + 2\ln 2 - 4\ln 5$; f) $6\ln 3 + 1 - 2\ln 2 + 4\ln 5$.

2.998A Fie $f(x) = \dfrac{F'(x)}{F^2(x)}, \forall x \in [a,b]$, unde F este o funcţie derivabilă pe $[a,b]$ şi $F(x) \neq 0, \forall x \in [a,b]$. Atunci $\int_a^b f(x)\,dx$ este

a) $\frac{1}{F(b)} - \frac{1}{F(a)}$; b) $\frac{2}{F^3(b)} - \frac{2}{F^3(a)}$; c) $\frac{2}{F^3(a)} - \frac{2}{F^3(b)}$; d) $F(b) - F(a)$; e) $\frac{1}{F(a)} - \frac{1}{F(b)}$; f) $F(a) - F(b)$.

2.999A Fie $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,dx$ şi $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,dx$. Atunci

a) $A + B = 1$; b) $A = B$; c) $A - B = \frac{\pi}{2}$; d) $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 1$; e) $A + B = \pi$; f) $A \cdot B = 1$.

2.1000A Aria subgraficului funcţiei $f(x) = \frac{x}{x^2+9}$ mărginit de dreptele $x = 1$ şi $x = 4$ este

a) $\frac{1}{2}\ln\frac{2}{5}$; b) $\ln\frac{5}{2}$; c) $\ln\frac{2}{5}$; d) $\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\operatorname{arctg}\frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6}\right)$; e) $\ln 10 + \ln 5$; f) $\ln\sqrt{\frac{5}{2}}$.

2.1001A Valoarea integralei $\int_{-2}^{3} |2 - 2x|\,dx$ este

a) 13; b) 5; c) -15; d) 3; e) 7; f) 9.

2.1002A Dacă $\int_0^{\pi/2} (a\sin x + b\cos x - 1)\,dx = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, atunci

a) $a - b = \pi/2$; b) $a = b = 1/2$; c) $a = -b$; d) $a + b = \pi/2$; e) $a = b = 1$; f) $a = b = \pi/4$.

2.1003A Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\int_{-1}^{2} \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} - ax\right) dx = 0$.

a) 2; b) 0; c) -1; d) 1; e) -2; f) 4.

2.1004A Să se calculeze derivata funcţiei $F(x) = \int_0^{\operatorname{arctg} x} \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 t}\,dt$.

a) $F'(x) = \frac{1}{1+x^2}$; b) $F'(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$; c) $F'(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$; d) $F'(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1+x^2}$; e) $F'(x) = \frac{1}{(1+x^2)^2}$; f) $F'(x) = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}$.

2.1005A Să se calculeze $I = \int_{-2}^{2} |x - 1|\,dx$.

a) 2; b) 5; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{1}{2}$; e) 3; f) 4.

2.1006A Să se calculeze $I = \int_5^6 \frac{x+1}{x^2 - 16}\,dx$.

a) $\frac{5}{8}\ln 2$; b) $\frac{3}{8}\ln 10 + \frac{5}{8}\ln 2 - \frac{3}{8}\ln 9$; c) $\frac{5}{8}\ln 2 + \frac{3}{8}\ln 9$; d) $\frac{3}{8}\ln 10 - \frac{3}{8}\ln 9$; e) $\ln 2$; f) $\ln 2 + 2\ln 3$.

2.1007A Dacă $I \subset [0, 2\pi]$ este un interval închis, atunci $\lim_{n\to\infty} \int_I \cos nx\,dx$ este

a) 0; b) 1; c) 0,1; d) 10; e) -1; f) 2.

2.1008A Aria A a suprafeţei mărginite de parabolele $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{3}$, $0 \leq x \leq 3$ este

a) $A = 1$; b) $A = \frac{5}{4}$; c) $A = 6$; d) $A = 3$; e) $A = \frac{11}{4}$; f) $A = 5$.

2.1009A Să se calculeze integrala $\int_0^1 \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}\,dx$.

a) $1 + \frac{\pi\sqrt{3}}{9} - \ln 3$; b) $-1 + \frac{\pi\sqrt{3}}{9} + \ln 3$; c) $\frac{\pi\sqrt{3}}{9} - \ln 3$; d) $\frac{\pi\sqrt{3}}{9} + \ln 3$; e) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \ln 9$; f) $\ln 3$.

2.1010A Fie $k = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}\int_0^x \operatorname{tg} t\,dt$. Atunci

a) $k = \infty$; b) $k = \frac{1}{2}$; c) $k = 4$; d) k nu există; e) $k = 1$; f) $k = \frac{1}{3}$.

2.1011A Fie $f : [0,2] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Aflaţi valoarea integralei

$$\int_0^1 \left(e^{f(x)} + xf'(x)e^{f(x)}\right) dx.$$

a) e; b) $f(1)^e$; c) $f(1)$; d) $e^{f(1)}$; e) $e - 1$; f) $ef(1)$.

2.1012A Fie $f\colon [0,\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos^3 x$. Determinaţi $\xi \in [0,\pi]$ astfel încât

$$\int_0^\pi f(x)\,dx = \pi f(\xi).$$

a) $\frac{\pi}{3}$; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{\pi}{4}$; d) $\frac{2\pi}{3}$; e) $\frac{5\pi}{6}$; f) $\frac{\pi}{2}$.

2.1013A Dacă $I \subset [0, 2\pi]$ este un interval închis, atunci $\lim_{n\to\infty} \int_I \sin nx\,dx$ este

a) 0; b) 0,1; c) 1; d) 2; e) 0,2; f) 0,3.

2.1014A Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ \dfrac{x^2}{3}, & x \geq 1 \end{cases}$ şi $I = \int_0^2 f(x)\,dx$. Atunci

a) $I = \frac{1}{2}$; b) $I = \frac{8}{9}$; c) $I = \frac{23}{18}$; d) $I = \frac{11}{18}$; e) $I = \frac{7}{9}$; f) $I = 0$.

2.1015A Să se calculeze $\int_{-2}^{2} 2^{[x]}\,dx$, unde $[x]$ este partea întreagă a lui $x \in \mathbb{R}$.

a) 4; b) 2^4; c) $\frac{2^2-2^{-2}}{\ln 2}$; d) 0; e) $\frac{15}{4}$; f) alt răspuns.

2.1016A Să se calculeze $\int_{1}^{e} \frac{\sin(\ln x)}{x}\,dx$.

a) $\cos 1$; b) $2+\cos 1$; c) $1-\cos 1$; d) $1+\cos 1$; e) $2-\cos 1$; f) 0.

2.1017A Calculaţi $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[\ln\left(\frac{1}{n}+1\right)+\ln\left(\frac{2}{n}+1\right)+\ldots+\ln\left(\frac{n}{n}+1\right)\right]$.

a) -1; b) $2\ln 2-1$; c) $-1+\ln 2$; d) $2\ln 2$; e) 1; f) 0.

2.1018A Fie $I=\int_0^{\pi/4} (\operatorname{tg} x+\operatorname{tg}^3 x+\operatorname{tg}^5 x+\operatorname{tg}^7 x)\,dx$. Atunci

a) $I=-\frac{3}{4}$; b) $I=\frac{5}{4}$; c) $I=\frac{2}{3}$; d) $I=2$; e) $I=3$; f) $I=4$;

2.1019B Fie $I=\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$. Decideţi:

a) $I\in(0,\frac{1}{2})$; b) $I\in(\frac{1}{2},\frac{3}{4})$; c) $I\in(\frac{3}{4},\frac{7}{6})$; d) $I\in(\frac{7}{6},\frac{5}{4})$; e) $I\in(\frac{5}{4},\frac{7}{4})$; f) $I>\frac{7}{4}$.

2.1020B Fie $a_n=\int_0^{\ln n} \frac{1}{e^x(1+e^{2x})}\,dx$, $n=2,3,\ldots$. Aflaţi $\ell=\lim_{n\to\infty} a_n$.

a) $\ell=\frac{\pi}{2}$; b) $\ell=\frac{\pi}{4}$; c) $\ell=0$; d) $\ell=1-\frac{\pi}{4}$; e) $\ell=1$; f) $\ell=\infty$.

2.1021B Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)e^{|x-1|}$. Să se calculeze aria mulţimii cuprinse între graficul funcţiei, axele de coordonate şi dreapta de ecuaţie $x=2$.

a) $2e-3$; b) $2e-1$; c) $4e-4$; d) $4e$; e) $4e-1$; f) $4e+1$.

2.1022B Să se calculeze $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{\cos x+1}\,dx$.

a) $I=\pi+1$; b) $I=3-\pi$; c) $I=\frac{\pi}{2}+1$; d) $I=-\pi-1$; e) $I=\frac{\pi}{2}-2$; f) 1.

2.1023B Fie $I=\int_0^{\pi} \sin 2x\,dx$ şi $J=\int_0^1 \frac{2x}{\sqrt{3+4x^2}}\,dx$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $I+J=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$; b) $I-J=4-\sqrt{7}+\sqrt{3}$; c) $I+J=\sqrt{7}-\sqrt{3}$;
d) $I-J=\frac{8-\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$; e) $I+J=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$; f) $I-J=4-\sqrt{7}-\sqrt{3}$.

2.1024B Fie $A=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}$ şi $B=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $A=1$, $B=\frac{\pi}{2}$; b) $A=1$, $B=\pi$; c) $A=B$; d) $A>B$; e) $A=0$, $B=1$; f) $A=\ln 2$, $B=\frac{\pi}{4}$.

2.1025B Să se calculeze integrala $I=\int_0^{\pi} |\cos^3 x|\,dx$.

a) $I=\frac{1}{3}$; b) $I=\frac{2}{3}$; c) $I=-\frac{1}{3}$; d) $I=\frac{4}{3}$; e) $I=-\frac{4}{3}$; f) $I=1$.

2.1026B Să se calculeze $I=\lim_{A\to\infty}\int_1^A \frac{x\ln x}{(1+x^2)^2}\,dx$.

a) $I=1$; b) $I=-1$; c) $I=\frac{1}{4}\ln 2$; d) limita nu există; e) ∞; f) $I=\frac{1}{2}\ln 2$.

2.1027B Fie $a=\int_0^1 \sqrt{x}\,dx$ şi $b=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$. Atunci

a) $a>b$; b) $a<b$; c) $a=b$; d) $a=1$; e) $b=1$; f) $ab=0$.

2.1028B Fie $f:[a,b]\to[\alpha,\beta]$ o funcţie derivabilă, inversabilă, $f(a)=\alpha$, $f(b)=\beta$, şi $g:[\alpha,\beta]\to[a,b]$ inversa sa. Atunci $I=\int_a^b f(x)\,dx+\int_\alpha^\beta g(y)dy$ are valoarea

a) $b\beta+a\alpha$; b) $b\beta-a\alpha$; c) $a\beta+b\alpha$; d) $a\beta-b\alpha$; e) $ab+\alpha\beta$; f) $ab-\alpha\beta$.

2.1029B Fie $I(a)=\int_1^3 \frac{dx}{|x-a|+1}$, $a\in\mathbb{R}$, şi $l=\lim_{a\to 3} I(a)$. Atunci

a) $l=1$; b) $l=\ln\frac{3}{2}$; c) $l=0$; d) $l=\ln 2$; e) $l=\ln 3$; f) $l=2$.

2.1030B Să se determine $F'(x)$ dacă $F(x)=\int_c^{b(x)} f(t)\,dt$ unde $b:[\alpha,\beta]\to[c,d]$ derivabilă pe (α,β) şi $f:[c,d]\to\mathbb{R}$ continuă pe $[c,d]$.

a) $F'(x)=f(b(x))$; b) $F'(x)=f'(b(x))-f(c)$; c) $F'(x)=f'(b(x))$;
d) $F'(x)=f(b(x))b'(x)$; e) $F'(x)=f(b(x))b'(x)-f(c)$; f) $F'(x)=f'(b(x))b'(x)$.

2.1031B Să se calculeze integrala $I=\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx$.

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\frac{1}{4}$; f) $\frac{1}{3}$.

2.1032B Găsiţi domeniul maxim de definiţie al funcţiei $f(x)=\int_0^1 \frac{dt}{1+tx}$.

a) $(-1,\infty)$; b) $(-1,0)$; c) $(0,\infty)$; d) $(-\infty,-1)$; e) $(-\infty,1)$; f) $\mathbb{R}$.

2.1033B Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2e^x$. Să se calculeze aria domeniului cuprins între graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele $x=a$, $x=b$, unde a şi b sunt abscisele punctelor de extrem ale funcţiei f.

a) $2-10e^{-2}$; b) 2; c) $-10e^{-2}$; d) e^{-2}; e) $2e$; f) $3e+1$.

2.1034B Fie $I=\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx$. Atunci

a) $I=\pi$; b) $I=\pi/2$; c) $I=\pi/4$; d) $I=2\pi$; e) $I=\pi/6$; f) $I=\pi/3$.

2.1035B Să se determine aria mărginită de graficele funcţiilor f_n şi f_{n+1} unde

$$f_n:[0,\infty)\to\mathbb{R},\ n\in\mathbb{N}^{(*)},\ f_n(x)=\begin{cases}x^n\ln x, & x>0\\ 0, & x=0\end{cases}.$$

a) $\frac{1}{(n+1)^2}$; b) $\frac{1}{n}$; c) $\frac{1}{(n+2)^2}-\frac{1}{(n+1)^2}$; d) $\frac{1}{(n+1)^2}-\frac{1}{(n+2)^2}$; e) 1; f) $1-\frac{1}{n^2}$.

2.1036B Care este valoarea lui $a>0$ pentru care $\displaystyle\int_e^a\frac{dx}{x\ln^2 x}=\frac{1}{2}$?

a) $e+1$; b) $2e$; c) $e+2$; d) e^2; e) e^2-1; f) 1.

2.1037B Să se calculeze aria domeniului plan mărginit de graficul funcţiei $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x}$, axa Ox şi dreptele $x=2$, $x=5$.

a) $-\frac{3}{2}+3\ln\frac{5}{2}$; b) $\frac{3}{2}+3\ln\frac{10}{9}$; c) $\frac{3}{2}-3\ln\frac{5}{2}$; d) $\frac{3}{2}+3\ln\frac{9}{10}$; e) $-\frac{3}{2}+3\ln\frac{10}{9}$; f) $3\ln\frac{5}{2}$.

2.1038B Care este valoarea integralei $I=\displaystyle\int_{e^e}^{e^{e^e}}\frac{dx}{x(\ln x)\ln\ln x}$?

a) $I=e$; b) $I=e\ln e$; c) $I=1$; d) $I=e^e$; e) $I=e-1$; f) $I=1+e$

2.1039C Să se calculeze $\displaystyle\int_0^2\min\left\{x,\frac{2}{1+x^2}\right\}dx$.

a) $\frac{\pi}{2}-1$; b) $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{2}+2\operatorname{arctg}2$; c) $\frac{1}{2}-\pi$; d) $\pi-1$; e) π; f) $\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}2$.

2.1040C Să se calculeze aria suprafeţei mărginite de curba $y=\dfrac{\sin 3x}{\sin^2 x}$, axa Ox şi dreptele $x=\dfrac{\pi}{4}$, $x=\dfrac{3\pi}{4}$.

a) $8-4\sqrt{2}$; b) $3\ln(3+2\sqrt{2})-4\sqrt{2}$; c) $8-4\sqrt{2}+6\ln(3\sqrt{2}-3)$;
d) 2π; e) $6\ln(3\sqrt{2}-3)$; f) $8-4\sqrt{2}+3\ln(3\sqrt{2}-3)$.

2.1041C Fie $f:[0,2]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\min\left\{x,\dfrac{2}{1+x^2}\right\}$ şi $I=\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}}f(x)\,dx$. Atunci

a) $I=\pi$; b) $I=0$; c) $I=\frac{\pi+2}{3}$; d) $I=\frac{\pi+3}{6}$; e) $I=\frac{2+3\pi}{4}$; f) $I=\frac{6-3\pi}{13}$.

2.1042C Fie $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ o funcţie continuă. Calculaţi limita şirului $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definit prin $I_n=\displaystyle\int_0^1 x^n f(x)\,dx$.

a) 0; b) 1; c) ∞; d) 1/2; e) e; f) nu există.

2.1043C Fie funcţia $f:(0,\infty)\setminus\{e^{-1}\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x(1+\ln x)}$. Fie $a=\lim\limits_{x\searrow 0}f(x)$ şi $b=\displaystyle\int_e^{e^2}f(x)\,dx$. Atunci

a) $a=-\infty, b=\ln\frac{3}{2}$; b) $a=\infty, b=\ln\frac{5}{2}$; c) $a=\frac{1}{2}, b=\ln\frac{3}{2}$; d) $a=-1, b=\ln 3$;
e) $a=e^{-1}, b=\ln(1+2e)$; f) $a=-\infty, b=\ln\frac{1}{3}$.

2.1044C Fie $F(x)=\displaystyle\int_x^{2x}\frac{t^2}{t^2+\sin^2 t}\,dt$, $x\neq 0$. Decideţi:

a) F este pară; b) F este impară; c) $F(0)=1$; d) F este descrescătoare;
e) $\lim\limits_{x\to\infty}F(x)=0$; f) nici unul dintre răspunsurile anterioare nu este corect.

2.1045C Folosind sumele Riemann, să se calculeze limita

$$\ell=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{2\pi}{n}+\cdots+\sin\frac{n\pi}{n}\right).$$

a) $\ell=\frac{3}{2}$; b) $\ell=\frac{1}{\pi}$; c) $\ell=\frac{2}{3}$; d) $\ell=\frac{3}{2\pi}$; e) $\ell=\frac{2}{\pi}$; f) $\ell=2$.

2.1046C Aflaţi aria suprafeţei cuprinse între graficul funcţiei $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$, axa Ox şi dreptele $x=e$, $x=e^2$.

a) $1+\ln 2$; b) $\frac{1}{2}\ln 2$; c) $\ln 2$; d) $\frac{3}{2}\ln 2$; e) $2\ln 2$; f) $1-\ln 2$.

2.1047C Să se calculeze $\min\limits_{a,b\in\mathbb{R}}\displaystyle\int_{-1}^1(x^2-a-bx)^2\,dx$.

a) $\frac{8}{45}$; b) $\frac{1}{45}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{5}{4}$; e) 8; f) 1.

2.1048C Fie f o funcţie continuă şi $g(x)=\displaystyle\int_x^{x+1}f(t)\,dt$. Calculaţi $g'(x)$.

a) $f(x)$; b) $f(x+1)$; c) $f(x+1)-f(x)$; d) $4x$; e) $f(x)-x$; f) $2f(x)$.

2.1049C Fie $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ o funcţie cu derivata continuă. Să se calculeze

$$\lim_{t\to\infty}\int_a^b f(x)\cos tx\,dx.$$

a) ∞; b) 1; c) 0; d) $\cos 1$; e) $f(a)$; f) $-\infty$.

2.1050C Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ cu proprietatea $\alpha f(x)+\beta f(-x)=\gamma$, $\forall x\in\mathbb{R}$, unde $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$, astfel încât $\alpha+\beta\neq 0$ şi fie $I=\displaystyle\int_{-a}^a f(x)\,dx$, $(a>0)$. Atunci

a) $I=\frac{2a\gamma}{\alpha+\beta}$; b) $I=\frac{a\gamma}{\alpha+\beta}$; c) $I=1$; d) $I=\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$; e) $I=\frac{\alpha\beta\gamma}{\alpha+\beta}$; f) $I=\frac{2a}{\alpha+\beta}$.

2.1051C Să se calculeze $I(\alpha)=\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+2x\,\mathrm{tg}\,\alpha+1}$, $\alpha\in(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$.

a) $\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{tg}^2\alpha}}\left[\mathrm{arctg}\,\frac{1+\mathrm{tg}\,\alpha}{\sqrt{1-\mathrm{tg}^2\alpha}}-\mathrm{arctg}\,\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\sqrt{1-\mathrm{tg}^2\alpha}}\right]$; b) $\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $1+\mathrm{tg}\,\alpha$; e) $\mathrm{tg}\,\alpha$; f) 2.

2.1052C Să se determine $m\in\mathbb{R}_+$ astfel încât $\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} e^{mx^2+\ln x}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{m}$.

a) 2; b) $\ln 2$; c) 4; d) $\ln\frac{1}{2}$; e) 1; f) 3.

2.1053C Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\displaystyle\int_0^{2x^2} e^{2t^2}\sin t\,\mathrm{d}t$, are proprietatea

a) este crescătoare; b) este descrescătoare; c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^4}=2$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^4}=2$; e) este impară; f) nu este derivabilă în $x=0$.

2.1054C Să se calculeze $I=\lim\limits_{a\to\infty}\displaystyle\int_1^3\frac{\mathrm{d}x}{1+|x-a|}$.

a) $I=\ln 3$; b) $I=1$; c) $I=\mathrm{e}$; d) $I=\mathrm{e}^{-1}$; e) $I=\ln 2$; f) $I=0$.

2.1055C Fie $f:[1,\infty)\mapsto\mathbb{R}$, $f(x)=6\ln x-\displaystyle\int_1^{x^2}\frac{e^t}{t}\,\mathrm{d}t$. Aflaţi $A=f([1,\infty))$.

a) $A=(-\mathrm{e},0]$; b) $A=[0,1]$; c) $A=[0,\infty)$; d) $A=\mathbb{R}$; e) $A=(-\infty,f(\sqrt{\ln 3})]$; f) $A=(-\mathrm{e},1]$.

2.1056C Dacă $I=\displaystyle\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$, atunci

a) $I=\frac{8}{15}$; b) $I=\frac{30}{108}$; c) $I=\frac{29}{108}$; d) $I=\frac{8}{105}$; e) $I=\frac{21}{105}$; f) $I=\frac{30}{105}$.

Capitolul 3

Geometrie şi trigonometrie

3.1 Vectori. Operaţii cu vectori

3.1057A Pentru orice trei puncte A,B,C din plan este verificată una din egalităţile:

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}=0$; b) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$; c) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}=0$; d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$; e) $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$; f) $-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$.

3.1058A Fie ABC un triunghi şi A_1,B_1,C_1 mijloacele laturilor BC, CA, AB. Atunci una din egalităţile următoare este verificată:

a) $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}-\overrightarrow{CC_1}=0$; b) $\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=0$; c) $-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=0$; d) $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=0$; e) $\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{BB_1}-\overrightarrow{CC_1}=0$; f) $-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}-\overrightarrow{CC_1}=0$.

3.1059A Care este valoarea lui $m\in\mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{a}=m\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+4\vec{k}$ şi $\vec{b}=4\vec{\imath}+m\vec{\jmath}-7\vec{k}$ să fie perpendiculari ?

a) $m=2$; b) $m=3$; c) $m=4$; d) $m=-3$; e) $m=5$; f) $m=-4$.

3.1060A Fiind daţi vectorii $\vec{a},\vec{b}$ astfel ca $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ şi $\vec{a}\perp\vec{b}$, să se determine $m=(5\vec{a}+3\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})$.

a) $m=12$; b) $m=11$; **c)** $m=13$; d) $m=-9$; e) $m=5$; f) $m=0$.

3.1061A Valoarea unghiului φ dintre vectorii $\vec{a}=\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+3\vec{k}$ şi $\vec{b}=6\vec{\imath}+4\vec{\jmath}-2\vec{k}$ este

a) $\varphi=\frac{\pi}{6}$; b) $\varphi=\frac{\pi}{4}$; c) $\varphi=\frac{\pi}{3}$; d) $\varphi=\arccos\frac{2}{7}$; e) $\varphi=\frac{2\pi}{3}$; f) $\varphi=\frac{3\pi}{4}$.

3.1062A Aria paralelogramului determinat de vectorii $\vec{a}+3\vec{b}$ şi $3\vec{a}+\vec{b}$ cu $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $\widehat{(\vec{a},\vec{b})}=30^\circ$ este

a) 2; b) 3; c) 4; d) 6; e) 5; f) 1.

3.1063A Volumul piramidei triunghiulare cu vârfurile $A(2,2,2)$, $B(4,3,3,)$, $C(4,5,4)$ şi $D(5,5,6)$ este
a) $\frac{6}{7}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{7}{6}$; d) 3; e) 5; f) 6.

3.1064A Valoarea produsului mixt $[(\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{b}-\vec{c})]\cdot(\vec{c}-\vec{a})$ este
a) $\|\vec{a}\|^2\|\vec{b}\|^2\|\vec{c}\|^2$; b) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$; c) $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$; d) 0; e) $(\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}))^2$; f) $(\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}))^2$.

3.1065A Vectorul $\vec{a}=\vec{\imath}\times(\vec{\jmath}\times\vec{k})+\vec{\jmath}\times(\vec{k}\times\vec{\imath})+\vec{k}\times(\vec{\imath}\times\vec{\jmath})$ are valoarea
a) $\vec{a}=\vec{0}$; b) $\vec{a}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k}$; c) $\vec{a}=\vec{\imath}$; d) $\vec{a}=\vec{\jmath}$; e) $\vec{a}=\vec{k}$; f) $\vec{a}=-(\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k})$.

3.1066A Fie ABC un triunghi şi punctele M,N definite prin $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Atunci
a) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AC})$; b) $\overrightarrow{MN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; c) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$;
d) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; e) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$; f) $\overrightarrow{MN}=\frac{2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}}{3}$.

3.1067A Fie M un punct pe latura BC a triunghiului ABC. Care dintre relaţiile următoare este corectă ?
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}$; b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$; c) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$;
d) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MC}$; e) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$; f) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC}$.

3.1068A În planul cartezian se consideră vectorii coliniari $\vec{u}=k\vec{\imath}+2\vec{\jmath}$, $\vec{v}=\vec{\imath}-3\vec{\jmath}$. Atunci
a) $k=-3$; b) $k=\frac{2}{3}$; c) $k=0$; d) $k=-1$; e) $k=-\frac{2}{3}$; f) $k=1$.

3.1069A Vectorii nenuli $\vec{u}=xy\vec{\imath}+y\vec{\jmath}$, $\vec{v}=\vec{\imath}+x\vec{\jmath}$, $x,y\in\mathbb{R}$, sunt coliniari. Atunci
a) $x^2=1$; b) $xy=1$; c) $y=-1$; d) $x-1,y=0$; e) $x=0,y=0$; f) $y=1$.

3.1070A Se consideră vectorii $\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\vec{v}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}$, $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$. Fie $\alpha=\|\vec{w}\|$. Atunci
a) $\alpha=1$; b) $\alpha=2$; c) $\alpha=\sqrt{3}$; d) $\alpha=\sqrt{5}$; e) $\alpha=0$; f) $\alpha=-1$.

3.1071A În planul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OB}=-\vec{\imath}+3\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC}=m\vec{\imath}+\vec{\jmath}$, unde $m\in\mathbb{R}$. Punctele A,B,C sunt coliniare dacă
a) $m=1$; b) $m=-\frac{1}{2}$; c) $m=-1$; d) $m=2$; e) $m=0$; f) $m=-\frac{1}{5}$.

3.1072A În reperul ortonormat xOy se consideră vectorii $\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\vec{v}=2\vec{\imath}+m\vec{\jmath}$, perpendiculari. Atunci
a) $m=-1$; b) $m=-2$; c) $m=3$; d) $m=0$; e) $m=1$; f) $m=2$.

3.1073A Unghiul dintre vectorii $\vec{u}=\vec{\imath}+\sqrt{3}\vec{\jmath}$ şi $\vec{v}=\sqrt{3}\vec{\imath}+\vec{\jmath}$ are măsura
a) $\alpha=\frac{\pi}{3}$; b) $\alpha=\frac{\pi}{2}$; c) $\alpha=\frac{2\pi}{3}$ d) $\alpha=\frac{\pi}{4}$; e) $\alpha=\frac{\pi}{6}$; f) $\alpha=0$.

3.1074A Fie vectorii $\vec{u},\vec{v}$, astfel ca $\|\vec{u}\|=2$, $\|\vec{v}\|=3$ şi $\vec{u}\cdot\vec{v}=3\sqrt{3}$. Găsiţi măsura α a unghiului dintre vectorii $\vec{u}$ şi $\vec{v}$.
a) $\alpha=\frac{\pi}{6}$; b) $\alpha=\frac{\pi}{3}$; c) $\alpha=\frac{2\pi}{3}$; d) $\alpha=\frac{\pi}{2}$; e) $\alpha=0$; f) $\alpha=\frac{\pi}{5}$.

3.1075A În sistemul cartezian $Oxyz$ se consideră vectorii coliniari $\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{v}=2\vec{\imath}+m\vec{\jmath}+n\vec{k}$. Atunci
a) $m=n=2$; b) $m=n=1$; c) $m=1,n=2$; d) $m=-1,n=0$; e) $m+n=0$; f) $m=n$.

3.1076A Să se găsească cosinusurile unghiurilor α,β,γ făcute de vectorul $\vec{v}=2\vec{\imath}+\sqrt{5}\vec{\jmath}+4\vec{k}$ cu axele de coordonate.
a) $\cos\alpha=\frac{2}{5}$, $\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos\gamma=\frac{4}{5}$; b) $\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\gamma=\frac{4}{\sqrt{5}}$;
c) $\cos\alpha=\frac{1}{5}$, $\cos\beta=\frac{2}{5}$, $\cos\gamma=\frac{4}{\sqrt{5}}$; d) $\cos\alpha=\frac{2}{5}$, $\cos\beta=\frac{3}{\sqrt{5}}$, $\cos\gamma=\frac{1}{5}$;
e) $\cos\alpha=\frac{1}{5}$, $\cos\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\gamma=\frac{2}{5}$; f) $\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\beta=\frac{1}{5}$, $\cos\gamma=\frac{3}{\sqrt{5}}$.

3.1077A Se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OB}=2\vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC}=3\vec{\imath}+4\vec{\jmath}$. Să se determine unghiul format de vectorii $\overrightarrow{BA}$ şi $\overrightarrow{BC}$.
a) 60°; b) 120°; c) 0°; d) 90°; e) 135°; f) 180°.

3.1078A Să se determine norma proiecţiei vectorului $\vec{v}=\vec{\imath}-3\vec{\jmath}+\vec{k}$ pe vectorul $\vec{u}=2\vec{\imath}+\vec{\jmath}+2\vec{k}$.
a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{1}{\sqrt{11}}$; d) $\frac{3}{\sqrt{11}}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{2}{\sqrt{11}}$.

3.1079A Se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}=\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\overrightarrow{OB}=2\vec{\imath}+4\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{\imath}+\vec{k}$. Să se determine vectorul $\overrightarrow{OP}$, unde P este mijlocul segmentului CM, iar M este mijlocul segmentului AB.
a) $\overrightarrow{OP}=2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+4\vec{k}$; b) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\vec{\imath}+\frac{3}{4}\vec{\jmath}+\frac{5}{4}\vec{k}$; c) $\overrightarrow{OP}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}+4\vec{k}$;
d) $\overrightarrow{OP}=\vec{\imath}+\frac{5}{4}\vec{\jmath}+\frac{3}{4}\vec{k}$; e) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\vec{\imath}-\frac{3}{2}\vec{\jmath}+\frac{5}{2}\vec{k}$; f) $\overrightarrow{OP}=\frac{3}{2}\vec{\imath}-\frac{1}{2}\vec{\jmath}+\frac{7}{2}\vec{k}$.

3.1080A Fie în plan punctele $A(1,2)$, $B(3,5)$ şi $C(-2,4)$. Să se afle vectorul $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{u}$ precum şi $\|\vec{u}\|$.
a) $\vec{u}=-\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$, $\|\vec{u}\|=\sqrt{26}$; b) $\vec{u}=\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$, $\|vecu\|=\sqrt{26}$;
c) $\vec{u}=5\vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\|\vec{u}\|=\sqrt{26}$; d) $\vec{u}=-5\vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\|\vec{u}\|=\sqrt{26}$;
e) $\vec{u}=5\vec{\imath}-\vec{\jmath}$, $\|\vec{u}\|=\sqrt{26}$; f) $\vec{u}=\vec{\imath}-5\vec{\jmath}$, $\|\vec{u}\|=\sqrt{26}$.

3.1081A În triunghiul ABC se notează cu A', B', C' mijloacele laturilor BC, CA, AB, cu G centrul de greutate şi cu O centrul cercului circumscris. Atunci vectorul $\vec{v} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$ este

a) $\frac{\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CA}}{3}$; b) $\vec{0}$; c) $2\,\overrightarrow{AG}$; d) $4\,\overrightarrow{OG}$; e) $\frac{\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}}{6}$; f) nici unul dintre răspunsurile anterioare nu este corect.

3.1082A Fie vectorii $\vec{u} = m\vec{\imath} + \vec{\jmath} + (m-1)\vec{k}$ şi $\vec{v} = \vec{\imath} + (m+1)\vec{\jmath} - m\vec{k}$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ sunt coliniari.

a) $m_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$; b) $m_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$; c) $m_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$; d) $m_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$;
e) $m_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{3}}{2}$; f) $m_{1,2} = \pm\sqrt{2}$.

3.1083A Se consideră în plan vectorii $\vec{u} = a\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$, $\vec{v} = 2\vec{\imath} + b\vec{\jmath}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Atunci

a) vectorii sunt coliniari pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$; b) vectorii sunt coliniari dacă şi numai dacă $a = 1$, $b = 6$; c) dacă $2a = 3b$, atunci vectorii sunt ortogonali; d) $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$; e) $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ dacă şi numai dacă $a = 2$, $b = 3$; f) dacă $2a + 3b = 0$, vectorii sunt ortogonali.

3.1084A Să se determine vectorul $\vec{v} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ cu următoarele proprietăţi: $\|\vec{v}\| = 2\sqrt{3}$, face unghiuri egale cu vectorii $\vec{a} = y\vec{\imath} - 2z\vec{\jmath} + 3x\vec{k}$ şi $\vec{b} = 2z\vec{\imath} + 3x\vec{\jmath} - y\vec{k}$, este perpendicular pe vectorul $\vec{c} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}$, unghiul dintre $\vec{v}$ şi Oy este obtuz.

a) $\vec{v} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$; b) $\vec{v} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$; c) $\vec{v} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} - \vec{k}$; d) $\vec{v} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 2\vec{k}$;
e) $\vec{v} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + \vec{k}$; f) $\vec{v} = 2\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 2\vec{k}$.

3.1085A Valoarea expresiei $2\vec{k}(-\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}) + 3\vec{\jmath}(3\vec{\imath} - \vec{k}) + 3\vec{\imath}(5\vec{\imath} - 4\vec{\jmath})$ este

a) 0; b) 15; c) 2; d) -1; e) 4; f) -2.

3.1086A Calculaţi cosinusul unghiului ascuţit φ dintre diagonalele AC şi BD ale unui paralelogram dacă se dau trei vârfuri ale sale $A(2,1,3)$, $B(5,2,-1)$, $C(-3,3,-3)$.

a) $\frac{43}{25\sqrt{13}}$; b) $\frac{33}{25\sqrt{13}}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{43}{25\sqrt{17}}$; e) $\frac{4}{5\sqrt{13}}$; f) $\frac{4}{5\sqrt{17}}$.

3.1087A Vectorii $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$ au modulele $AB = 3$ şi $AC = 4$, iar măsura unghiului $\widehat{BAC}$ este $120°$. Calculaţi norma vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

a) $\sqrt{13}$; b) 5; c) $\sqrt{37}$; d) 7; e) $\sqrt{7}$; f) 6.

3.1088A Se dau vectorii $\vec{u} = (\lambda - 1)\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ şi $\vec{v} = \lambda\vec{\imath} + \vec{\jmath}$. Să se determine $\lambda \in \mathbb{R}$, astfel încât $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ să fie paraleli.

a) 1; b) 2; c) $\frac{1}{2}$; d) 3; e) 4; f) $\frac{1}{4}$.

3.1089A Fie $A(2,3)$ şi $B(4,-1)$. Să se afle coordonatele punctului M pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0$.

a) (1,1); b) (2,1); c) (3,1); d) (1,2); e) (1,3); f) (2,2).

3.1090A Să se calculeze aria triunghiului ABC ştiind că $A(2,1,-1)$, $B(5,-3,0)$, $C(2,1,1)$.

a) 6; b) 7; c) 9; d) 8; e) 4; f) 5.

3.1091A Intr-un reper cartezian xOy considerăm punctele A, B, C pentru care $\overrightarrow{OA} = 3\vec{\imath}$, $\overrightarrow{OB} = -5\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC} = 3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath}$. Patrulaterul $OACB$ este

a) pătrat; b) romb; c) dreptunghi; d) oarecare; e) trapez; f) paralelogram.

3.1092B Să se determine un vector în spaţiu care face cu axele de coordonate unghiurile de $30°$, $60°$ respectiv $45°$.

a) $\vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}$; b) nu există un asemenea vector; c) $\vec{v} = \vec{\imath} + \sqrt{3}\vec{\jmath} + \sqrt{2}\vec{k}$;
d) $\vec{v} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath} + \frac{\vec{k}}{2}$; e) $\vec{v} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \sqrt{3}\vec{k}$ f) $\vec{v} = \sqrt{3}\vec{\imath} + \sqrt{2}\vec{\jmath} + \vec{k}$

3.1093B Fie vectorii $\overrightarrow{OA} = 9\vec{\imath}$, $\overrightarrow{OB} = 3\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC} = 3\vec{k}$. Să se determine punctul M din planul ABC care are toate coordonatele egale.

a) $M\left(\frac{3}{7}, \frac{3}{7}, \frac{3}{7}\right)$; b) $M\left(\frac{7}{3}, \frac{7}{3}, \frac{7}{3}\right)$; c) $M\left(\frac{9}{7}, \frac{9}{7}, \frac{9}{7}\right)$; d) $M\left(\frac{2}{7}, \frac{2}{7}, \frac{2}{7}\right)$; e) $M\left(\frac{5}{7}, \frac{5}{7}, \frac{5}{7}\right)$;
f) $M\left(\frac{3}{5}, \frac{3}{5}, \frac{3}{5}\right)$.

3.1094B Să se descompună vectorul $\vec{u} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$ după vectorii $\vec{a} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $\vec{b} = \vec{\jmath} + \vec{k}$ şi $\vec{c} = \vec{k} + \vec{\imath}$.

a) $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$; b) $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$; c) $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$; d) $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$;
e) $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$; f) $\vec{u} = 3\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

3.1095B În sistemul ortonormat $Oxyz$ se consideră vectorii $\vec{v}_1 = \vec{\imath} + \vec{\jmath} - 2\vec{k}$, $\vec{v}_2 = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - \vec{k}$, $\vec{v}_3 = \vec{\imath} + \alpha\vec{\jmath} + 3\vec{k}$. Să se determine $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel ca aceşti vectori să fie situaţi în acelaşi plan.

a) $\alpha = -1$; b) $\alpha = -2$; c) $\alpha = 3$; d) $\alpha = 1$; e) $\alpha = \frac{8}{3}$; f) $\alpha = \frac{2}{3}$.

3.1096B Fie $ABCD$ un pătrat. Notăm $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ şi $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$. Să se determine valoarea expresiei

$$E = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DO}.$$

a) $2\vec{b}\cdot\vec{c} - \vec{a}\cdot\vec{c} - \vec{d}\cdot\vec{b}$; b) $\vec{b}\cdot\vec{c} + 2\vec{a}\cdot\vec{c} - \vec{d}\cdot\vec{b}$; c) $2\vec{b}\cdot\vec{d} - \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{a}\cdot\vec{c}$; d) $\vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{d}$;
e) $\vec{a}\cdot\vec{b} + 2\vec{b}\cdot\vec{c} + 3\vec{c}\cdot\vec{d}$; f) $\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}\cdot\vec{c} + \vec{c}\cdot\vec{d}$.

3.1097B Fiind daţi vectorii $\vec{u}_1 = \vec{\imath}+2\vec{\jmath}+3\vec{k}$, $\vec{u}_2 = 2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{u}_3 = 3\vec{\imath}+\vec{\jmath}+2\vec{k}$, care dintre următoarele relaţii este cea adevărată?

a) $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_3$; b) $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ sunt coplanari; c) $\vec{u}_2 \perp \vec{u}_3$; d) $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_3$; e) $\vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2$; f) nici unul dintre răspunsurile anterioare nu este corect.

3.1098B În planul xOy se consideră punctele $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Să se afle coordonatele punctului G care verifică relaţia $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

a) $x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$; b) $x = \frac{x_1+x_3}{2}$, $y = \frac{y_1+y_3}{2}$; c) $x = \frac{x_1+x_2+x_3}{2}$, $y = \frac{y_1+y_2+y_3}{2}$; d) $x = \frac{x_1+2x_2+3x_3}{2}$, $y = \frac{y_1+2y_2+3y_3}{2}$; e) $x = x_1 + x_2 + x_3$, $y = y_1 + y_2 + y_3$; f) nici unul dintre răspusurile anterioare nu este corect.

3.1099B Să se determine unghiul format de vectorii nenuli $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ ştiind că $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_2$ şi $\vec{u}_3 \perp \vec{u}_4$, unde $\vec{u}_1 = 3\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{u}_2 = \vec{a} + 5\vec{b}$, $\vec{u}_3 = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{u}_4 = -\vec{a} + 2\vec{b}$.

a) $-30°$ b) $60°$ c) $75°$ d) $150°$ e) $30°$ f) $120°$

3.1100B Să se determine un versor $\vec{n}$ perpendicular pe vectorii $\vec{u} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \vec{k}$.

a) $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{35}}(\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} - 5\vec{k})$; b) $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{35}}(\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 5\vec{k})$; c) $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{30}}(2\vec{\imath} + \vec{\jmath} + 5\vec{k})$; d) $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{35}}(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}\sqrt{3})$; e) $\vec{n} = \frac{1}{2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \sqrt{2}\vec{k})$; f) $\vec{n} = \frac{1}{4}(2\vec{\imath} + \vec{\jmath}\sqrt{3} + 3\vec{k})$.

3.1101B Fiind dat un triunghi oarecare ABC şi un punct arbitrar O în spaţiu, să se afle valoarea expresiei

$$E = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

a) $2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$; c) $E = 0$; d) $\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}}{4}$; e) $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{CA}$; f) nici unul dintre răspunsurile anterioare nu este corect.

3.1102B Se dau vectorii $\overrightarrow{OA} = 3\vec{\imath}+\vec{\jmath}+2\vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = 4\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+2\vec{k}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{\imath}+4\vec{\jmath}+\vec{k}$. Să se determine vectorul $\overrightarrow{OT}$ cu proprietatea

$$\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \vec{0}.$$

a) $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}(8\vec{\imath}+8\vec{\jmath}+5\vec{k})$; b) $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}(7\vec{\imath}+7\vec{\jmath}+4\vec{k})$; c) $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{2}(7\vec{\imath}+\vec{\jmath}+5\vec{k})$; d) $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}(5\vec{\imath}+7\vec{\jmath}+\vec{k})$; e) $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}(\vec{\imath}+\vec{\jmath}+7\vec{k})$; f) $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{2}(\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+4\vec{k})$.

3.1103B În cercul cu centrul O şi raza r se duce coarda AB, apoi tangenta BT la cerc şi $AC \perp BT$ $(C \in BT)$. Ce condiţie trebuie să satisfacă unghiul $\widehat{AOB} = \alpha$ pentru ca $\| \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB} \| < \| \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB} \|$.

a) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; b) $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$; d) $\alpha < \frac{\pi}{3}$; e) $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$; f) $0 < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

3.1104B Se consideră un reper cartezian $Oxyz$ şi cubul $OACBO'A'C'B'$ astfel încât $\overrightarrow{OA} = \vec{\imath}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OO'} = \vec{k}$. Dacă D este mijlocul laturii $A'O'$, să se determine vectorul $\vec{u} = \overrightarrow{AB'} \times \overrightarrow{AD}$ şi unghiul θ dintre vectorii $\overrightarrow{AB'}$ şi $\overrightarrow{AD}$.

a) $\vec{u} = \vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath} + \frac{1}{2}\vec{k}$, $\cos\theta = \sqrt{\frac{3}{5}}$; b) $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \frac{1}{2}\vec{k}$, $\cos\theta = \sqrt{\frac{2}{5}}$; c) $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \frac{1}{2}\vec{k}$, $\cos\theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$; d) $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath} + \vec{k}$, $\cos\theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$; e) $\vec{u} = \frac{1}{3}(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$; f) $\vec{u} = \frac{1}{3}(\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k})$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1105B Se consideră vectorii $\vec{u} = \vec{\imath}+2\vec{\jmath}+3\vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{w} = 3\vec{\imath}+\vec{\jmath}+2\vec{k}$ şi $\vec{u}_1 = \vec{v} \times \vec{w}$, $\vec{v}_1 = \vec{w} \times \vec{u}$, $\vec{w}_1 = \vec{u} \times \vec{v}$. Să se afle suma $\vec{a} = \vec{u}_1 + \vec{v}_1 + \vec{w}_1$.

a) $4(\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k})$; b) $6(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$; c) $3(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$; d) $2(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$; e) $-3(\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$; f) $5(\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k})$.

3.1106B Se dau vectorii $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ şi $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ astfel încât $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$, $\vec{c} \perp \vec{a}$. Ce relaţie există între S_{ABC}, S_{OAB}, S_{OBC}, S_{OAC} ?

a) $S_{ABC}\frac{1}{3}(S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC})$; b) $4S_{ABC} \le S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC}$; c) $S_{ABC} = \frac{1}{3}(S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC})$; d) $S_{ABC} \le S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC}$; e) $S_{ABC} = \frac{1}{4}(S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC})$; f) $S_{ABC} = \frac{1}{6}(S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC})$.

3.1107B Fie un paralelogram $ABCD$ de centru O. Dacă M este un punct arbitrar din planul paralelogramului, atunci este valabilă relaţia vectorială $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = k \cdot \overrightarrow{MO}$ pentru constanta k egală cu

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) 5.

3.1108B Fie $ABCD$ un tetraedru oarecare, G centrul său de greutate şi M un punct arbitrar în spaţiu. Relaţia vectorială $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD} = k \cdot \overrightarrow{MG}$ este adevărată pentru constanta k egală cu

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4;f) 5.

3.1109B În triunghiul ABC se notează cu M, N, P mijloacele laturilor BC, CA şi respectiv AB. Care dintre următoarele relaţii vectoriale este falsă?

a) $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP}$; b) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{BN}$; c) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$; d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM}$; e) $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; f) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

3.1110B În trapezul $ABCD$, lungimea bazei AB este de trei ori mai mare decât lungimea bazei CD. Dacă M este un punct oarecare în planul trapezului să se exprime vectorul $\overrightarrow{AB}$ în funcţie de vectorii $\overrightarrow{MC}$ şi $\overrightarrow{MD}$.

a) $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$; b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$; c) $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$;
d) $\overrightarrow{AB} = 3(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$; e) $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$; f) $\overrightarrow{AB} = 4(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$.

3.1111B Fie E şi F mijloacele diagonalelor AC şi respectiv AD ale patrulaterului convex $ABCD$. Atunci
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{EF}$; b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \neq 2\overrightarrow{EF}$;
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{EF}$; d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{EF} \neq \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$;
e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \neq 2\overrightarrow{EF}$; f) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \neq 2\overrightarrow{EF}$.

3.1112B Fie $\vec{a}, \vec{b}$ vectori nenuli. Vectorii $\vec{a} + \vec{b}$ şi $\vec{a} - \vec{b}$ sunt ortogonali dacă şi numai dacă
a) $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$; b) $\|\vec{a} + \vec{b}\| = \|\vec{a} - \vec{b}\|$; c) $\|\vec{a} + \vec{b}\| = 1$; d) $\|\vec{a} - \vec{b}\| = 1$; e) $\vec{a} + \vec{b} = 0$;
f) $\vec{a} - \vec{b} = 0$.

3.1113B Fie $[AB]$ un segment pe care se iau punctele C şi D care împart segmentul în trei părţi egale: $\|AC\| = \|CD\| = \|DB\| = \frac{1}{3}\|AB\|$. Dacă M este un punct oarecare din plan, nesituat pe dreapta AB, să se exprime vectorii $\overrightarrow{MC}$ şi $\overrightarrow{MD}$ în funcţie de $\vec{a} = \overrightarrow{MA}$ şi $\vec{b} = \overrightarrow{MB}$.
a) $\overrightarrow{MC} = \frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$, $\overrightarrow{MD} = \frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$; b) $\overrightarrow{MC} = \frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$, $\overrightarrow{MD} = \frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$;
c) $\overrightarrow{MC} = \frac{3\vec{a}-\vec{b}}{2}$, $\overrightarrow{MD} = \frac{3\vec{b}-\vec{a}}{2}$; d) $\overrightarrow{MC} = \frac{3\vec{b}-\vec{a}}{2}$, $\overrightarrow{MD} = \frac{3\vec{a}-\vec{b}}{2}$;
e) $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$; f) $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{3}$.

3.1114B Trei puncte A, B, C din plan sunt coliniare, dacă şi numai dacă, pentru un punct fixat O din plan, există numerele reale α, β, γ nu toate nule, astfel încât $\alpha \cdot \overrightarrow{OA} + \beta \cdot \overrightarrow{OB} + \gamma \cdot \overrightarrow{OC} = 0$ şi $\alpha + \beta + \gamma = k$, unde k are valoarea
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) -1; f) -2.

3.1115B Vectorii $\bar{a} = 2\bar{\imath} - 3\bar{\jmath} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{\imath} + \bar{\jmath} - 2\bar{k}$, $\bar{c} = -3\bar{\imath} + 2\bar{\jmath}$ determină un paralelipiped al cărui volum este
a) 3; b) 4; c) 5; d) 6; e) 7; f) 8.

3.1116B Fie $ABCD$ un paralelogram $(AB \| CD)$ şi M un punct în plan. Relaţia $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ este adevărată dacă şi numai dacă
a) M este mijlocul diagonalei AD; b) M este mijlocul laturii AB; c) M este centrul paralelogramului; d) M se află pe AB; e) M se află pe BC; f) M este oarecare în plan.

3.1117B Pe laturile unui triunghi ABC (nedegenerat) se consideră punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ astfel ca $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = y\overrightarrow{AC}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$. Fie P mijlocul segmentului MN. Punctul P se găseşte pe mediana din A a triunghiului ABC dacă şi numai dacă

a) $x + y = 0$; b) $2x = y$; c) $y = 2x$; d) $x = y$; e) $x = -y$; f) $x + y = 1$.

3.1118B În planul xOy se consideră paralelogramul $ABCD$ în care M este punctul de intersecţie al diagonalelor, iar N mijlocul laturii CD. Dacă $\overrightarrow{AB} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ şi $\overrightarrow{AM} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath}$, atunci
a) $\overrightarrow{AN} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$; b) $\overrightarrow{AN} = \frac{\vec{\imath}}{2} - \frac{\vec{\jmath}}{2}$; c) $\overrightarrow{AN} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ d) $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\vec{\imath} + \frac{5}{2}\vec{\jmath}$; e) $\overrightarrow{AN} = \frac{7}{2}\vec{\imath} - \frac{5}{2}\vec{\jmath}$;
f) $\overrightarrow{AN} = \vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}$.

3.1119B În planul xOy se dau vectorii $\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OB} = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath}$. Înălţimea din A a triunghiului ABC este un vector paralel cu $\vec{u}$. Decideţi
a) $\vec{u} = 17\vec{\imath} + 19\vec{\jmath}$; b) $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$; c) $\vec{u} = 7\vec{\imath} + 13\vec{\jmath}$; d) $\vec{u} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$;
e) $\vec{u} = 19\vec{\imath} - 11\vec{\jmath}$; f) $\vec{u} = \vec{\jmath}$.

3.1120B Fie A, B, C, D puncte distincte în spaţiu şi punctele M, N, P definite prin $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Dacă G este centrul de greutate al triunghiului MNP, atunci
a) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{18}(3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD})$; b) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$; c) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$; d) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{9}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$; e) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$;
f) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

3.1121B Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped cu baza paralelogramul $ABCD$ şi $AA' \| BB' \| CC' \| DD'$. Fie O punctul de intersecţie al diagonalelor paralelipipedului şi M mijlocul segmentului AO.
a) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})$; b) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$; c) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}(3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$; d) $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{4}$; e) $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'})$;
f) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'})$.

3.1122B Fie $ABCD$ un patrulater. Pentru orice punct M din plan avem relaţia $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$ dacă şi numai dacă patrulaterul $ABCD$ este:
a) convex; b) trapez oarecare; c) paralelogram; d) dreptunghi; e) romb;
f) trapez isoscel.

3.1123C Se dau vectorii $\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OC} = 3\vec{\imath} + \vec{\jmath}$. Să se determine vectorul $\overrightarrow{OH}$, unde H este piciorul înălţimii din A pe BC.
a) $\overrightarrow{OH} = \frac{14}{5}\vec{\imath} + \frac{8}{5}\vec{\jmath}$; b) $\overrightarrow{OH} = \frac{7}{3}\vec{\imath} + \frac{4}{3}\vec{\jmath}$; c) $\overrightarrow{OH} = \frac{9}{4}\vec{\imath} + \frac{5}{4}\vec{\jmath}$; d) $\overrightarrow{OH} = \frac{11}{5}\vec{\imath} + \frac{6}{5}\vec{\jmath}$;
e) $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{4}\vec{\imath} + \frac{5}{4}\vec{\jmath}$; f) $\overrightarrow{OH} = 3\vec{\imath} + \frac{5}{2}\vec{\jmath}$.

3.1124C Intr-un plan înzestrat cu reperul $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sunt daţi vectorii $\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{OB} = \frac{3}{2}(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$ şi $\overrightarrow{OC} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$. Să se determine $\| \overrightarrow{BM} \|$ şi $\overrightarrow{OM}$, unde M este mijlocul segmentului AC.

a) $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}$, $\| \overrightarrow{BM} \| = \frac{\sqrt{10}}{2}$; b) $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+2\vec{j}$, $\| \overrightarrow{BM} \| = \frac{\sqrt{5}}{2}$;
c) $\overrightarrow{OM}=4\vec{i}+\vec{j}$, $\| \overrightarrow{BM} \| = \frac{\sqrt{10}}{2}$; d) $\overrightarrow{OM}=4\vec{i}+3\vec{j}$, $\| \overrightarrow{BM} \| = \frac{\sqrt{5}}{2}$;
e) $\overrightarrow{OM}=\vec{i}+4\vec{j}$, $\| \overrightarrow{BM} \| = \frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $\overrightarrow{OM}=4\vec{i}+2\vec{j}$, $\| \overrightarrow{BM} \| = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

3.1125C Se dau vectorii $\overrightarrow{OA}=\vec{i}-2\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\overrightarrow{OC}=3\vec{i}+2\vec{j}$. Să se determine vectorul $\overrightarrow{OD}$ astfel ca figura $ABCD$ să fie un paralelogram.
a) $\overrightarrow{OD}=6\vec{i}+\vec{j}$; b) $\overrightarrow{OD}=-3\vec{j}$; c) $\overrightarrow{OD}=\vec{i}-3\vec{j}$; d) $\overrightarrow{OD}=3\vec{i}-\vec{j}$; e) $\overrightarrow{OD}=2\vec{i}-3\vec{j}$ sau $\overrightarrow{OD}=-3\vec{j}$; f) $\overrightarrow{OD}=2\vec{i}-\vec{j}$.

3.1126C Fie ABC un triunghi şi M un punct oarecare în planul triunghiului. Exprimaţi vectorul $\vec{u}=2\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}$ în funcţie de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$.
a) $-\frac{7}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{8}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$; b) $\frac{7}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$;
c) $\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$; d) $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{5}{3}\overrightarrow{CA}$;
e) $\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$; f) $7\overrightarrow{AB}+8\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$.

3.1127C Se dau în spaţiu punctele fixe O, A. Să se determine locul geometric al punctelor M ştiind că $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}=$ constant.
a) o sferă; b) o dreaptă; c) un plan; d) un cerc de diametru OA; e) o calotă sferică; f) un segment de dreaptă perpendicular pe OA.

3.1128C În pentagonul regulat $ABCDE$, fie M, N, P, Q mijloacele laturilor AB, BC, CD şi respectiv DE. Dacă H şi K sunt mijloacele segmentelor MP şi NQ, atunci relaţia $\overrightarrow{AE}=k\cdot\overrightarrow{HK}$ este adevărată pentru
a) $k=1$; b) $k=2$; c) $k=3$; d) $k=4$; e) $k=5$; f) $k=6$.

3.1129C În planul triunghiului ABC, există un punct O astfel încât $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$ şi $\|\overrightarrow{OA}\|=\|\overrightarrow{OB}\|=\|\overrightarrow{OC}\|$. În aceste ipoteze triunghiul ABC este
a) oarecare; b) isoscel; c) dreptunghic; d) dreptunghic isoscel; e) echilateral; f) nu există un astfel de triunghi.

3.1130C Pentru triunghiul oarecare ABC, notăm cu O, H, G centrul cercului circumscris, ortocentrul şi centrul de greutate. Propoziţiile:

$$(P_1):\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OH},$$
$$(P_2):\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=2\overrightarrow{HO},$$
$$(P_3):\overrightarrow{HG}=2\overrightarrow{GO}.$$

sunt

a) toate trei adevărate; b) toate trei false; c) (P_1), (P_2) adevărate şi (P_3) falsă; d) (P_1), (P_3) adevărate şi (P_2) falsă; e) (P_2), (P_3) adevărate şi (P_1) falsă; f) (P_1) adevărată şi (P_2), (P_3) false.

3.1131C În hexagonul regulat $ABCDEF$ avem $\overrightarrow{AD}=x\cdot\overrightarrow{AB}+y\cdot\overrightarrow{AF}$ pentru
a) $x=1, y=2$; b) $x=2, y=1$; c) $x=1, y=1$; d) $x=2, y=2$; e) $x=1, y=-1$; f) $x=2, y=-2$.

3.1132C Dat fiind triunghiul ABC considerăm punctele M, N, P definite prin $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{BC}$, $k\in\mathbb{R}$. Punctele M, N, P sunt coliniare pentru
a) $k=-1$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=\frac{1}{2}$; e) $k=-\frac{1}{2}$; f) $k=0$.

3.2 Dreapta în plan

3.1133A Calculaţi cosinusul unghiului ascuţit φ dintre diagonalele AC şi BD unui paralelogram dacă se dau trei vârfuri ale sale $A(2,1,3)$, $B(5,2,-1)$, $C(-3,3,-3)$.
a) $\frac{43}{25\sqrt{13}}$; b) $\frac{33}{25\sqrt{13}}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{43}{25\sqrt{17}}$; e) $\frac{4}{5\sqrt{13}}$; f) $\frac{4}{5\sqrt{17}}$.

3.1134A Patrulaterul $ABCD$ cu laturile situate pe dreptele $y=\frac{1}{2}x$, $y=\frac{1}{2}x+1$, $x=2$, $y=-2x+2$ este
a) paralelogram; b) romb; c) pătrat; d) trapez dreptunghic; e) dreptunghi; f) patrulater oarecare.

3.1135A Triunghiul cu laturile situate pe dreptele $x+\sqrt{3}y+1=0$, $\sqrt{3}x+y+1=0$, $x-y-10=0$ este
a) echilateral; b) isoscel; c) dreptunghic isoscel; d) ascuţitunghic, dar nu isoscel; e) obtuzunghic; f) dreptunghic, dar nu isoscel.

3.1136A Simetricul punctului $M_0(1,1)$ faţă de dreapta $d: 2x-3y+4=0$ este
a) $(\frac{1}{13},\frac{31}{13})$; b) $(\frac{2}{13},\frac{30}{13})$; c) $(\frac{4}{13},\frac{43}{13})$; d) $(2,-3)$; e) $(1,2)$; f) $(\frac{3}{13},\frac{4}{13})$.

3.1137A Fie triunghiul ABC de vârfuri $A(1,1)$, $B(4,5)$ şi $C(13,-4)$. Atunci ecuaţia medianei din vârful B este
a) $12x+5y-80=0$; b) $12x+6y+81=0$; c) $13x+6y-82=0$; d) $2x-3y=0$; e) $-13x+6y+82=0$; f) $-13x+5y+81=0$.

3.1138A Dacă $A(0,0)$ şi $B\left(1,\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ sunt două din vârfurile unui triunghi echilateral, atunci al treilea vârf este
a) $C\left(0,\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$; b) $C(1,-1)$; c) $C(0,1)$; d) $C(1,1)$; e) $C(2,2)$; f) $C(1,2)$.

3.1139A Dreapta paralelă cu dreapta $y = 2x$ şi care trece prin punctul (3,4) are ecuaţia

a) $3x + 2y + 1 = 0$; b) $2x - y - 2 = 0$; c) $x - 2y + 5 = 0$; d) $x - y + 1 = 0$; e) $2x + y - 4 = 0$; f) $2y - 2x + 3 = 0$.

3.1140A Dreapta care trece prin punctele $A(1,2)$ şi $B(2,5)$ are ecuaţia

a) $y - 3x + 1 = 0$; b) $2x - y - 1 = 0$; c) $3y + 2x - 1 = 0$; d) $x + 3y - 1 = 0$; e) $2y - x + 1 = 0$; f) $2x - y = 0$.

3.1141A Fie d_1 dreapta de ecuaţie $5y - (m+2)x - 4 = 0$ şi d_2 dreapta de ecuaţie $m^2x + py + 4 = 0$, $m, p \in \mathbb{R}$. Fie $A = \{(m,p) | d_1 \text{ coincide cu } d_2\}$ şi $s = \sum_{(m,p)\in A}(m^2 + p^2)$. Atunci

a) $s = 55$; b) $s = 50$; c) $s = 40$; d) $s = 10$; e) $s = 60$; f) $s = 45$.

3.1142A Fie d_1 dreapta $(m+2)x - 5y - 1 = 0$ şi d_2 dreapta $m^2x - y - 2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$. Fie $A = \{m \in \mathbb{R} | \, d_1 \| d_2\}$ şi $s = \sum_{m\in A} m$. Atunci

a) $s = 1$; b) $s = 0$; c) $s = \frac{1}{5}$; d) $s = \frac{1}{4}$; e) $s = -1$; f) $s = \frac{2}{5}$.

3.1143A Se dau punctele $A(2,5)$, $B(1,2)$ şi $C(3,1)$. Fie $y = mx + n$ dreapta care trece prin A şi este paralelă cu BC şi fie $s = m + n$. Atunci

a) $s = 0$; b) $s = 1$; c) $s = \frac{1}{2}$; d) $s = \frac{3}{2}$; e) $\frac{7}{2}$; f) $s = \frac{11}{2}$.

3.1144A Se dau punctele $A(1,-1)$, $B(2,1)$, $C(3,2)$. Fie $y = mx+n$ înălţimea triunghiului ABC dusă din A şi $s = m + n$. Atunci

a) $s = 0$; b) $s = 1$; c) $s = -1$; d) $s = \frac{1}{2}$; e) $s = -\frac{1}{2}$; f) $s = 2$.

3.1145A Se dau punctele $A(5,4)$, $B(4,1)$, $C(8,3)$. Fie $y = mx + n$ ecuaţia medianei din A în triunghiul ABC şi fie $s = m + n$. Atunci

a) $s = 4$; b) $s = 6$; c) $s = 10$; d) $s = 12$; e) $s = 14$; f) $s = 8$.

3.1146A Dacă punctele $A(1,2)$, $B(2,4)$, $C(4,\lambda)$ sunt coliniare atunci

a) $\lambda = 1$; b) $\lambda = 2$; c) $\lambda = 5$; d) $\lambda = 7$; e) $\lambda = 8$; f) $\lambda = 10$.

3.1147A Dacă punctele $A(2,3)$, $B(-1,4)$, $C(m, m+3)$ sunt coliniare atunci

a) $m = 1$; b) $m = 3$; c) $m = \frac{1}{2}$; d) $m = 3$; e) $m = -\frac{1}{2}$; f) $m = -1$.

3.1148A Dacă dreptele de ecuaţii $2x - 3y - 2 = 0$, $x - y + 2 = 0$ şi $mx + y - m - 1 = 0$ sunt concurente, atunci

a) $m = \frac{1}{2}$; b) $m = -\frac{3}{5}$; c) $m = \frac{2}{7}$; d) $m = -\frac{7}{9}$; e) $m = -\frac{5}{6}$; f) $m = \frac{2}{3}$.

3.1149A Fie $A(4,6)$ şi d mediatoarea segmentului OA (O este originea axelor). Care dintre următoarele puncte aparţine lui d ?

a) $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$; b) $(0, \frac{1}{4})$; c) $(\frac{1}{3}, 5)$; d) $(\frac{1}{2}, 4)$; e) $(-\frac{1}{2}, 2)$; f) $(-1, 3)$.

3.1150A Fie dreptele $x+2y-3 = 0$, $2x+y+6 = 0$, $5x+by-1 = 0$ concurente. Atunci

a) $b = \frac{1}{2}$; b) $b = 1$; c) $b = 2$; d) $b = \frac{5}{2}$; e) $b = \frac{13}{2}$; f) $b = 7$.

3.1151A Fie d cu ecuaţia $ax + (a-1)y - a + 1 = 0$, $a > 1$ şi fie $A = d \cap Ox$, $B = d \cap Oy$. Dacă $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|} = 3$, atunci

a) $a = 1$; b) $a = 2$; c) $a = 3$; d) $a = 4$; e) $a = 5$; f) $a = 6$.

3.1152A Fie $A(a,0)$, $B(0,b)$, $a, b \in \mathbb{R}^*$. Dacă dreapta $y = mx$ este perpendiculară pe AB, atunci

a) $m = 1$; b) $m = \frac{b}{a}$; c) $m = \frac{a}{b}$; d) $m = -\frac{b}{a}$; e) $m = -\frac{a}{b}$; f) $m = -1$.

3.1153A Fie $A(2,0)$, $B(0,1)$ şi $M(a,b)$, $a \neq 0$, astfel încât M este pe dreapta $y = mx$ şi $MA \perp MB$. Fie $d = b - a$. Atunci

a) $d = \frac{2(m-1)}{m^2-m+1}$; b) $d = \frac{m+2}{m^2+1}$; c) $d = \frac{2m+1}{m^2+2m+2}$; d) $d = \frac{m^2+1}{m^2+m+1}$; e) $d = \frac{m-1}{m+1}$; f) $d = 2$.

3.1154A Fie $A(a,0)$, $B(0,b)$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ şi fie C al patrulea vârf al dreptunghiului $OACB$ (unde O este originea axelor). Fie $M(x_0, y_0)$ cu $x_0 \neq 0$ astfel încât $AM \perp BM$, $M \neq C$. Fie m_{CM} panta dreptei CM, m_{OM} panta dreptei OM şi $p = m_{CM} \cdot m_{OM}$. Atunci

a) $p = -\frac{y_0}{bx_0}$; b) $p = \frac{ax_0}{by_0}$; c) $p = 1$; d) $p = -1$; e) $p = \frac{bx_0}{ay_0}$; f) $p = -\frac{y_0}{ax_0}$.

3.1155A Distanţa d de la punctul $A(2,3)$ la dreapta $3x - 4y - 4 = 0$ este

a) $d = 1$; b) $d = 2$; c) $d = 3$; d) $d = 4$; e) $d = \frac{3}{5}$; f) $d = \frac{8}{5}$.

3.1156A Fie $A(1,0)$, $B(3,1)$, $C(7,-2)$ şi h lungimea înălţimii din A în triunghiului ABC. Atunci

a) $h = 1$; b) $h = 2$; c) $h = 3$; d) $h = \frac{8}{5}$; e) $h = \frac{7}{\sqrt{13}}$; f) $h = \frac{3}{\sqrt{7}}$.

3.1157A Fie $M(1,1)$ şi d dreapta cu ecuaţia $8x - 15y - m = 0$. Fie mulţimea $\mathcal{A} = \{m \in \mathbb{R} |$ distanţa de la M la d este egală cu 1 $\}$ şi fie $s = \sum_{m\in A} m$. Atunci

a) $s = 0$; b) $s = 20$; c) $s = -14$; d) $s = 20$; e) $s = -10$; f) $s = -30$.

3.1158A Distanţa d dintre dreptele D_1 de ecuaţie $3x - 4y - 1 = 0$ şi D_2 de ecuaţie $6x - 8y - 3 = 0$ este

a) $d = \frac{1}{2}$; b) $d = 1$; c) $d = \frac{1}{5}$; d) $d = \frac{1}{\sqrt{8}}$; e) $d = \frac{1}{10}$; f) $d = 2$.

3.1159A Fie $A(1,1)$, $B(-1,1)$, $C(3,2)$ şi fie S aria triunghiului ABC. Atunci

a) $S = 1$; b) $S = 2$; c) $S = \frac{2}{3}$; d) $S = \frac{1}{3}$; e) $S = 4$; f) $S = 8$.

3.1160A Fie $A(2,1)$, $B(0,3)$, $C(3,4)$ şi S = aria ΔABC. Atunci
a) $S=1$; b) $S=2$; c) $S=3$; d) $S=4$; e) $S=5$; f) $S=\frac{1}{2}$.

3.1161A Fie $A(0,2)$, $B(2,3)$, $C(3,1)$, $D(2,0)$ şi S = aria patrulaterului $ABCD$. Atunci
a) $S=4$; b) $S=\frac{3}{2}$; c) $S=\frac{7}{2}$; d) $S=\frac{9}{2}$; e) $S=8$; f) $S=9$.

3.1162A Fie $A(2,1), B(4,2), C(8,2)$ trei vârfuri ale paralelogramului $ABCD$ într-un reper ortonormal. Coordonatele celui de-al patrulea vârf sunt
a) $(2,2)$; b) $(1,3)$; c) $(6,1)$; d) $(4,1)$; e) $(6,2)$; f) $(4,1)$.

3.1163A Ecuaţia carteziană a dreptei ce trece prin punctul $A(1,2)$ şi este paralelă cu $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}$ este
a) $x+2y-6=0$; b) $2x-y=0$; c) $3x-y-1=0$; d) $2x+y-y=0$; e) $x=y$; f) $x+y-1=0$.

3.1164B Se dă triunghiul ABC de vârfuri $A(0,1)$, $B(t,0)$, $C(s,0)$, $s\neq t$. Găsiţi coordonatele centrului cercului circumscris.
a) (s,t); b) $(s+t,st)$; c) (st,s); d) $\left(\frac{s+t}{2},\frac{1+st}{2}\right)$; e) $(s-t,st)$; f) $(1,1-st)$.

3.1165B Se dă triunghiul ABC de vârfuri $A(0,1)$, $B(t,0)$, $C(s,0)$, $s\neq t$. Determinaţi centrul cercului care trece prin mijloacele laturilor triunghiului.
a) $(1,1-st)$; b) $(s+t,st)$; c) (s,t); d) (s,st); e) $(s+t,1)$; f) $\left(\frac{s+t}{4},\frac{1-st}{4}\right)$.

3.1166B Se dă triunghiul ABC de vârfuri $A(0,1)$, $B(t,0)$, $C(s,0)$, $s\neq t$. Determinaţi ortocentrul.
a) $(0,-st)$; b) (s,t); c) $(s+t,1)$; d) $(1,st)$; e) $(s,s+t)$; f) $(st,0)$.

3.1167B Fie A şi B punctele în care dreapta de ecuaţie $ax+(2a+1)y+a^2=0$, $a\neq 0$, $a\neq\frac{1}{2}$, taie axele de coordonate, (d_1) dreapta ce trece prin A şi este paralelă cu prima bisectoare a axelor de coordonate, (d_2) dreapta ce trece prin B şi este perpendiculară pe (d_1). Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care punctul de intersecţie dintre (d_1) şi (d_2) se găseşte pe dreapta de ecuaţie $d_3: x+5y=1$.
a) $a=-1$, $a=1$; b) $a=1$; $a=2$; c) $a=0$; $a=1$; d) $a=-1$; e) $a=2$; f) $a=0$; $a=-1$.

3.1168B Fie ABC un triunghi, iar A', B', C' puncte pe laturile $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$ care le împart în aceleşi raport, $\frac{BA'}{A'C}=\frac{CB'}{B'A}=\frac{AC'}{C'B}=k$. Fie G şi H centrul de greutate şi respectiv ortocentrul triunghiului ABC. Decideţi:
a) H este ortocentrul triunghiului $A'B'C'$; b) H este ortocentrul triunghiului $A'B'C'$ numai dacă $k=1$; c) G este centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$ numai pentru $k=3$; e) G este centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$; f) H este centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$.

3.1169B Se dau punctele distincte A, B şi dreapta d perpendiculară pe AB într-un punct diferit atât de A cât şi de B. Dacă M este un punct variabil pe d, atunci locul geometric al punctului P diametral opus lui M în cercul care trece prin punctele A, B şi M este:
a) Un cerc; b) un segment de dreaptă; c) o dreaptă paralelă cu Oy; d) un arc de cerc; e) o dreaptă din care lipseşte un punct; f) o semidreaptă.

3.1170B În sistemul cartezian xOy se consideră parabola ce are Ox ca axă de simetrie, axa Oy ca tangentă la vârf şi focarul $F(3,0)$. Dacă P este un punct mobil pe parabolă, atunci locul geometric al punctului de intersecţie M dintre perpendiculara dusă din O pe tangenta în P la parabolă şi dreapta FP este:
a) O dreaptă; b) o semidreaptă; c) un cerc cu centrul în origine; d) un cerc cu centrul în $F(3,0)$; e) un semicerc; f) un cerc din care lipsesc două puncte.

3.1171B Fie triunghiul ABC şi fie $M\left(2,\frac{3}{2}\right)$ mijlocul lui BC, $N\left(\frac{3}{2},3\right)$ mijlocul lui AB şi $P\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$ mijlocul lui AC. Atunci
a) $A=(1,2)$; b) $A=(1,3)$; c) $A=(1,4)$; d) $A=(2,4)$; e) $A=(3,2)$; f) $A=(3,1)$.

3.1172B Fie $A(2,3)$, $B(1,4)$ şi fie $G(2,4)$ centrul de greutate al triunghiului ABC. Ecuaţia dreptei care trece prin A şi este paralelă cu mediana dusă din vârful C al triunghiului ABC este
a) $2x-3y+5=0$; b) $x+y-5=0$; c) $x-y+1=0$; d) $2x-y-1=0$; e) $x-2y+4=0$; f) $x+y-1=0$.

3.1173B Fie $A(2,1), B(4,2), C(6,1)$ trei vârfuri ale unui paralelogram. Coordonatele celui de-al patrulea vârf sunt
a) $(1,2)$; b) $(4,0)$; c) $(4,1)$; d) $(3,1)$; e) $(4,-1)$; f) $(3,0)$.

3.1174B Fie rombul $ABCD$ având diagonalele AC pe Ox şi BD pe Oy cu $|AC|=2a>0$, $|BC|=2b>0$. Fie $y=m_1x+n_1$ ecuaţia lui AB şi $y=m_2x+n_2$ ecuaţia lui BC şi fie $s=m_1+m_2+n_1-n_2$. Atunci
a) $s=1$; b) $s=0$; c) $s=\frac{1}{2}$; d) $s=2b$; e) $s=2a$; f) $s=2(b-a)$.

3.1175B Se dau punctele $A(1,3)$ şi $B(3,5)$. Fie $C(a,b)$ un punct de pe dreapta $y-2x+1=0$ astfel încât triunghiul ABC este isoscel cu baza AB. Fie $d=a-b$. Atunci
a) $d=\frac{2}{3}$; b) $d=\frac{3}{5}$; c) $d=\frac{4}{3}$; d) $d=-\frac{4}{5}$; e) $d=-\frac{4}{3}$; f) $d=\frac{7}{3}$.

3.1176B Se dau dreptele d_1 de ecuaţie $x-y-1=0$ şi d_2 de ecuaţie $3x+2y-1=$

0 şi punctul $A(3,5)$. Fie punctul $M(a,b)$ pe dreapta d_2 astfel încât mijlocul segmentului AM se află pe d_1. Fie $s=a+b$. Atunci
a) $s=\frac{1}{2}$; b) $s=\frac{2}{3}$; c) $s=-\frac{2}{3}$; d) $s=\frac{2}{5}$; e) $s=-\frac{2}{5}$; f) $s=-\frac{1}{2}$.

3.1177B Fie $A(1,0)$ şi $C(2,m)$, $m\in\mathbb{R}$. Perpendiculara în A pe AC taie dreapta $x+2=0$ în B. Fie $\mathcal{M}=\{m\in\mathbb{R}||AB|=|AC|\}$ şi $s=\sum_{m\in\mathcal{M}}m^2$. Atunci
a) $s=1$; b) $s=9$; c) $s=10$; d) $s=16$; e) $s=17$; f) $s=20$.

3.1178B Fie $A(-2,0)$, $B(0,8)$ şi d paralela la prima bisectoare dusă prin A. Fie $C(a,b)$ pe d astfel încât triunghiul ABC este isoscel cu baza AB şi fie $s=b+a$. Atunci
a) $s=\frac{24}{5}$; b) $s=\frac{31}{4}$; c) $s=\frac{25}{7}$; d) $s=\frac{5}{8}$; e) $s=\frac{16}{9}$; f) $s=\frac{17}{11}$.

3.1179B Fie $A(2,0)$, $B(0,4)$ şi $C(a,4)$ astfel încât ΔABC este isoscel de bază AB. Fie $M(x_0,y_0)$ centrul cercului circumscris ΔABC şi $d=x_0-y_0$. Atunci
a) $d=-\frac{1}{4}$; b) $d=\frac{1}{2}$; c) $d=\frac{4}{5}$; d) $d=1$; e) $d=-1$; f) $d=0$.

3.1180B Fie $A(1,3)$, $B(3,5)$ şi $M(a,a)$, $a\in\mathbb{R}$. Fie $P=MA\cap Ox$, $Q=MB\cap Oy$ şi m coeficientul unghiular al dreptei PQ. Atunci
a) $m=1$; b) $m=2$; c) $m=-\frac{9}{2}$; d) $m=\frac{1}{2}$; e) $m=-1$; f) $m=a$.

3.1181B Fie $A(1,2)$, $B(4,0)$ şi $\mathcal{M}=\{M(a,b)|M$ se află pe dreapta $y=x-4$ şi $MA\perp MB\}$. Fie $s=\sum_{M\in\mathcal{M}}(b+a)$. Atunci
a) $s=1$; b) $s=3$; c) $s=4$; d) $s=6$; e) $s=9$; f) $s=10$.

3.1182B Fie $A(4,0)$, $B(0,5)$, $A'\in Ox$, $B'\in Oy$ cu $|AA'|=|BB'|=m$, $|OA'|>|OA|$, $|OB'|>|OB|$. Fie $C(x_0,y_0)$ intersecţia mediatoarei segmentului $A'B'$ cu a doua bisectoare $y=-x$ şi fie $d=y_0-x_0$. Atunci
a) $d=2m$; b) $d=m$; c) $d=1$; d) $d=2$; e) $d=\frac{m^2}{m^2+1}$; f) $d=3$.

3.1183B Fie dreptele d_1 de ecuaţie $2x-3y+1=0$ şi d_2 de ecuaţie $3x-2y+3=0$. Fie $y=m_1x+n_1$ şi $y=m_2x+n_2$ bisectoarele unghiurilor formate de cele două drepte şi fie $s=m_1+m_2+n_1+n_2$. Atunci
a) $s=\frac{2}{3}$; b) $s=\frac{2}{5}$; c) $s=-\frac{6}{5}$; d) $s=\frac{3}{4}$; e) $s=1$; f) $s=0$.

3.1184B Fie d_1 dreapta de ecuaţie $2x-3y+1=0$ şi punctul $A(1,0)$. Fie d_2 şi d_3 dreptele care trec prin A şi fac unghiurile $\frac{\pi}{4}$ şi respectiv $\frac{3\pi}{4}$ cu axa Ox. Fie S aria triunghiului determinat de d_1,d_2,d_3. Atunci
a) $S=3$; b) $S=4$; c) $S=5$; d) $S=6$; e) $S=8$; f) $S=\frac{1}{2}$.

3.1185B Fie $A(1,0)$, $B(1,3)$, $C(3,1)$, $D(4,2)$. Fie $\mathcal{M}=\{M(x_M,y_M)|M$ se află pe dreapta $y=x$ şi aria triunghiului $AMB=$ aria triunghiului $CMD\}$ (ariile se consideră numere pozitive). Fie $s=\sum_{M\in\mathcal{M}}(x_M+y_M)$. Atunci

a) $s=1$; b) $s=2$; c) $s=4$; d) $s=8$; e) $s=10$; f) $s=12$.

3.1186C Fie $A(3,0)$, $B(0,3)$ şi fie $C(a,b)$ pe dreapta $y+x=8$ astfel încât triunghiul ABC este isoscel cu baza AB. Fie $H(x_0,y_0)$ ortocentrul triunghiului ABC şi $s=x_0+y_0$. Atunci
a) $s=\frac{24}{5}$; b) $s=6$; c) $s=4$; d) $s=\frac{12}{5}$; e) $s=\frac{16}{7}$; f) $s=\frac{17}{3}$.

3.1187C Fie dreapta $y=2x+b$ şi A_b, B_b intersecţiile ei cu axa Ox respectiv cu axa Oy. Fie dreapta d_1 de pantă 3 dusă prin A_b şi dreapta d_2 de pantă (-1) dusă prin B_b. Fie $M=d_1\cap d_2$. Locul geometric al lui M când b variază este
a) $y=3x+1$; b) $y=-6x-2$; c) $y=-9x$; d) $y=4x$; e) $y=x^2$; f) $y^2+x^2=1$.

3.1188C Fie M un punct variabil pe dreapta $y=x+1$, P proiecţia lui M pe dreapta $x=3$ şi Q mijlocul segmentului PM. Locul geometric al lui Q este
a) $y=x$; b) $y^2=2x$; c) $y+x-1=0$; d) $y-2x+2=0$; e) $y-x-1=0$; f) $y^2+x^2-1=0$.

3.3 Conice

3.1189A Să se determine semiaxele a şi b ale unei elipse raportate la axele de coordonate dacă are distanţa focală $2c=8$ şi trece prin punctul $M(\sqrt{15},-1)$.
a) $a=16$, $b=\sqrt{20}$; b) $a=6$, $b=4$; c) $a=\sqrt{20}$, $b=2$; d) $a=\sqrt{20}$, $b=\sqrt{10}$; e) $a=3$, $b=1$; f) $a=\sqrt{15}$, $b=3$.

3.1190A Cercul $x^2+y^2-6x=0$ intersectează axa Ox în punctul R şi prima bisectoare în punctul S (diferite de origine). Aria triunghiului ORS este:
a) 9; b) 18; c) 8; d) 6; e) 15; f) 12.

3.1191A Să se scrie ecuaţia elipsei cu focarele $F(3,0)$, $F'(-3,0)$ şi care trece prin punctul $M(4,1)$.
a) $x^2+\frac{y^2}{9}-1=0$; b) $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}-1=0$; c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{18}-1=0$; d) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-1=0$; e) $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{10}-1=0$; f) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}-1=0$.

3.1192A Să se scrie ecuaţia cercului circumscris triunghiului OAB de vârfuri $O(0,0)$, $A(a,0)$, $B(0,b)$.
a) $x^2+y^2-ax=0$; b) $x^2+y^2-by=0$; c) $x^2+y^2-ax-by=0$; d) $x^2+y^2-ax-by-a^2-b^2=0$; e) $x^2+y^2-a^2=0$; f) $x^2+y^2-ax+by=0$.

3.1193A Să se scrie ecuaţia carteziană a tangentei în punctul $A(2,0)$ la cercul $x^2+y^2-6x-4y+8=0$.

a) $x+2y=2$; b) $3x+y=4$; c) $x-2y=3$; d) $3x+y=5$; e) $x-4y=2$; f) $2x+3y=4$.

3.1194A Parabola $y^2=x$ are ca focar punctul de coordonate

a) (0,0); b) (1,0); c) (2,0); d) (1/4,0); e) $(-1,0)$; f) (1,1).

3.1195A Dacă $x^2+y^2-a=0$ este ecuaţia unui cerc, atunci

a) $a\le 0$; b) $a<0$; c) $a=1$; d) $a=-1$; e) $a>0$; f) $a\ge 0$.

3.1196A Suma semiaxelor elipsei $4x^2+y^2=1$ este

a) 1; b) 1/2; c) 3/2; d) 2; e) 4; f) 5/4.

3.1197A Care dintre următoarele puncte aparţin elipsei cu semiaxele $a=2$, $b=3$?

a) (1,2); b) $(\sqrt{2},\sqrt{3})$; c) $(-1,1)$; d) $\left(\sqrt{2},\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$; e) (1,0); f) $\left(2\sqrt{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

3.1198A Care dintre următoarele puncte aparţin hiperbolei cu semiaxele $a=2$, $b=3$?

a) $(\sqrt{2},\sqrt{3})$; b) (2,3); c) $(-1,1)$; d) $(2\sqrt{3},3\sqrt{2})$; e((3,0); f) (9,4).

3.1199A Fie (a,b) centrul şi R raza cercului $x^2+y^2-x-y=0$. Fie $s=a^2+b^2+R^2$. Atunci

a) $s=\frac{1}{2}$; b) $s=2$; c) $s=1$; d) $s=\frac{3}{2}$; e) $s=\frac{1}{\sqrt{2}}$; f) $s=3$.

3.1200A Fie d distanţa de la punctul $M(1,1)$ la centrul cercului $x^2+y^2-2x=0$. Atunci

a) $d=1$; b) $d=\frac{1}{2}$; c) $d=2$; d) $d=4$; e) $d=\frac{1}{3}$; f) $d=3$.

3.1201A Se dau cercurile $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ şi $x^2+y^2+4x-6y+9=0$. Fie d distanţa dintre centrele lor. Atunci

a) $d=\sqrt{8}$; b) $d=3$; c) $d=\sqrt{11}$; d) $d=\sqrt{12}$; e) $d=\sqrt{13}$; f) $d=4$.

3.1202A Care dintre următoarele puncte se află în interiorul discului mărginit de cercul $x^2+y^2-2x-2y=0$?

a) (1,2); b) (1,3); c) (2,3); d) (3,1); e) (0,3); f) $(0,-1)$.

3.1203A Fie $A(-3,4)$, $B(1,2)$. Care dintre următoarele puncte este în interiorul discului mărginit de cercul care are pe AB ca diametru ?

a) $(-1,0)$; b) (1,3); c) $(-2,0)$; d) (2,0); e) (0,0); f) $(-3,1)$.

3.1204A Fie $C(a,b)$ centrul cercului de rază R tangent axei Oy în (0,0) şi care trece prin $A(2,2)$. Fie $s=a+b+R$. Atunci

a) $s=2$; b) $s=3$; c) $s=4$; d) $s=5$; e) $s=0$; f) $s=5$.

3.1205A Fie a semiaxa mare a elipsei care trece prin $(4,3)$ şi are semiaxa mică $b=\sqrt{10}$. Atunci

a) $a=2$; b) $a=4b$; c) $a^2=16$; d) $a+b=2$; e) $a=3$; f) $a^2=50$.

3.1206A Fie a semiaxa transversă a unei hiperbole raportate la axele sale, care trece prin $(3\sqrt{3},2\sqrt{2})$ şi are cealaltă semiaxă $b=2$. Atunci

a) $a=1$; b) $a=2$; c) $a=3$; d) $a=4$; e) $a=5$; f) $a=6$.

3.1207A Fie (1,2) un punct pe o parabolă raportată la axă şi la tangenta la vârf şi fie d distanţa dintre focarul şi directoarea acestei parabole. Atunci

a) $d=1$; b) $d=2$; c) $d=3$; d) $d=4$; e) $d=5$; f) $d=4$.

3.1208A Fie $C_1(a_1,b_1)$ şi $C_2(a_2,b_2)$ centrele a două cercuri tangente exterior şi tangente totodată dreptelor Ox şi $x-2=0$. Fie $p=(a_2-a_1)(b_2-b_1)$. Atunci

a) $p=0$; b) $p=4$; c) $p=6$; d) $p=10$; e) $p=14$; f) $p=20$.

3.1209A Fie elipsa $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}-1=0$ cu focare F_1, F_2 şi fie B şi C intersecţiile elipsei cu axa Oy. Fie S aria patrulaterului BF_1CF_2. Atunci

a) $S=4$; b) $S=6$; c) $S=8$; d) $S=10$; e) $S=12$; f) $S=16$.

3.1210A Fie elipsa $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}-1=0$ şi $F(c,0)$, $c>0$ un focar. Fie A intersecţia elipsei cu direcţia pozitivă a axei Ox, B intersecţia elipsei cu direcţia pozitivă a axei Oy. Unghiul dintre FA şi FB este

a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{2\pi}{3}$; e) $\frac{3\pi}{4}$; f) $\frac{5\pi}{6}$.

3.1211A Dacă parabola $y^2=2px$ este tangentă dreptei $3x-2y+4=0$, atunci

a) $p=1$; b) $p=2$; c) $p=3$; d) $p=4$; e) $p=5$; f) $p=6$.

3.1212A Fie d tangenta la parabola $y^2=20x$ paralelă cu dreapta $y=5x+3$, $P=d\cap Oy$ şi fie n ordonata punctului P. Atunci

a) $n=1$; b) $n=2$; c) $n=3$; d) $n=4$; e) $n=-2$; f) $n=-1$.

3.1213A Dreapta $y=mx+n$ este tangentă la parabola $y^2=12x$ şi $u=mn$. Atunci

a) $u=1$; b) $u=3$; c) $u=10$; d) $u=12$; e) $u=14$; f) $u=18$.

3.1214A Dacă dreapta $y=x+n$ determină în parabola $y^2-10x=0$ o coardă de lungime $2\sqrt{10}$, atunci

a) $n=1$; b) $n=2$; c) $n=-1$; d) $n=-2$; e) $n=3$; f) $n=4$.

3.1215A Fie $y=mx+n$ tangenta în punctul $(1,2\sqrt{2})$ la cercul $x^2+y^2-9=0$ şi fie $c=\dfrac{n}{m}$. Atunci

a) $c=4$; b) $c=-4$; c) $c=9$; d) $c=-9$; e) $c=1$; f) $c=-1$.

3.1216A Fie $y=m_1x$, $y=m_2x$ tangente duse din O, originea axelor, la cercul $x^2+y^2-6x-6y+14=0$ şi fie $p=m_1m_2$. Atunci

a) $p=1$; b) $p=2$; c) $p=4$; d) $p=6$; e) $p=8$; f) $p=10$.

3.1217A Fie $ax+by+c=0$ ecuaţia tangentei la elipsa $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{25}-1=0$ în punctul $M(6,4)$. Dacă $s=\frac{a}{b}$, atunci

a) $s=\frac{1}{2}$; b) $s=\frac{1}{4}$; c) $s=\frac{3}{8}$; d) $s=\frac{1}{8}$; e) $s=1$; f) $s=2$.

3.1218A Dacă elipsa $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}-1=0$ este tangentă dreptei $y=x+3$, atunci

a) $b^2=1$; b) $b^2=4$; c) $b^2=5$; d) $b^2=6$; e) $b^2=8$; f) $b^2=9$.

3.1219A Fie $ax+by+c=0$ ecuaţia tangentei la hiperbola $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}-1=0$ în punctul $(6,5)$ şi $s=\frac{a}{b}$. Atunci

a) $s=-\frac{1}{2}$; b) $s=-2$; c) $s=-\frac{3}{2}$; d) $s=1$; e) $s=2$; f) $s=-1$.

3.1220A Dacă hiperbola $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{b^2}-1=0$ este tangentă dreptei $y=\frac{5}{4}x-4$, atunci

a) $b^2=1$; b) $b^2=4$; c) $b^2=9$; d) $b^2=16$; e) $b^2=25$; f) $b^2=49$

3.1221A Fie elipsa $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}-1=0$ cu axa mare $A'A$. Fie $(T'),(T)$ tangentele la elipsă în A', respectiv în A şi d o tangentă oarecare la elipsă, diferită de acestea. Dacă $Q=d\cap T'$, $P=d\cap T$ şi $u=|AP|\cdot|A'Q|$, atunci

a) $u=1$; b) $u=4$; c) $u=9$; d) $u=16$; e) $u=18$; f) $u=20$.

3.1222A Fie elipsa $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-1=0$, fie $P(x_1,y_1)$ un punct situat pe elipsă şi (T) tangenta în P la elipsă. Fie $Q(x_2,y_2)$ un punct de pe elipsă în care tangenta este paralelă cu (T) şi fie $s=x_1+x_2+y_1+y_2$. Atunci

a) $s=0$; b) $s=1$; c) $s=a^2+b^2$; d) $s=2(x_1+y_1)$; e) $s=2(y_1-x_1)$;
f) $s=2c^2$.

3.1223A Dacă dreapta $y=mx+n$ este tangentă parabolei $y^2=4x$ în punctul (1,4) şi $s=m+n$, atunci

a) $s=1$; b) $s=2$; c) $s=-1$; d) $s=-2$; e) $s=3$; f) $s=-3$.

3.1224B Stabiliţi poziţia relativă a cercului $(C):\ x^2+y^2-6x=0$ şi elipsei $(E):\ x^2+\frac{y^2}{4}=1$.

a) E este exterioară interiorului lui C; b) C este exterior interiorului lui E; c) mulţimea $C\cap E$ este formată din două puncte; d) C şi E sunt tangente exterior; e) C şi E sunt tangente interior; f) $C\cup E=C$.

3.1225B Se consideră familia de elipse $(E_{y_0}):\ \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{(y-y_0)^2}{4}=1$. Reuniunea $D=\bigcup\limits_{y_0\in[-1,1]}E_{y_0}$ este inclusă în dreptunghiul

a) $[-4,4]\times[-3,3]$; b) $[-1,1]\times[-3,3]$; c) $[-4,4]\times[-1,1]$; d) $[0,1]\times[0,2]$; e) $[0,2]\times[0,1]$; f) $[-3,3]\times[-2,2]$.

3.1226B Se consideră cercurile

$$\mathcal{C}_1:(x-2)^2+y^2=2$$
$$\mathcal{C}_2:x^2+y^2-8x+8=0$$
$$\mathcal{C}_3:x^2+y^2-x=0.$$

Dreapta de ecuaţie $y-x=0$ este tangentă

a) cercurilor $\mathcal{C}_1,\mathcal{C}_2,\mathcal{C}_3$; b) cercurilor $\mathcal{C}_1,\mathcal{C}_2$; c) cercurilor $\mathcal{C}_2,\mathcal{C}_3$; d) cercului $\mathcal{C}_3$; e) nici unuia dintre cele trei cercur; f) cercurilor $\mathcal{C}_1,\mathcal{C}_3$.

3.1227B Curba dată de ecuaţiile parametrice $x=2+\sin t$, $y=1+\cos t$, $t\in[0,\pi]$ este

a) un cerc; b) o elipsă; c) un semicerc; d) o hiperbolă; e) un arc de hiperbolă; f) o parabolă.

3.1228B Locul geometric al mijloacelor coardelor unei elipse ce sunt paralele cu o dreaptă fixată este

a) un cerc; b) un arc de cerc; c) o semidreaptă; d) un segment de dreaptă; e) un arc de elipsă; f) o elipsă.

3.1229B Aria patrulaterului determinat de tangentele la hiperbola $x^2-y^2=1$ în punctele $A(\sqrt{2},1)$, $B(-\sqrt{2},1)$, $C(-\sqrt{2},-1)$, $D(\sqrt{2},-1)$ este

a) $\sqrt{2}$; b) 2; c) $2\sqrt{2}$; d) $4\sqrt{2}$; e) $3\sqrt{2}$; f) $8\sqrt{2}$.

3.1230B Să se scrie ecuaţia cercului cu centrul în punctul $A(1,-3)$ şi tangent dreptei $y-2=0$.

a) $x^2+y^2-2x+6y-1=0$; b) $x^2+y^2-2x-6y-15=0$;
c) $x^2+y^2+2x+6y-15=0$; d) $x^2+y^2-2x+6y-15=0$;
e) $x^2+y^2+2x-6y-15=0$; f) $x^2+y^2-15=0$.

3.1231B Să se determine a astfel încât dreapta $d: 2x+y=0$ să fie tangentă cercului $C: x^2+y^2+4x-2y=0$.

a) $a=9$; b) $a=-1$; c) $a\in\varnothing$; d) $a=1$; e) $a\in\{9,-1\}$; f) $a=-9$.

3.1232B Să se determine focarele elipsei raportate la axele de simetrie, ştiind că ea conţine punctele $A(2,0)$ şi $B\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

a) $F(3,0)$, $F'(-3,0)$; b) $F(0,\sqrt{3})$, $F'(0,-\sqrt{3})$; c) $F(2,0)$, $F'(-2,0)$; d) $F(0,3)$, $F'(0,-3)$; e) $F(4,1)$, $F'(-4,1)$; f) $F(\sqrt{3},0)$, $F'(-\sqrt{3},0)$.

3.1233B Să se determine punctul A situat pe hiperbola $x^2-y^2-1=0$, astfel încât coarda VA, unde $V(1,0)$, să fie paralelă cu dreapta $y-x\sqrt{3}+1=0$.

a) $A(1,-2)$; b) $A(\sqrt{2},1)$; c) $A(2,\sqrt{3})$; d) $A(-2,\sqrt{3})$; e) $A(3,2\sqrt{2})$; f) $A(-2,-\sqrt{3})$.

3.1234B Să se determine un punct $M(x,y)$, $y>0$ situat pe parabola $y^2=16x$, a cărui distanţă la focar să fie egală cu 8.

a) $M(-4,8)$; b) $M(4,8)$; c) $M(2,8)$; d) $M(3,8)$; e) $M(1,4)$; f) $M(16,16)$.

3.1235B Fie punctele $F(2,0)$ şi $F'(-2,0)$. Locul geometric al punctelor M din plan pentru care $d(M,F)+d(M,F')=6$ are ecuaţia

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$; b) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$; c) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{5}=1$; d) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{9}=1$; e) $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{5}=1$; f) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

3.1236B Distanţa dintre punctul $A(10,2)$ şi tangenta în punctul $B(3,5)$ la elipsa $25x^2+9y^2=450$ este

a) $\frac{12\sqrt{34}}{17}$; b) $\frac{13\sqrt{34}}{17}$; c) $\frac{13\sqrt{35}}{17}$; d) $\frac{13\sqrt{34}}{19}$; e) $\frac{13\sqrt{34}}{19}$; f) $\frac{12\sqrt{34}}{19}$.

3.1237B Ecuaţia unei hiperbole pentru care unul din focare este $F(\sqrt{13},0)$ şi una din asimptote are ecuaţia $3x-2y=0$ este

a) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$; b) $-\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$; c) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$; d) $-\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$; e) $9x^2-4y^2=1$; f) $4x^2-9y^2=1$.

3.1238B Aria patrulaterului format de tangentele duse din punctul $A(-1,0)$ la parabola $y^2=2x$ şi normalele duse în punctele de tangenţă este

a) 3; b) $3\sqrt{3}$; c) $3\sqrt{2}$; d) $2\sqrt{3}$; e) $2\sqrt{2}$; f) 2.

3.1239B Ecuaţia tangentei la parabola de focar $F(1,0)$ şi directoare $x=-1$, în punctul de abscisă $x=4$ şi ordonată pozitivă, este

a) $x-y+2=0$; b) $2x-y+4=0$; c) $x+2y+4=0$; d) $x-2y+4=0$; e) $x-2y+3=0$; f) $-x+2y+3=0$.

3.1240B Aria triunghiului format de asimptotele hiperbolei $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ şi dreapta $9x+2y-24=0$ este

a) 9; b) 14;c) 24; d) 6; e) 10; f) 12.

3.1241B Să se scrie ecuaţia axei radicale a cercurilor

$$C_1: x^2+y^2-3x-4=0, \qquad C_2: x^2+y^2+y-2=0.$$

a) $3x+y+2=0$; b) $y=x$; c) $x+y=1$; d) $2x+3y=4$; e) $2x-y=17$; f) $x-2y=3$.

3.1242B Să se afle locul geometric al centrelor cercurilor

$$C_\lambda: x^2+y^2+\lambda x+(2\lambda+3)y=0,\ \lambda\in\mathbb{R}.$$

a) $2x+5y=1$; b) $-2x+y=4$; c) $4x-2y=3$; d) $5y-3y=2$; e) $x+2y=17$; f) $x+3y=4$.

3.1243B Conica $ax^2+(1-a)y^2=1$, unde $a\in\mathbb{R}$ nu poate fi

a) parabolă; b) elipsă; c) hiperbolă; d) cerc; e) pereche de drepte paralele cu Ox; f) pereche de drepte paralele cu Oy.

3.1244B Asimptotele hiperbolei $x^2-y^2=1$ formează un unghi de

a) 180°; b) 45°; c) 60°; d) 120°; e) 30°; f) 90°.

3.1245B Fie F_1 şi F_2 focarele elipsei $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}-1=0$, fie $M(1,1)$ şi $d_1=|MF_1|$, $d_2=|MF_2|$, $s=d_1^2+d_2^2$. Atunci

a) $s=10$; b) $s=15$; c) $s=20$; d) $s=25$; e) $s=36$; f) $d=40$.

3.1246B Fie $C(a,b)$ centrul cercului $x^2+y^2+2x=0$. Fie $A(x_0,y_0)$, $x_0>0$ un punct de pe dreapta $y=x$ cu $|AC|=5$ şi fie $s=x_0+y_0$. Atunci

a) $s=1$; b) $s=2$; c) $s=3$; d) $s=4$; e) $s=5$; f) $s=6$.

3.1247B Fie $C(a,b)$ centrul cercului determinat de punctele $(-2,0)$, $(2,2)$, $(0,0)$ şi fie $s=a+b$. Atunci

a) $s=1$; b) $s=-2$; c) $s=2$; d) $s=6$; e) $s=-4$; f) $s=-8$

3.1248B Fie $x^2+y^2+2mx+2ny+p=0$ ecuaţia cercului care trece prin origine şi este tangent dreptei $y=3$ în (1,3). Fie $s=m+n+p$. Atunci

a) $s=\frac{1}{4}$; b) $s=-\frac{7}{3}$; c) $s=\frac{5}{2}$; d) $s=-\frac{3}{2}$; e) $s=\frac{1}{3}$; f) $s=0$.

3.1249B Fie M un punct de pe hiperbola $x^2-y^2-9=0$, F_1,F_2 focarele acesteia şi O originea axelor. Dacă $s=|OM|^2-|MF_1|\cdot|MF_2|$, atunci

a) $s=0$; b) $s=1$; c) $s=4$; d) $s=9$; e) $s=18$; f) $s=20$.

3.1250B Fie M un punct de pe hiperbola $x^2-y^2=a^2$, $a>0$, fie N proiecţia lui M pe Ox şi p puterea lui N faţă de cercul $x^2+y^2-a^2=0$. Dacă $d=|MN|^2-p$, atunci
a) $d=a^2$; b) $d=-a^2$; c) $d=0$; d) $d=2a^2$; e) $d=1$; f) $d=-2a^2$.

3.1251B Se consideră în reperul ortogonal xOy dreapta d cu ecuaţia $x-2=0$. O dreaptă variabilă care trece prin O taie pe d în N. Locul geometric al intersecţiei perpendicularei în N pe d cu perpendiculara în O pe ON are ecuaţia
a) $x^2+y^2-1=0$; b) $x^2+2y=0$; c) $y^2+2x=0$; d) $x^2-y^2=1$;
e) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-1=0$; f) $2y+3x-1=0$.

3.1252B Fie $M=\{m\in\mathbb{R}\mid$ dreapta $2mx+(1-m^2)y+3(1+m^2)=0$ este tangentă cercului $x^2+y^2-9=0\}$. Atunci
a) $M=\{-1,1\}$; b) $M=\emptyset$; c) $M=\mathbb{R}$; d) $M=\{0\}$; e) $M=\{2\}$; f) $M=\{1,8\}$.

3.1253B Fie $y=mx+n$ o dreaptă perpendiculară pe dreapta $2y+x+1=0$ şi tangentă cercului $x^2+y^2-9=0$. Dacă $s=m^2+n^2$, atunci
a) $s=20$; b) $s=38$; c) $s=49$; d) $s=57$; e) $s=61$; f) $s=72$.

3.1254B Fie cercul $(C_1): x^2+y^2-2x-2y-7=0$. Fie r astfel încât cercul de rază r cu centrul în $A(5,4)$ este tangent exterior cercului C_1. Atunci
a) $r=1$; b) $r=2$; c) $r=3$; d) $r=4$; e) $r=\sqrt{2}$; f) $r=\sqrt{3}$.

3.1255B Fie hiperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-1=0$ şi d o dreaptă paralelă cu Oy. Fie M intersecţia lui d cu o asimptotă a hiperbolei, N intersecţia lui d cu hiperbola, P intersecţia lui d cu axa Ox şi $\delta=|PM|^2-|PN|^2$. Avem
a) $\delta=b^2$; b) $\delta=a^2$; c) $\delta=4ab$; d) $\delta=a^2-b^2$; e) $\delta=3a^2$; f) $\delta=2b^2$.

3.1256B Fie hiperbola $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}-1=0$ şi fie d o dreaptă paralelă cu Oy. Fie M şi N intersecţiile lui d cu hiperbola. Se duc prin M şi N paralele la una dintre asimptote; fie P şi Q intersecţiile acestora cu axa Oy şi $p=|OP|\cdot|OQ|$. Avem
a) $p=4$; b) $p=6$; c) $p=8$; d) $p=10$; e) $p=12$; f) $p=5$.

3.1257B Fie elipsa $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}-1=0$ cu focarele F_1,F_2 şi fie $M(x_0,y_0)$ un punct de pe elipsă în care $MF_1\perp MF_2$. Dacă $s=x_0^2+y_0^2$, atunci
a) $s=9$; b) $s=16$; c) $s=21$; d) $s=18$; e) $s=32$; f) $s=49$.

3.1258B Fie k numărul de puncte M de pe elipsa $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}-1=0$ cu focarele F_1,F_2, în care $MF_1\perp MF_2$. Atunci
a) $k=0$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=3$; e) $k=4$; f) $k=6$.

3.1259B Fie k numărul de puncte M de pe elipsa $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{2}-1=0$ cu focarele F_1,F_2, în care $MF_1\perp MF_2$. Atunci
a) $k=0$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=3$; e) $k=4$; f) $k=6$.

3.1260B Fie k numărul de puncte M de pe elipsa $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}-1=0$ cu focarele F_1,F_2, în care $MF_1\perp MF_2$. Atunci
a) $k=0$; b) $k=1$; c) $k=2$; d) $k=3$; e) $k=4$; f) $k=6$.

3.1261B Fie $y=m_1x+n_1$ şi $y=m_2x+n_2$ tangentele la cercul $x^2+y^2-2x-2y-8=0$ în punctele de intersecţie ale acestuia cu Ox. Dacă $s=m_1m_2-n_1-n_2$, atunci
a) $s=4$; b) $s=5$; c) $s=6$; d) $s=7$; e) $s=8$; f) $s=9$.

3.1262B Fie cercul $x^2+y^2-1=0$, $A(-1,0)$, $B(1,0)$ şi $(T),(T')$ tangentele la cerc în A, respectiv în B. Fie d cu ecuaţia $y=mx+n$ o tangentă variabilă la cerc, $P=d\cap(T)$, $Q=d\cap(T')$ şi $c=|AP|\cdot|BQ|$. Atunci
a) $c=1$; b) $c=2$; c) $c=3$; d) $c=4$; e) $c=5$; f) $c=6$.

3.1263B Fie cercul care trece prin $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(0,2)$ şi fie T_A tangenta în A la acest cerc şi T_B tangenta în B la acelaşi cerc. Fie $C=T_B\cap Ox$, $D=T_A\cap Oy$ şi $d=|CD|^2$. Atunci
a) $d=4$; b) $d=6$; c) $d=8$; d) $d=9$; e) $d=10$; f) $d=16$.

3.1264B Fie hiperbola echilaterală $x^2-y^2=a^2$ cu focare $(-c,0)$, $(c,0)$. Fie $y=mx-3$ una dintre tangentele în punctele hiperbolei care au abscisa $(-c)$ sau c. Atunci
a) $a^2=1$; b) $a^2=2$; c) $a^2=4$; d) $a^2=9$; e) $a^2=16$; f) $a^2=25$

3.1265B Fie elipsa $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-1=0$. Dreapta $y=-\frac{3}{2}$ intersectează elipsa în M şi N. Fie $y=m_1x+n_1$ tangenta în M la elipsă şi $y=m_2x+n_2$ ecuaţia dreptei BN cu $B(0,3)$. Dacă $u=\frac{m_1}{m_2}$, atunci
a) $u=1$; b) $u=2$; c) $u=\frac{1}{2}$; d) $u=\sqrt{2}$; e) $u=\frac{1}{\sqrt{2}}$; f) $u=-1$.

3.1266B Fie elipsa $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-1=0$ cu $A'A$ axa mare şi F', F focarele. Fie T',T tangentele la elipsă în A', respectiv în A şi fie d o tangentă oarecare la

elipsă diferită de acestea. Fie $d \cap T = P$, $d \cap T' = Q$, m_{FP}, m_{FQ} pantele dreptelor FP, respectiv FQ şi $u = m_{FP} \cdot m_{FQ}$. Atunci

a) $u = 2$; b) $u = 1$; c) $u = -1$; d) $u = -2$; e) $u = \frac{1}{2}$; f) $u = -\frac{1}{3}$.

3.1267B Fie elipsa $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$ cu focare F', F. Fie d o tangentă oarecare la elipsă şi $d_1, d_2 \in (0, \infty)$ distanţele de la F', respectiv F, la d. Dacă $p = d_1 \cdot d_2$, atunci

a) $p = 1$; b) $p = 2$; c) $p = 4$; d) $p = 6$; e) $p = 8$; f) $p = 10$.

3.1268B Fie elipsa $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$ cu focare F', F şi $(T), (T')$ două tangente la elipsă, paralele. Fie $d_1 = d(F', (T))$ (distanţa de la F' la (T)) şi $d_2 = d(F, (T'))$, $d_1, d_2 \in (0, \infty)$. Dacă $d = d_1 - d_2$, atunci

a) $d = -4$; b) $d = 0$; c) $d = -1$; d) $d = 5$; e) $d = -9$; f) $d = 4$.

3.1269B Fie parabola $y^2 = 4x$ şi (T) tangenta la parabolă de pantă $\sqrt{3}$. Fie $P = (T) \cap Oy$ şi Q intersecţia lui (T) cu dreapta directoare a parabolei. Dacă $d = |PQ|$, atunci

a) $d = 1$; b) $d = 2$; c) $d = 3$; d) $d = 4$; e) $d = 5$; f) $d = 6$.

3.1270B Fie parabola $y^2 = 8x$, $M(x_0, y_0)$ un punct situat pe parabolă, d normala în M la parabolă, $N = d \cap Ox$, M_1 proiecţia lui M pe Ox şi $a = |M_1N|$. Atunci

a) $a = 1$; b) $a = 2$; c) $a = 3$; d) $a = 4$; e) $a = 5$; f) $a = 6$.

3.1271B Fie hiperbola $x^2 - y^2 = a^2$, $M(x_0, y_0)$ un punct pe hiperbolă şi d normala în M la hiperbolă. Fie $P = d \cap Ox$, $Q = d \cap Oy$, $m = \frac{|PM|}{|MQ|}$. Atunci

a) $m = a^2$; b) $m = \frac{1}{a^2}$; c) $m = 1$; d) $m = 4$; e) $m = \frac{1}{4}$; f) $m = 2$.

3.1272B Fie $A(-2,0), B(2,0)$ şi semidreptele d_1 perpendiculară în A pe Ox, d_2 perpendiculară în B pe Ox, situate în semiplanul superior $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0\}$. O dreaptă variabilă care trece prin A taie pe d_2 în P, iar altă dreaptă variabilă care trece prin B taie pe d_1 în Q astfel încât $|AQ| \cdot |BP| = 16$. Locul geometric al intersecţiei dreptelor AP şi BQ este situat pe curba

a) $(x-1)^2 + (y-1)^2 - 4 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 9 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 4 = 0$; d) $(x+1)^2 + (y-1)^2 - 1 = 0$; e) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$; f) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1 = 0$.

3.1273B Fie dreapta d de ecuaţie $x + 2y - 4 = 0$ şi punctul $M(x_0, y_0)$ cu proiecţiile P pe Ox, Q pe Oy şi R pe d. Dacă P, Q şi R sunt coliniare, locul geometric al lui M este

a) $x^2 + y^2 - 1 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 4 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$; d) $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 30 = 0$; e) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$; f) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$.

3.1274B Fie $A(2,0)$ şi d o dreaptă variabilă care trece prin A. Fie $M = d \cap Oy$. Locul geometric al punctelor N care satisfac $MN \perp Oy$ şi $|MN| = |AM|$ este

a) $x^2 + y^2 - 1 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 4 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$; d) $x^2 - y^2 - 4 = 0$; e) $x^2 - y^2 - 1 = 0$; f) $\frac{x^2}{4} + y^2 - 1 = 0$.

3.1275C Să se găsească infimumul expresiei $E = a^2 + b^2$ ştiind că ecuaţia $x^2 + ay^2 + b - 1 = 0$ reprezintă o elipsă.

a) 1; b) 0; c) 2; d) π; e) 3; f) 4.

3.1276C Locul geometric al mijloacelor coardelor unei parabole, paralele cu o dreaptă dată diferită de axă este:

a) o dreaptă ce trece prin focar; b) o dreaptă perpendiculară pe axa parabolei; c) o dreaptă paralelă cu axa parabolei; d) un cerc ce trece prin vârful parabolei; e) un cerc ce trece prin focar; f) o parabolă.

3.1277C Centrul cercului circumscris triunghiului de vârfuri $A(4,6)$, $B(-2,2)$, $C(2,-4)$ este

a) $(2,1)$; b) $(3,2)$; c) $(2,3)$; d) $(1,3)$; e) $(3,1)$;f) $(1,2)$.

3.1278C Fie S aria triunghiului determinat de punctul $A(4,1)$ şi punctele B, C care sunt punctele de tangenţă ale tangentelor duse din A la parabola $y^2 = -2x$. Atunci

a) $S = 25$; b) $S = 30$; c) $S = 29$; d) $S = 27$; e) $S = 27\sqrt{2}$; f) $S = 29\sqrt{2}$.

3.1279C Asimptotele hiperbolei $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ taie parabola $y^2 = 4x$ în punctele A şi B. Fie C intersecţia tangentelor duse la parabolă în A şi B. Aria triunghiului ABC este

a) 3; b) 2; c) 8; d) $\frac{5}{2}$; e) 5; f) 4.

3.1280C Fie M un punct de pe elipsa $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$, fie F_1, F_2 focarele acesteia şi O originea axelor. Dacă $s = |MF_1| \cdot |MF_2| + |OM|^2$, atunci

a) $s = 10$; b) $s = 4$; c) $s = 13$; d) $s = 11$; e) $s = 9$; f) $s = 20$.

3.1281C Fie M un punct de pe hiperbola $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} - 1 = 0$, fie F_1, F_2 focarele acesteia şi O originea axelor. Dacă $d = |OM|^2 - |MF_1| \cdot |MF_2|$, atunci

a) $d = 0$; b) $d = 10$; c) $d = 16$; d) $d = 20$; e) $d = 36$; f) $d = 40$.

3.1282C Se consideră hiperbola echilaterală $x^2-y^2=a^2$ şi cercul $x^2+y^2=a^2$. Fie d o parabolă la Ox care taie cercul în $P(x_1,y_0)$ şi hiperbola în $Q(x_2,y_0)$. Dacă tangenta în P la cerc este perpendiculară pe tangenta în Q la hiperbolă, atunci

a) $y_0^2=\frac{a^2}{2}$; b) $y_0^2=\frac{a^2}{4}$; c) $y_0^2=\frac{a^2}{\sqrt{2}}$; d) $y_0^2=\frac{a^2}{\sqrt{3}}$; e) $y_0^2=\frac{a^2}{\sqrt[4]{2}}$; f) $y_0^2=\frac{a^2}{3}$.

3.4 Funcţii şi identităţi trigonometrice

3.1283A În identitatea

$$\frac{(\cos a+\cos b)^2-(\sin a+\sin b)^2}{(\cos a+\cos b)^2+(\sin a+\sin b)^2}=m,\ a-b\neq(2k+1)\pi,\ k\in\mathbb{Z}$$

numărul m este

a) $m=\cos(a-b)$; b) $m=\sin(a-b)$; c) $m=\cos(a+b)$; d) $m=\sin(a+b)$; e) $m=0$; f) $m=1$.

3.1284A Valoarea raportului $\dfrac{\sin^6x+\cos^6x+\frac{3}{4}\sin^2 2x}{\sin^4x+\cos^4x+\frac{1}{2}\sin^2 2x}$ este

a) -1; b) 0; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\frac{1}{2}$; e) 1; f) $\sqrt{2}$.

3.1285A Dacă $a+b+c=\frac{\pi}{2}$, $E=\operatorname{tg}b\operatorname{tg}c+\operatorname{tg}a\operatorname{tg}c+\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b$ are valoarea

a) -1; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\frac{1}{2}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; f) $\sqrt{3}$.

3.1286A Dacă $E=\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{20}-\sin\frac{\pi}{5}\sin\frac{\pi}{20}$, atunci

a) $E=\sqrt{2}$; b) $E=\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $E=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $E=\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $E=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $E=-\sqrt{2}$.

3.1287A Dacă $E=\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\cos x-\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\sin x$, atunci

a) $E=\sqrt{2}$; b) $E=\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $E=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $E=\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $E=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $E=-\sqrt{2}$.

3.1288A Dacă $E=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{4}+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\frac{\pi}{4}$, atunci

a) $E=\sqrt{2}$; b) $E=\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $E=\sin x$; d) $E=\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $E=\cos x$; f) $E=\sin x-\cos x$.

3.1289A Dacă $E=\cos^2(x-y)-\cos^2(x+y)-4\sin x\cos x\sin y\cos y$, atunci

a) $E=\sqrt{2}$; b) $E=0$; c) $E=\sin x$; d) $E=\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $E=\cos x$; f) $E=1$.

3.1290A Dacă $\operatorname{tg}a=-1$, $\operatorname{tg}b=-2$, $\operatorname{tg}c=3$, atunci valoarea expresiei $E=\operatorname{tg}(a+b+c)$ este

a) $E=\frac{1}{4}$; b) $E=0$; c) $E=2$; d) $E=-\frac{\sqrt{1}}{2}$; e) $E=-1$; f) $E=-\frac{3}{4}$.

3.1291A Dacă $\operatorname{tg}x=\frac{m}{n}$, $n\neq0$, atunci valoarea expresiei $E=m\sin 2x+n\cos 2x$ este

a) $E=m-n$; b) $E=0$; c) $E=n$; d) $E=m+n$; e) $E=m$; f) $E=1$.

3.1292A Dacă $m=\sin 105^\circ+\sin 75^\circ$, atunci

a) $m=\sqrt{2}$; b) $m=\sqrt{6}+\sqrt{2}$; c) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$; d) $E=\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$; f) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

3.1293A Dacă $x\in(\pi,2\pi)$ şi $\cos x=\frac{3}{5}$, atunci $\sin x$ are valoarea

a) $\sin x=\frac{4}{5}$; b) $\sin x=\frac{3}{4}$; c) $\sin x=-\frac{4}{5}$; d) $\sin x=-\frac{3}{4}$; e) $\sin x=-\frac{1}{2}$; f) $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1294A Calculaţi $E(x)=\dfrac{\sin 2x-2}{2}+\sin x+\cos x$, pentru $x=-\frac{3\pi}{2}$.

a) 0; b) -1; c) 1; d) $\frac{1}{2}$; e) $-\frac{1}{2}$; f) $\frac{3}{2}$.

3.1295A Dacă $x\in(\pi,2\pi)$ şi $\cos x=\frac{7}{25}$, să se calculeze $\sin x$.

a) $\frac{24}{25}$; b) $-\frac{24}{25}$; c) $\frac{7}{25}$; d) $-\frac{7}{25}$; e) 1; f) -1.

3.1296A Fie $f:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\cos x$. Atunci Im f este

a) $[-1,1]$; b) $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$; c) $[-2,2]$; d) $[0,\sqrt{2}]$; e) $[0,2]$; f) $[0,1]$.

3.1297A Fie funcţia $f(x)=\cos\sqrt{x}$.

a) f are perioadă 2π; b) f are perioadă $\sqrt{2}\pi$; c) f are perioadă π; d) f nu este periodică; e) f are perioadă $\frac{\pi}{2}$; f) este o funcţie pară.

3.1298A Să se calculeze $\cos\frac{\pi}{12}$, $\sin\frac{7\pi}{12}$, $\operatorname{tg}\frac{11\pi}{12}$.

a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $-2+\sqrt{3}$; b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $2-\sqrt{3}$; c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\sqrt{3}$; d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $2+\sqrt{3}$; e) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $-2\sqrt{3}$; f) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $-2+\sqrt{3}$.

3.1299A Fie $x\in\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ şi $y\in\left(\frac{7}{2},\frac{9}{2}\right)$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $0<\sin y<\sin x$; b) $\sin y<0<\sin x$; c) $0<\sin x<\sin y$; d) $\sin x<0<\sin y$; e) $\sin x<\sin y<0$; f) $\sin y<\sin x<0$.

3.1300A Să se calculeze $E=4\sin 30^\circ\cos 45^\circ\operatorname{tg}60^\circ\operatorname{ctg}120^\circ$.

a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) $-\sqrt{3}$; d) 1; e) $2\sqrt{3}$; f) $-\sqrt{2}$.

3.1301A Dacă $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$.

a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; b) $\pm\frac{\sqrt{2}}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\sqrt{2}$; e) $\sqrt{3}$; f) $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$.

3.1302A Să se calculeze

$$E = \sin^2 x \cos^2 x \left[\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 x(1+\cos^2 x)}} + \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 x(1+\sin^2 x)}} \right].$$

a) $\sin 2x$; b) 2; c) $\sin x \cos x$; d) $\frac{1}{2}$; e) $\cos^2 x$; f) 1.

3.1303A Să se determine punctul $F\left(\frac{44\pi}{3}\right)$, unde F este funcţia de acoperire universală $F(t) = (\cos t, \sin t)$.

a) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$; b) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; c) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$; d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; e) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; f) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

3.1304A Care este ordinea crescătoare a următoarelor numere

$$a = \sin 2, \qquad b = \sin \frac{2\pi}{3}, \qquad c = \sin 8\,?$$

a) a, b, c; b) b, c, a; c) c, a, b; d) a, c, b; e) b, a, c; f) c, b, a.

3.1305A Dacă $s = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$, atunci

a) $s = 0$; b) $s = 1$; c) $s = -1$; d) $s = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$; e) $s = \sin\alpha\cos\alpha$; f) $s = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

3.1306A Dacă $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$, atunci $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ este

a) 1; b) 1/3 sau -3; c) 1 sau -1; d) $-1/3$ sau 3; e) -1; f) 1/3.

3.1307A Să se calculeze $\sin x$, ştiind că $\sin x + \cos x = 0,2$ şi $\cos x < 0$.

a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $-\frac{3}{5}$; d) $-\frac{4}{5}$; e) $\frac{1}{5}$; f) $\frac{2}{5}$.

3.1308A Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Atunci

a) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$; b) $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$; c) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$; d) $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{4}{3}$; e) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{4}$; f) $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{5}{4}$.

3.1309A Relaţia $\sin(x+\alpha) - \sin(x-\alpha) = \sin\alpha$ are loc pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$. Atunci

a) $x = 0$; b) $x = \pi$; c) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$; d) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$; e) $x = (-1)^k\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$; f) $x = -\pi$.

3.1310A Se dau funcţiile

$$f : (0, \tfrac{\pi}{2}) \mapsto \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x,$$

$$g : (0, \tfrac{\pi}{2}) \mapsto \mathbb{R}, \quad g(x) = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

Să se determine $A = f((0, \frac{\pi}{2}))$, $B = g((0, \frac{\pi}{2}))$.

a) $A = [2, \infty)$, $B = (-1, 1)$; b) $A = (0, \infty)$, $B = [-1, 1]$; c) $A = (2, \infty)$, $B = [-1, 1]$; d) $A = (0, \infty)$, $B = (-1, 1)$; e) $A = [2, \infty)$, $B = [-1, 1]$; f) $A = (2, \infty)$, $B = (-1, 1)$.

3.1311A Se consideră expresia $E = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x - 2\cos^2 x}$. Să se calculeze valoarea lui E pentru $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$.

a) 2; b) 1; c) 0; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{2}{5}$; f) -1.

3.1312A Să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$ dacă $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ şi $\operatorname{tg} 2\alpha = 2$.

a) 1; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; d) $\frac{\sqrt{5}\pm1}{2}$; e) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; f) 2.

3.1313A Să se calculeze $\sin(x+y)$ ştiind că $\sin x = \frac{8}{17}$ şi $\cos y = \frac{3}{5}$, $x, y \in (0, \frac{\pi}{2})$.

a) $\frac{84}{85}$; b) 1; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{24}{85}$; e) $\frac{91}{85}$; f) 2.

3.1314A Aflaţi valoarea expresiei

$$E = \cos\left(a+\frac{\pi}{4}\right)\cos a + \sin\left(a+\frac{\pi}{4}\right)\sin a + \sin\left(a+\frac{\pi}{4}\right)\cos a - \cos\left(a+\frac{\pi}{4}\right)\sin a.$$

a) $E = 0$; b) $E = 1$; c) $E = -1$; d) $E = \sqrt{2}$; e) $E = 2\sqrt{2}$; f) $E = -\sqrt{2}$.

3.1315A Expresia $\frac{\sin(45^\circ+\alpha) - \cos(45^\circ+\alpha)}{\sin(45^\circ+\alpha) + \cos(45^\circ+\alpha)}$ este egală cu

a) $\operatorname{ctg}\alpha$; b) $\operatorname{tg}\alpha$; c) $\sin\alpha$; d) $\cos\alpha$; e) 1; f) $\frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{tg}\alpha$.

3.1316A Valorile numerice $\frac{\cos 5^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 25^\circ - \sin 5^\circ}$ sunt

a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) 1; d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

3.1317A Să se afle valoarea expresiei $E = \operatorname{tg} 15^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ + \operatorname{tg} 75^\circ$.

a) $1-\sqrt{2}$; b) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$; c) $2-\sqrt{3}$; d) 2; e) $4(1-\frac{1}{\sqrt{3}})$; f) 1.

3.1318A Fie $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ şi $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\sin\beta = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. Dacă $x = \sin(\alpha+\beta)$, atunci

a) $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; d) $x = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; e) $x = 1$; f) $x = 0$.

3.1319A Dacă într-un triunghi are loc relaţia $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$ atunci triunghiul este

a) oarecare; b) isoscel; c) dreptunghic; d) dreptunghic şi isoscel; e) echilateral; f) în nici un triunghi relaţia nu poate fi adevărată.

3.1320A Fie $a \in (0, \frac{\pi}{2})$ şi $E = \frac{\sin 3a - 2\sin a\cos^2 a}{\cos 3a - \cos a\cos 2a}$. Atunci

a) $E=\frac{\sin a-\cos a}{\sin a+\cos a}$; b) $E=-\sin 2a$; c) $E=\operatorname{ctg} 2$;
d) $E=\sin 2a$; e) $E=-\operatorname{ctg} 2a$; f) $E=\frac{\cos 2a}{\sin a}$.

3.1321A Dacă $\alpha+\beta+\gamma=0$, să se calculeze valoarea expresiei $E=\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma$.
a) 1; b) 2; c) 0; d) $\frac{1}{2}$; e) -1;
f) valoarea expresiei depinde de α,β,γ.

3.1322A Să se simplifice expresia $E=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)}$.
a) $\operatorname{ctg}\alpha$; b) $-\operatorname{ctg}\beta$; c) $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$; d) $\cos\alpha\cos\beta$; e) 1; f) $\operatorname{tg}\alpha$.

3.1323A Să se calculeze valoarea expresiei $\arcsin\frac{8}{17}+\arcsin\frac{15}{17}$.
a) π; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{\pi}{2}$; d) $\frac{\pi}{4}$; e) $\frac{\pi}{3}$; f) $\frac{\pi}{12}$.

3.1324A Fie $E=\dfrac{-\sin\alpha+4\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha+\sin^2\frac{\alpha}{2}-1}$. Dacă $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=x$, atunci
a) $E=2x$; b) $E=\frac{x^4}{1+x^2}$; c) $E=-2x$; d) $E=x^2$; e) $E=\frac{x^2}{1-x^2}$; f) $E=4x^2$.

3.1325A Suma $S=\cos\frac{\pi}{11}+\cos\frac{3\pi}{11}+\cos\frac{5\pi}{11}+\cos\frac{7\pi}{11}+\cos\frac{9\pi}{11}$ este dată de
a) $S=0$; b) $S=-1$; c) $S=1$; d) $S=\frac{1}{2}$; e) $S=-\frac{1}{2}$; f) $S=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1326A Expresia $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-\sin 2\alpha$ este egală cu
a) 0; b) $\sin\alpha$; c) 1; d) 2; e) $\sin 2\alpha$; f) $1+2\sin\alpha\cos\alpha$.

3.1327A Ştiind că $a\in(0,\frac{\pi}{4})$ şi $\sin a+\cos a=\frac{7}{5}$, să se afle $\operatorname{tg}\frac{a}{2}$.
a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$ sau $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{1}{4}$; e) $\frac{1}{5}$; f) 1.

3.1328A Să se afle valoarea numerică pentru $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}$ şi $\sin\frac{\pi}{8}$.
a) $\sqrt{2}+1$, $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$; b) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$, $\frac{\sqrt{1+\sqrt{2}}}{2}$; c) $\sqrt{2}-1$, $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$; d) $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$;
e) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$, $\sqrt{2-\sqrt{2}}$; f) $2-\sqrt{2}$, $-1+\sqrt{2}$.

3.1329A Să se afle valorile parametrului real m pentru care ecuaţia $\sin x\cdot\sin 3x=m$ nu are soluţii.
a) $m>1$; b) $m\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; c) $m\in(-\infty,-1)\cup(9/16,\infty)$; d) $m\in[-1,9/16]$; e) $m\le-1$; f) $m\in[-1,0]$.

3.1330A Se dă $\operatorname{tg}\alpha=3$. Atunci
a) $\sin 4\alpha=\frac{24}{25}$; b) $\sin 4\alpha=-\frac{24}{25}$; c) $\sin 4\alpha=\frac{13}{25}$; d) $\sin 4\alpha=-\frac{13}{25}$; e) $\sin 4\alpha=1$;
f) $\sin 4\alpha=-1$.

3.1331A Să se determine mulţimea $A=\left\{\operatorname{tg}\frac{x}{2}\,\middle|\,x\in\mathbb{R},\ \sin x+\cos x=1\right\}$.

a) $A=\{0\}$; b) $A=\{-1,0\}$; c) $A=\{-1,1\}$; d) $A=\{-1\}$; e) $A=\{0,1\}$;
f) $A=\{1\}$.

3.1332A Să se calculeze $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ dacă $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$ şi $\sin\alpha=\frac{1}{3}$.
a) $3\pm\sqrt{2}$; b) $3+2\sqrt{2}$; c) $3-2\sqrt{2}$; d) $\frac{1}{6}$; e) 1; f) $1\pm\sqrt{2}$.

3.1333A Să se rezolve ecuaţia $\operatorname{ctg}2x+\operatorname{tg}x=0$.
a) $x\in\{\frac{\pi}{2}+k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$; b) $x\in\varnothing$; c) $x=\frac{\pi}{4}$; d) $x\in\{\frac{\pi}{3}+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$;
e) $x\in\{\frac{\pi}{4}+k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$; f) $x\in\{\frac{\pi}{6}+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$.

3.1334A Să se rezolve ecuaţia $\cos x+\sqrt{3}\sin x=2$.
a) $\frac{\pi}{6}+2k\pi$; b) $\varnothing$; c) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi$; d) $\frac{\pi}{3}+2k\pi$; e) $\frac{\pi}{4}+2k\pi$; f) $\frac{\pi}{2}+k\pi$.

3.1335A Să se calculeze $\cos x$, dacă $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\sqrt{3}$.
a) $-\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; e) 1; f) -1.

3.1336A Să se calculeze produsul $P=\sin 45^\circ\cos 60^\circ\operatorname{tg}30^\circ$.
a) $\sqrt{6}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; c) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}$; d) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$; e) 1; f) $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

3.1337B Valoarea expresiei $E=\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}$ este
a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\frac{1}{2}$; e) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $\sqrt{3}$.

3.1338B Valoarea expresiei $E=\sin^4\frac{\pi}{16}+\sin^4\frac{3\pi}{16}+\sin^4\frac{5\pi}{16}+\sin^4\frac{7\pi}{16}$ este
a) $\frac{3}{2}$; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $\sqrt{3}$.

3.1339B Valoarea expresiei $E=\cos\frac{2\pi}{11}+\cos\frac{4\pi}{11}+\cos\frac{6\pi}{11}+\cos\frac{8\pi}{11}+\cos\frac{10\pi}{11}$ este
a) 0; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $-\frac{1}{2}$; e) $\sqrt{2}$; f) -1.

3.1340B Dacă $5\cos x+10\sin x-11=0$ şi $\cos x>\frac{1}{2}$, atunci
a) $\cos x=\frac{3}{5}$; b) $\cos x=\frac{2}{5}$; c) $\cos x=1$; d) $\cos x=\frac{4}{5}$; e) $\cos x=\frac{3}{4}$;
f) $\cos x=-1$.

3.1341B Dacă $E=\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x+\sin 5x$, atunci
a) $E=\dfrac{\sin 3x\sin\frac{5x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$; b) $E=\dfrac{\sin 3x\sin\frac{5x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}$; c) $E=\dfrac{\sin 3x\cos\frac{5x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$;
d) $E=\dfrac{\cos 3x\sin\frac{5x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$; e) $E=\dfrac{\sin 5x\sin\frac{3x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$; f) $E=\dfrac{\cos 3x\cos\frac{5x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$.

3.1342B Pentru $x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{N}$, valoarea expresiei $\sin\left[(2k+1)\frac{\pi}{2}+x\right]$ este
a) $\cos x$; b) $\sin x$; c) $(-1)^k\cos x$; d) $(-1)^k\sin x$; e) $(-1)^{k-1}\cos x$; f) $(-1)^{k-1}\sin x$.

3.1343B Valoarea lui $\sin\frac{\pi}{10}$ este egală cu

a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{6}$; c) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}$; d) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$; e) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$; f) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

3.1344B Care este valoarea sumei $S = \sin\frac{15\pi}{2} + \cos\frac{15\pi}{2}$

a) $S = 1$; b) $S = -1$; c) $S = 0$; d) $S = 2$; e) $S = -2$; f) $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1345B Perioada principală a funcţiei $f(x) = \sin\frac{6x}{35} + \cos\frac{8x}{7} + \operatorname{tg}\frac{10x}{21}$ este

a) 10π; b) $\frac{6\pi}{35}$; c) 35π; d) 105π; e) 15π; f) 310π.

3.1346B Calculaţi $\dfrac{\sin\frac{5\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}}{\sin\frac{5\pi}{12} - \cos\frac{5\pi}{12}}$.

a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{2}$; c) $\sqrt{\frac{3}{2}}$; d) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2}$; e) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; f) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

3.1347B Perioada principală T a funcţiei $f(x) = \sin 2x + |\sin x|$ este

a) $\frac{\pi}{2}$; b) π; c) 2π; d) $\frac{3\pi}{2}$; e) 1; f) $\frac{\pi}{4}$.

3.1348B Fie $M = \{1 - \cos\frac{n\pi}{4} \mid n \in \mathbb{Z}\}$ şi fie n numărul de elemente al mulţimii M. Atunci

a) $n = 1$; b) $n = 2$; c) $n = 3$; d) $n = 4$; e) $n = 5$; f) M are o infinitate de elemente.

3.1349B Ştiind că $\alpha \in (\pi/2, \pi), \beta \in (\pi, 3\pi/2)$ şi că $\operatorname{tg}\alpha = -2$, $\operatorname{ctg}\beta = 3$, calculaţi $\sin(\alpha+\beta)$ şi $\cos(\alpha+\beta)$.

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $\sqrt{2}, \sqrt{2}$; f) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1350B Fie $x \in (9,5; 11)$ astfel încât $\sin x = -0,7$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $\sin x > \operatorname{tg} x$; b) $\cos x = \frac{\sqrt{51}}{10}$; c) $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{51}}{7}$;

d) $\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{51}}{7}$; e) $\operatorname{tg} x = \frac{7}{\sqrt{51}}$; f) $\cos x > \operatorname{ctg} x$.

3.1351B Valoarea expresiei $E = (\operatorname{tg}^4 x - 6\operatorname{tg}^2 x + 1)\cos^4 x + 8\sin^2 x\cos^2 x$ este

a) 2; b) $\cos^2 x$; c) $\sin^2 x$; d) 0; e) $\operatorname{tg}^2 x$; f) 1.

3.1352B Să se calculeze $\sin\alpha$ dacă $\operatorname{tg}\alpha = 2$.

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; c) $\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$; d) 5; e) 1; f) $\pm\frac{\sqrt{2}}{5}$.

3.1353B Să se stabilească valoarea produsului $p = \operatorname{tg} 15°\operatorname{tg} 35°\operatorname{tg} 55°\operatorname{tg} 75°$.

a) $p = 1$; b) $p = \frac{1}{2}$; c) $p = 2$; d) $p = \frac{2}{3}$; e) $p = \frac{3}{2}$; f) $p = \frac{1}{3}$.

3.1354B Să se calculeze expresia

$$E = \frac{\operatorname{ctg} x}{\operatorname{cosec} x + 1} + \frac{\operatorname{tg} x}{\sec x + 1} + (\operatorname{cosec} x - 1)(\sec x - 1),$$

în care $\sec x = \frac{1}{\cos x}$, $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$.

a) $(1+\sin x)(1+\cos x)$; b) $\frac{1}{(1+\sin x)(1+\cos x)}$; c) 1; d) $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$; e) 2; f) 0.

3.1355B Să se calculeze $E = \dfrac{\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}{\cos\frac{5\pi}{3}} + \dfrac{\operatorname{tg}\frac{7\pi}{6}\sin\left(-\frac{7\pi}{4}\right)}{\cos\pi}$.

a) 0; b) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$; c) $-1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$; d) 1; e) $1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$; f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

3.1356B Aflaţi perioada funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(ax + b)$, $a \neq 0$.

a) 1; b) 2; c) 2π; d) $\frac{2\pi}{a}$; e) π; f) $2\pi a$.

3.1357B Suma $S = \arcsin a + \arccos a + \operatorname{arctg} a + \operatorname{arcctg} a$ este dată de

a) $S = 0$; b) $S = \frac{\pi}{2}$; c) $S = \pi$; d) $S = -\frac{\pi}{2}$; e) $S = -\pi$; f) $S = \frac{3\pi}{2}$.

3.1358B Dacă $\operatorname{tg}\alpha \in \{-1, \frac{1}{\sqrt{3}}\}$, $\alpha \in [\frac{3\pi}{2}, 3\pi]$ şi $a = \sin\alpha$, atunci

a) $a \in \{\pm\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$; b) $a \in \{\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}\}$; c) $a \in \{\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$;

d) $a \in \{\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$; e) $a \in \{-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$; f) $a \in \{-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$.

3.1359B Să se calculeze $\cos^4\frac{\pi}{8} + \cos^4\frac{3\pi}{8} + \cos^4\frac{5\pi}{8} + \cos^4\frac{7\pi}{8}$.

a) 2; b) $\frac{5}{2}$; c) $\frac{3}{2}$; d) 1; e) 3; f) $\frac{7}{3}$.

3.1360B Dacă $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{7}$, să se afle $E = \dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$.

a) $-\frac{3}{5}$; b) $-\frac{9}{5}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $-\frac{7}{5}$; e) $\frac{9}{5}$; f) $\frac{3}{5}$.

3.1361B Fie $\sin\alpha = \operatorname{ctg}\alpha$. Atunci

a) $\cos\alpha = 1$; b) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$; c) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$; d) $\cos\alpha = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$;

e) $\cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; f) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$.

3.1362B Considerăm şirurile:

$$a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}},\ \text{cu } a_1 = \sqrt{2},\quad b_n = \cos\frac{\pi}{2^n},\quad c_n = \sin\frac{\pi}{2^n}, (n > 0).$$

Care din următoarele trei relaţii:

$$b_{n+1} = \frac{1}{2}a_n; c_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{2 - a_{n-1}}; c_{n-1} = 2b_n c_n$$

este adevărată pentru orice $n \geq 1$?

a) numai prima; b) numai a doua; c) numai a treia; d) numai primele două; e) numai ultimele două; f) toate trei.

3.1363B Fie $E = \sin\frac{2001\pi}{4} + \sin\frac{2005\pi}{4} + \sin\frac{2009\pi}{4} + \cdots + \sin\frac{2021\pi}{4}$ şi

$$F = \cos\frac{2000\pi}{3} + \cos\frac{2003\pi}{3} + \cos\frac{2006\pi}{3} + \cdots + \cos\frac{2021\pi}{3}.$$

Care afirmaţie este adevărată ?

a) $E+F=\frac{1}{2}$; b) $E+F=0$; c) $E+F=-\frac{1}{2}$; d) $E-F=-\frac{1}{2}$; e) $E-F=\frac{1}{2}$; f) $E-F=1$.

3.1364B Dacă $\operatorname{tg} x=\frac{\sqrt{6}}{3}$, atunci valoarea expresiei $E=\sqrt{2}\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$ este

a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{2}$; c) 1; d) $\sqrt{6}$; e) $\frac{1}{2}$; f) -1.

3.1365B Să se calculeze $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ dacă $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=2\cos\alpha$.

a) $\frac{-6+\sqrt{3}}{11}$; b) nu se poate calcula; c) $\frac{6-\sqrt{3}}{11}$; d) $\frac{6+\sqrt{3}}{11}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{11}$; f) $-\frac{\sqrt{3}}{11}$.

3.1366B Să se determine valorile minime şi maxime ale expresiei $\dfrac{1+\sin 2x}{\cos x+\sin x}$.

a) 0 şi 2; b) $-\sqrt{2}$ şi $\sqrt{2}$; c) -1 şi 1; d) -2 şi 2; e) -1 şi 3; f) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ şi $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.1367B Numărul $m=\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{3}\right)$ are valoarea

a) $m=-1$; b) $m=0$; c) $m=1$; d) $m=\sqrt{3}$; e) $m=\frac{1}{\sqrt{3}}$; f) $m=1/2$.

3.1368B Expresia

$$E=\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)-(\sin\alpha+\sin\beta)(\sin\alpha-\sin\beta)$$

este egală cu

a) $\cos 2\alpha+\cos 2\beta$; b) 0; c) $2\pi/3$; d) $\pi/3$; e) $\cos 2(\alpha+\beta)$; f) $\cos 2(\alpha-\beta)$.

3.1369B Calculaţi $\sin 10^\circ\cos 20^\circ\cos 40^\circ$.

a) 1/6; b) 1/2; c) 1; d) 1/8; e) 2/3; f) 1/3.

3.1370B Să se aducă la forma cea mai simplă expresia

$$E=\sin^2(\tfrac{\pi}{6}+\alpha)+\sin^2(\tfrac{\pi}{6}-\alpha)+\sin(\tfrac{\pi}{6}+\alpha)\sin(\tfrac{\pi}{6}-\alpha).$$

a) 3; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{3}{4}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3.1371B Fie $\alpha,\beta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, $\cos\alpha=\frac{1}{7}$, $\cos\beta=\frac{13}{14}$. Atunci

a) $\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$; b) $\alpha-\beta=\frac{\pi}{6}$; c) $\alpha-\beta=\frac{\pi}{3}$; d) $\alpha-\beta=0$; e) $\alpha-\beta=\frac{\pi}{8}$; f) $\alpha-\beta=\frac{\pi}{12}$.

3.1372B Determinaţi în ce fel de triunghi este valabilă relaţia

$$\sin^2 B\sin 2C+\sin^2 C\sin 2B=\sin B\sin C\sin 2A.$$

a) într-un triunghi oarecare; b) numai într-un triunghi isoscel cu $\widehat{B}=\widehat{C}$; c) numai într-un triunghi dreptunghic cu $\widehat{A}=90^\circ$; d) numai într-un triunghi dreptunghic isoscel cu $\widehat{A}=90^\circ$; e) numai în triunghiul echilateral; f) relaţia nu este adevărată în nici un triunghi.

3.1373B Fie $f:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\mapsto\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$. Imaginea funcţiei f este

a) $(-1,\sqrt{3}]$; b) $(-1,2]$; c) $[-1,2]$; d) $(-\sqrt{3},1]$; e) $[-1,\sqrt{3}]$; f) $(-\sqrt{3},1)$.

3.1374B Fie $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$, $\beta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$. Ştiind că $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$, $\cos\beta=-\frac{1}{3}$, să se calculeze $\sin(2\alpha+\beta)$.

a) 1; b) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{24-14\sqrt{2}}{75}$; d) $\frac{24+14\sqrt{2}}{75}$; e) $\frac{1-\sqrt{5}}{18}$; f) 0.

3.1375B Dacă $3\sin\alpha=\sin(2\beta+\alpha)$, să se calculeze $\dfrac{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}{\operatorname{tg}\beta}$.

a) 4; b) 1; c) 2; d) 3; e) -1; f) $\frac{1}{2}$.

3.1376B Să se exprime prin $\cos\frac{\alpha}{2}$ expresia $\dfrac{2\cos 3\alpha+2\cos\alpha-1}{4\sin^2\alpha+2\cos\alpha-3}$.

a) $\cos^2\frac{\alpha}{2}+1$; b) $\cos\frac{\alpha}{2}+1$; c) $2\cos\frac{\alpha}{2}$; d) $1-4\cos^2\frac{\alpha}{2}$; e) $\frac{1}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$; f) $\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\right)$.

3.1377A Expresia $(1-\cos x\cos y)^2-\sin^2 x\sin^2 y$ este identică cu expresia

a) $(\cos x-\cos y)^2$; b) $\cos x$; c) $\cos y$; d) $\cos x-\cos y$; e) $(\sin x-\sin y)^2$; f) $\sin x-\sin y$.

3.1378B Exprimarea lui $\cos 5x$ prin $\sin x$ şi $\cos x$ este

a) $\cos 5x=\cos^5 x-\cos^4 x\sin x+\sin^5 x$;
b) $\cos 5x=\cos^3 x(\cos^2 x-10\sin^2 x+5\sin x\cos x)$;
c) $\cos 5x=\sin^5 x-5\cos^5 x$; d) $\cos 5x=\cos x(\cos^4 x-10\cos^2 x\sin^2 x+5\sin^4 x)$;
e) $\cos 5x=\sin x[\cos^4 x-10\sin^4 x]$;
f) toate afirmaţiile precedente sunt false.

3.1379C Dacă $c=\cos\alpha$, atunci $\cos 5\alpha$ este egal cu

a) $16c^5-20c^3+5c$; b) $16c^5-10c^3+5c$; c) $11c^5-10c^3$; d) $16c^5-10c^3+5c$; e) $6c^5-20c^3+5c$; f) c^5.

3.1380B Dacă $\operatorname{tg} a=\frac{m}{n}$, atunci expresia $E=m\sin 2a+n\cos 2a$ are valoarea

a) n; b) n^2; c) $\frac{n}{m}$; d) $\frac{n+1}{m}$; e) $\frac{m+1}{n}$; f) $\frac{m+1}{n+1}$.

3.1381B Să se afle valoarea sumei $\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}+\operatorname{tg}\frac{5\pi}{12}$.

a) $\frac{1}{3}$; b) $\sqrt{3}$; c) 2; d) 4; e) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; f) $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

3.1382B Fie $E=\frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}-\frac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}$. Atunci

a) $E=0$; b) $E=1$; c) $E=\operatorname{tg}\alpha$; d) $E=\sin 2\alpha$; e) $E=2$; f) $E=\cos 2\alpha$.

3.1383B Să se calculeze $E=\cos^4\frac{\pi}{12}+\cos^4\frac{5\pi}{12}+\cos^4\frac{7\pi}{12}+\cos^4\frac{11\pi}{12}$

a) $E=1$; b) $E=\sqrt{3}$; c) $E=\frac{9}{4}$; d) $E=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$; e) $E=\frac{17}{8}$; f) $E=\frac{7}{4}$.

3.1384B Să se calculeze valoarea expresiei

$$E = 16\operatorname{ctg} 16x + 8\operatorname{tg} 8x + 4\operatorname{tg} 4x + 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} x.$$

a) $E = \operatorname{tg} x$; b) $E = \operatorname{tg} 3x$; c) $E = \operatorname{ctg} x$; d) $E = \operatorname{ctg} 2x$; e) $E = 2\operatorname{ctg} x$; f) $E = 2\operatorname{tg} x$.

3.1385B Să se calculeze $\operatorname{tg}\frac{x}{2}$ dacă $3\sin x + 4\cos x = 5$.

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{1}{3}$; d) 2; e) $\frac{1}{4}$; f) $-\frac{1}{3}$.

3.1386B Să se rezolve ecuaţia $\arcsin(1-x) = \arccos(1+x)$.

a) $x = 0$; b) $x = \frac{1}{2}$; c) $x \in \{0, \frac{1}{2}\}$; d) $x \in [-1, 0)$; e) $x = -\frac{1}{2}$; f) ecuaţia nu are nici o soluţie.

3.1387B Să se determine x dacă $\operatorname{tg}(\alpha + x)\operatorname{tg}(\alpha - x) = \dfrac{1 - 2\cos 2\alpha}{1 + 2\cos 2\alpha}$ unde $\cos 2\alpha \in [-1, 1] \setminus \{-\frac{1}{2}, 0\}$.

a) $\pm\frac{\pi}{6} + k\pi$; b) $\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; c) $\frac{\pi}{3}$ şi $\frac{2\pi}{3}$; d) $\pm\frac{\pi}{2} + k\pi$; e) $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$; f) $\pm\frac{\pi}{3} + k\pi$.

3.1388B Perioada principală a funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos 3x + \cos^4 x$ este

a) 2π; b) $\frac{\pi}{2}$; c) $\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$; d) $\frac{2\pi}{3}$; e) $\frac{2\pi}{7}$; f) $\min\{\frac{\pi}{7}, \frac{\pi}{5}\}$.

3.1389C Perioada principală T a funcţiei $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ este

a) $T = 2\pi$; b) $T = \pi$; c) $T = \frac{\pi}{2}$; d) $T = \frac{\pi}{3}$; e) $T = \frac{\pi}{4}$; f) $T = \frac{\pi}{6}$.

3.1390C Pentru ce valori ale lui x nu are sens expresia

$$E = \operatorname{tg} 2x + \sec 2x - \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}\ ?$$

a) $\{(2k+1)\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
b) $\{(2k+1)\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
c) $\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2k+1)\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
d) $\{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
e) $\{(2k+1)\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2k+1)\frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
f) $\{(2k+1)\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2k+1)\frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

3.1391C Ştiind că $a \in (\frac{3}{2}\pi, 2\pi)$, $\cos a = \frac{3}{5}$ şi $b \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\sin b = \frac{5}{13}$, să se calculeze $\cos(a - b)$.

a) $\frac{12}{65}$; b) $\frac{12}{13}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{16}{65}$; e) $-\frac{4}{5}$; f) $\frac{11}{13}$.

3.1392C Să se expliciteze funcţia $f(x) = \arcsin(\sin x), x \in [0, \pi]$.

a) $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ \pi - x, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$; b) $f(x) = -\pi, x \in [0, \pi]$;
c) $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ \pi + x, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$; d) $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ x - \pi, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$;
e) $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ 2\pi - x, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$; f) $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ -x, & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$.

3.1393C Fie $\alpha = \arcsin\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$. Atunci

a) $\alpha = -\frac{3\pi}{4}$; b) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$; c) $\alpha = -\frac{\pi}{4}$; d) $\alpha = \frac{\pi}{4}$; e) $\alpha = 0$; f) $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

3.1394C Relaţia $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} 3x = 0$ este satisfăcută

a) numai pentru $x = 0$; b) numai pentru $x = \pi$; c) numai pentru $x = 2\pi$; d) pentru orice x pentu care expresiile ce intevin au sens; e) nu există x pentru care relaţia este adevărată; f) numai pentru un număr finit de valori ale lui x.

3.1395C Fie $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ şi $y \in \left(\frac{19}{4}, \frac{21}{4}\right)$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $-1 < \cos(x+y) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $0 < \sin(x+y) < \frac{1}{2}$; c) $-1 < \sin x + \sin y < \frac{1-\sqrt{3}}{2}$;
d) $0 < \cos x + \cos y < \frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $0 < \sin x - \sin y < \frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $0 < \cos x - \cos y < \frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

3.1396C Să se calculeze valoarea expresiei $E = \arccos\frac{1}{3} - \operatorname{arctg} 2\sqrt{2}$.

a) -1; b) 0; c) $-\frac{1}{2}$; d) 1; e) $\frac{1}{2}$; f) $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$.

3.1397C Fie $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ şi $\sin\alpha < \cos\alpha$. Să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$.

a) $2\sqrt{2}$; b) $\pm 2\sqrt{2}$; c) $2\sqrt{2}$; d) 5; e) 1; f) $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

3.1398C Să se determine constantele m, n, p astfel încât $\sin^4 x + \cos^4 x + m(\sin^6 x + \cos^6 x) + n(\sin^8 x + \cos^8 x) + p(\sin^{10} x + \cos^{10} x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

a) $1, 1, 1$; b) $6, -10, 4$; c) $\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$; d) $3, -5, 2$; e) $1, -1, 1$; f) $2, -3, 4$.

3.1399C Care din comentariile următoare asupra "formulei" $\cos(x + y) = \cos x + \cos y$ este adevărată ?

a) este falsă pentru orice pereche (x, y); b) este adevărată numai când cei doi membri sunt nuli; c) este adevărată pentru o infinitate de perechi (x, y) cu $x, y \in [0, 2\pi]$; d) este adevărată pentru un număr finit de perechi (x, y) cu $x, y \in [0, \pi]$; e) diferenţa celor doi membri tinde la zero când x (sau y) tinde la $+\infty$; f) nici unul din comentariile prezentate nu este adevărat.

3.1400C Care dintre următoarele identităţi este adevărată ?

a) $\cos^8 a - \sin^8 a = (1 - 2\sin^2 a\cos^2 a)(\cos^2 a + 1)$;
b) $\cos^8 a - \sin^8 a = (\cos^2 a - 1)(2\sin^2 a - 1)$; c) $\cos^8 a - \sin^8 a = \sin^8 a + \cos^6 a$;

d) $\cos^8 a - \sin^8 a = \sin^4 a + \cos^4 a$; e) $\cos^8 a - \sin^8 a = (2\sin^2 a \cos^2 a - 1)(\sin^2 a - \cos^2 a)$; f) $\cos^8 a - \sin^8 a = 1$.

3.1401B Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, astfel încât $3f(x) + f(-x) = 4 \sin x \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Atunci

a) $f(x) = \cos 2x$; b) $f(x) = \sin x \cos x$; c) $f(x) = \sin 2x$; d) $f(x) = \sin x$; e) $f(x) = \cos x$; f) $f(x) = 4 \sin x \cos x$.

3.1402C Determinaţi $\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \cdots \cdot \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ$.

a) 2; b) $\sqrt{2}$; c) 1/2; d) 3; e) 1; f) 2/3.

3.1403C Să se afle $E = \dfrac{\sin \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12}}{\sin \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12}} + \dfrac{\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12} - \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{12}}{\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12} + \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{12}}$.

a) $\sqrt{3}$; b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $2\sqrt{3}$; d) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; e) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$; f) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3.1404C Fie $f(x) = \cos x - \sin x$ şi m cea mai mică valoare a lui f pe $[\frac{\pi}{2}, \pi]$. Atunci

a) $m = -1$; b) $m = -3$; c) $m = -\sqrt{3}$; d) $m = -\sqrt{2}$; e) $m = \sqrt{2}$; f) $m = -\frac{1}{2}$.

3.1405C În ce fel de triunghi are loc relaţia $\sin^2 A + 2 \cos A \sin B \sin C = 1$?

a) într-un triunghi oarecare; b) numai într-un triunghi dreptunghic cu $\widehat{A} = 90^\circ$; c) numai într-un triunghi isoscel cu $\widehat{B} = \widehat{C}$; d) numai în triunghiul dreptunghic isoscel cu $\widehat{A} = 90^\circ$; e) numai într-un triunghi echilateral; f) în triunghiul dreptunghic cu $\widehat{A} = 90^\circ$ sau un triunghi cu $\widehat{B} - \widehat{C} = \pm 90^\circ$.

3.1406C Fie $x, y \in (0\,,\,1]$; dacă $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2^y$, atunci valoarea expresiei $E = y^2 \sin^2 2x + y \sin 2x + 1$ este

a) $E = 2\sqrt{2}$; b) $E = 1 + \sqrt{2}$; c) $E = 0$; d) $E = 3$; e) $E = 2$; f) $E = 1 + \sqrt{2}$.

3.1407C Dacă $\sin \alpha + \cos \alpha = m$ şi $m \neq \pm 1$, să se calculeze $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ în funcţie de m.

a) nu se poate calcula; b) $\frac{1+(m^2-1)^2}{(m^2-1)^2}$; c) $\frac{4-2(m^2-1)^2}{(m^2-1)^2}$; d) $\frac{2-m^2}{m^2-1}$; e) $\frac{2-3m^2}{m^2-1}$; f) $\frac{2+(m^2-1)^2}{(m^2-1)^2}$.

3.1408C Să se calculeze $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$.

a) 1; b) 2; c) -1; d) 0; e) -2; f) $-\frac{1}{2}$.

3.1409C Care din formulele următoare nu este falsă ?

a) $\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c - 1}{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c}$; b) $\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{\cos(a+b+c)}{\sin a + \sin b + \sin c}$;
c) $\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}$; d) $\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}{1 - (\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c)}$;

e) $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c = \frac{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} b + \operatorname{ctg} c}{1 - \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b + \operatorname{ctg} c}$; f) $\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{1 - \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c}{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} b + \operatorname{ctg} c}$.

3.1410C Fie $E = \sin 15^\circ + \sin 75^\circ + \cos 105^\circ + \cos 165^\circ$. Atunci

a) $E = \frac{\sqrt{6}}{2}$; b) $E = \sqrt{6}$; c) $E = 2\sqrt{6}$; d) $E = 0$; e) $E = 4\sqrt{6}$; f) $E = 2$.

3.1411C Se dau $\operatorname{tg} a = \dfrac{1}{2}$, $\operatorname{tg} b = \dfrac{1}{5}$, $\operatorname{tg} c = \dfrac{1}{8}$. Să se calculeze $\operatorname{tg}(a+b+c)$.

a) 2; b) 0; c) 1; d) 1/2; e) 1/5; f) 1/20.

3.1412C Să se aducă la forma cea mai simplă

$$E = \frac{\sin x}{\sin \frac{\pi - x}{3}} + \frac{\cos x}{\cos \frac{\pi - x}{3}}, x \in [0, \pi).$$

a) $\frac{\sin 2x}{\sin \frac{\pi - x}{3}}$; b) $\frac{2 \cos x}{\sin \frac{\pi + x}{3}}$; c) 2; d) 0; e) -2; f) 4.

3.1413C Fie $E = \sin\left(\arccos \dfrac{3}{5} + \arccos \dfrac{15}{17}\right)$. Atunci

a) $E = \frac{34}{35}$; b) $E = \frac{84}{85}$; c) $E = \frac{83}{85}$; d) $E = \frac{13}{85}$; e) $E = \frac{27}{85}$; f) $E = \frac{36}{85}$.

3.1414C În ce fel de triunghi este valabilă relaţia

$$\sin^2 2A = \sin^2 2B + \sin^2 2C + \sin 2B \sin 2C \cos 2A \ ?$$

a) numai într-un triunghi isoscel cu $\widehat{B} = \widehat{C}$; b) numai într-un triunghi dreptunghic cu $\widehat{A} = 90^\circ$; c) numai într-un triunghi dreptunghic isoscel cu $\widehat{A} = 90^\circ$; d) numai în triunghiul echilateral; e) într-un triunghi oarecare; f) relaţia nu este adevărată în nici un triunghi.

3.1415C Fie $A = \{\alpha \in \mathbb{R} \mid \sin(x + \alpha\pi) = \sin x + \sin \alpha\pi, \forall x \in \mathbb{Q}\}$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) $A = \mathbb{Z}$; b) $A = 2\mathbb{Z}$; c) $A = \{0\}$; d) $A = \mathbb{N}$; e) $A = 2\,\mathbb{N}$; f) $A = \mathbb{Q}$.

3.1416C Să se calculeze $\cos(x + 2y)$ ştiind că $x = \frac{4\pi}{3}$ şi $\operatorname{tg} y = 2 - \sqrt{3}$.

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $-\frac{1}{2}$; d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) 0; f) $\frac{1}{3}$.

3.1417C Să se determine măsurile unghiurilor unui triunghi dacă $A + C = 2B$ şi $\sin A \sin C = \sin^2 B$, $A \geq C$.

a) $A = 90^\circ, B = 60^\circ, C = 30^\circ$; b) $A = 105^\circ, B = 60^\circ, C = 15^\circ$;
c) $A = 60^\circ, B = 60^\circ, C = 60^\circ$; d) $A = 80^\circ, B = 60^\circ, C = 40^\circ$;
e) $A = 30^\circ, B = 120^\circ, C = 30^\circ$; f) $A = 60^\circ, B = 120^\circ, C = 30^\circ$.

3.1418C Calculaţi $B^2 - AC$, unde

$$A = a\cos^2\alpha + 2b\sin\alpha\cos\alpha + c\sin^2\alpha;$$

$$B = c\sin\alpha\cos\alpha + b\cos 2\alpha - a\sin\alpha\cos\alpha$$

$$C = a\sin^2\alpha - 2b\sin\alpha\cos\alpha + c\cos^2\alpha.$$

a) $abc\sin\alpha$; b) b^2-ac; c) $(a+b+c)cos2\alpha$; d) $(ab+bc+ca)\sin 2\alpha$; e) $a^3+b^3+c^3$; f) $a^2-b^2+c^2$.

3.1419C Să se determine valorile $\sin\frac{\pi}{10}$ şi $\cos\frac{\pi}{5}$ (utilizate la calculul laturilor pentagonului şi decagonului regulat)

a) $\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; b) $\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$, $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$;
c) $\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$, $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$; d) $\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{3-\sqrt{2}}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$;
e) $\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$, $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{3-\sqrt{2}}}{2}$; f) $\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{3-\sqrt{2}}}{4}$, $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{2}-1}{4}$.

3.1420C Fie $E=\frac{\cos a+\cos b}{2}-\cos\frac{a+b}{2}$. Atunci, pentru orice $a,b\in(0,\frac{\pi}{2})$, avem

a) $E\geq 0$; b) $E>0$; c) $E\leq 0$; d) $E<0$; e) $E=0$; f) $E\in[0,1]$.

3.1421C Se dă $\cos x=\frac{3}{5}$, $x\in(0,\pi/2)$. Se cer $\cos 2x$ şi $\sin 3x$.

a) $\frac{7}{25},\frac{44}{75}$; b) $-\frac{7}{25},\frac{44}{75}$; c) $\frac{7}{25},\frac{44}{125}$; d) $-\frac{7}{25},\frac{44}{125}$; e) $-\frac{7}{25},-\frac{44}{125}$; f) $\frac{7}{25},\frac{144}{125}$.

3.1422C Se dă $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ şi $x=\cos\frac{\alpha}{4}$. Atunci

a) $x=\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$; b) $x=\pm\frac{\sqrt{5}-1}{4}$; c) $x=\in\left\{\pm\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4},\pm\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right\}$;
d) $x=\pm\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$; e) $x\in\left\{\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4},-\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right\}$; f) $x\in\left\{\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4},\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right\}$.

3.1423C Să se stabilească valoarea maximă a expresiei

$$E(a)=\sin^2 2a-\sin a\sin 3a,\ a\in\mathbb{R}.$$

a) 0; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{1}{4}$; e) 1; f) 2.

3.1424C Să se rezolve sistemul $\begin{cases}2\cos 2x+2\cos 2y=1\\ 2\cos x+2\cos y=\sqrt{2}+\sqrt{3}.\end{cases}$

a) $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{4},y=2l\pi\pm\frac{\pi}{6}$ şi $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{6},y=2l\pi\pm\frac{\pi}{4}$, $k,l\in\mathbb{Z}$;
b) $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{4},y=2k\pi\pm\frac{\pi}{6}$, $k\in\mathbb{Z}$; c) $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3},y=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$;
d) $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{6},y=2l\pi\pm\frac{\pi}{6}$, $k,l\in\mathbb{Z}$; e) $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3},y=2l\pi\pm\frac{\pi}{4}$ şi $x=2k\pi\pm\frac{\pi}{4},y=2l\pi\pm\frac{\pi}{3}$, $k,l\in\mathbb{Z}$; f) problema nu are soluţie.

3.1425C Să se restrângă expresiile

$$E=1+\cos x+\cos 2x+\cdots+\cos nx,\quad F=\sin x+\sin 2x+\cdots+\sin nx.$$

a) $E=\frac{\cos\frac{(n+1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$, $F=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\sin\frac{nx}{2}}{\cos\frac{x}{2}}$; b) $E=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\cos\frac{x}{2}}$, $F=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$; c) $E=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$, $F=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\sin\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$;
d) $E=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\sin\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$, $F=\frac{\sin\frac{(n+1)x}{2}\sin\frac{nx}{2}}{\cos\frac{x}{2}}$; e) $E=\frac{\sin\frac{(n-1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\cos\frac{x}{2}}$, $F=\frac{\sin\frac{(n-1)x}{2}\sin\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$; f) $E=\frac{\sin\frac{(n-1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$, $F=\frac{\sin\frac{(n-1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$.

3.5 Ecuaţii trigonometrice

3.1426A Determinaţi soluţiile ecuaţiei $\sin x\cos x=1$ din intervalul $[0,\pi]$.

a) $\frac{\pi}{6}$; b) 0; c) $\varnothing$; d) 1; e) $\frac{\pi}{4}$; f) $\frac{1}{2}$.

3.1427A Aflaţi soluţiile ecuaţiei $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x=1$, $x\in[0,2\pi]$.

a) $\varnothing$; b) $\{\frac{\pi}{6}\}$; c) $\{\frac{7\pi}{6}\}$; d) $\{\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\}$; e) $\{\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\}$; f) $\{\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\}$.

3.1428A Câte soluţii are ecuaţia $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0$ în intervalul $[-\pi,2\pi]$?

a) 1; b) 2; c) o infinitate; d) nici una; e) 3; f) 4.

3.1429A Aflaţi valoarea lui $k\in\mathbb{Z}$ pentru care $x=\frac{k\pi}{2}$ este soluţie a ecuaţiei

$$\sin x=-1,\ x\in[\pi,5\pi].$$

a) $\{3,7\}$; b) $\{3,5\}$; c) $\{5,7\}$; d) $\varnothing$; e) $\{3\}$; f) $\{7\}$.

3.1430A În ce cadrane se află soluţiile ecuaţiei $\sin x=\frac{1}{2}$ care verifică inegalitatea $\cos x<0$?

a) 1; b) 3; c) 1, 3; d) 2; e) 4; f) ecuaţia nu are soluţii de tipul specificat.

3.1431A Dacă x este soluţia ecuaţiei $\mathrm{ctg}\,x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ şi $a=\cos x$, atunci

a) $a\in\{\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\}$; b) $a\in\{\pm1\}$; c) $a\in\{\pm\frac{1}{2}\}$; d) $a=0$; e) $a\in\varnothing$;
f) $a\in\{\pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\}$.

3.1432A Fie y o soluţie a ecuaţiei $\sin(m+y)=0$, unde m este un parametru real. Atunci

a) $y\in\{k\pi-m\mid k\in\mathbb{Z}\}$; b) $y\in\varnothing$; c) $y\in\{k\pi+m\mid k\in\mathbb{Z}\}$; d) $y=0$;
e) $y\in\{k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$; f) $y\in\{2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$.

3.1433A Condiţiile de existenţă pentru ecuaţia $\mathrm{tg}\,x=1$ sunt

a) $x\in\mathbb{R}$; b) $\cos x\neq 0$; c) $\sin x\neq 0$; d) $\mathrm{ctg}\,x\neq 1$; e) $x\notin[0,\frac{\pi}{2}]$; f) $x=\frac{\pi}{2}$.

3.1434A Dacă $\dfrac{3}{1-\cos x}=1$, atunci

a) $x\neq 0$; b) $x\in\varnothing$; c) $x\neq\frac{\pi}{2}$; d) $x\neq\frac{3\pi}{2}$; e) $x\neq 2\pi$; f) $x\neq\pi$.

3.1435A Soluţiile ecuaţiei $|\cos x|=1$ sunt

a) $x\in\{0\}$; b) $x\in\{0,\pi\}$; c) $x\in\varnothing$; d) $x\in\{(2k+1)\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$;
e) $x\in\{k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$; f) $x\in\{2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$.

3.1436A Câte soluţii raţionale are ecuaţia $\arccos x=\frac{\pi}{3}$?

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) o infinitate.

3.1437A Dacă $\arcsin x=\arccos x$, atunci

a) $x=0$; b) $x=\frac{\pi}{4}$; c) $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $x=1$; e) nu există x cu această proprietate;
f) $x=\frac{\pi}{3}$.

3.1438A Câte numere $x\in\{0,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4},\frac{7\pi}{4},\pi\}$ satisfac ecuaţia $|\cos 2x|=1$?

a) 2; b) 3; c) 1; d) 0; e) 4; f) 6.

3.1439A Dacă $\sin x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $x\in[0,\pi]$, atunci

a) $x=\frac{\pi}{4}$; b) $x=\frac{\pi}{6}$; c) $x=0$; d) $x=\frac{7\pi}{12}$; e) $x\in\varnothing$; f) $x=\frac{\pi}{2}$.

3.1440A Soluţiile ecuaţiei $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$ sunt

a) 0; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{5\pi}{6}$; e) $\frac{2\pi}{3}$; f) $\frac{7\pi}{6}$.

3.1441A Numărul de soluţii ale ecuaţiei $\sin^2 x+(\cos x-1)^2=0$ din intervalul $[0,8\pi]$ este

a) 0; b) 8; c) 9; d) 2; e) 5; f) 1.

3.1442A Soluţiile ecuaţiei $\sin x+\sin 2x=0$ din intervalul deschis $(0,2\pi)$ sunt

a) π, $\pm\frac{\pi}{3}$; b) π, $\pi\pm\frac{\pi}{6}$; c) π, $\pi\pm\frac{\pi}{4}$; d) π, $\pi\pm\frac{\pi}{3}$; e) π, $\pi\pm\frac{\pi}{6}$; f) $\pm\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2}$.

3.1443A O soluţie a ecuaţiei trigonometrice $\cos x\cos 2x\cos 4x+1=0$ este

a) $x=\frac{\pi}{4}$; b) $x=\frac{\pi}{2}$; c) $x=\pi$; d) $x=1$; e) $x=0$; f) $x=\frac{\pi}{6}$.

3.1444A Soluţia ecuaţiei $2\sin x-\sqrt{3}=0$, $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ este

a) $x=\frac{\pi}{6}$; b) $x=0$; c) $x=\frac{2\pi}{3}$; d) $x=\frac{\pi}{3}$; e) $x=\frac{\pi}{4}$; f) $x=\frac{\pi}{2}$.

3.1445A Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{3}\sin x+\cos x=1$.

a) $x\in\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi-\frac{\pi}{6}|k\in\mathbb{Z}\right\}$; b) $x\in\{2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$; c) $x\in\left\{2k\pi-\frac{\pi}{3}|k\in\mathbb{Z}\right\}$;
d) $x=2\pi$; e) $x=0$; f) $x=\frac{2\pi}{3}$.

3.1446A Dacă $\sin x+\cos x=\sqrt{2}, x\in(0,\pi/2)$, să se determine $\operatorname{tg}x$.

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; c) $\sqrt{3}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; e) 1; f) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1447A Fie n numărul de rădăcini ale ecuaţiei $\cos 2x\,(2\sin x-1)=0$ în intervalul $[0,2\pi]$. Atunci

a) $n=1$; b) $n=3$; c) $n=6$; d) $n=4$; e) $n=5$; f) $n=7$.

3.1448A Să se calculeze suma S a soluţiilor din intervalul $[-2\pi,2\pi]$ ale ecuaţiei $\cos 2x-2\sin x+3=0$.

a) $S=-\pi$; b) $S=0$; c) $S=\pi$; d) $S=\frac{3\pi}{2}$; e) $S=-\frac{3\pi}{2}$; f) $S=-\frac{\pi}{2}$.

3.1449A Să se găsească soluţiile din $[0,2\pi]$ ale ecuaţiei $\sin^7 x+\cos^7 x=1$.

a) $\left\{\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{12}\right\}$; b) $\left\{\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right\}$; c) $\left\{\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right\}$; d) $\left\{\frac{5\pi}{2}\right\}$; e) $\{0,\frac{\pi}{2},2\pi\}$; f) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$.

3.1450A Să se rezolve ecuaţia $\cos(2x-\frac{\pi}{3})=1$.

a) $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$; b) $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$; c) $x=\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$;
d) $x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$; e) $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$; f) $x=(2k+1)\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

3.1451A Să se calculeze $\dfrac{(1+\mathrm{i})^n-(1-\mathrm{i})^n}{(1+\mathrm{i})^n+(1-\mathrm{i})^n}$.

a) $\mathrm{i}\operatorname{tg}\frac{n\pi}{4}$, $n\in\mathbb{Z}\setminus\{4k+2|k\in\mathbb{Z}\}$; b) $\mathrm{i}^n, n\in\mathbb{Z}$; c) $\mathrm{i}\operatorname{tg}\frac{k\pi}{4}$, $\forall k\in\mathbb{Z}$;
d) $\operatorname{tg}\frac{n\pi}{4}$, $n\in\mathbb{Z}\setminus\{4k+2|k\in\mathbb{Z}\}$; e) $2(\sqrt{2})^n$; f) $\mathrm{i}\operatorname{tg}n\pi$.

3.1452A Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $4\sin x-\cos 2x+3=0$ este

a) $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$; b) $\left\{\pm\frac{\pi}{2}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$; c) $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$;
d) $\left\{-\frac{\pi}{2}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$; e) $\varnothing$; f) $\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

3.1453A Să se rezolve ecuaţia $\sin x=\sqrt{3}\cos x$, $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$.

a) $\frac{\pi}{7}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{5}$; d) $\frac{\pi}{6}$; e) $\frac{\pi}{2}$; f) $\frac{\pi}{3}$.

3.1454A Să se rezolve ecuaţia $\operatorname{ctg}^2x-\operatorname{tg}^2x=\frac{3}{2}$.

a) $\pm\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}+2n\pi, n\in\mathbb{Z}$; b) $\frac{\pi}{3}$; c) $\operatorname{arctg}3$; d) $-\operatorname{arctg}2+n\pi, n\in\mathbb{Z}$;
e) $\pm\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}+n\pi, n\in\mathbb{Z}$; f) $\operatorname{arctg}3+2n\pi, n\in\mathbb{Z}$.

3.1455A Să se rezolve ecuaţia $\sin 2x-4\cos x=0$.

a) $x=3,14$; b) $x=\frac{\pi}{3}$; c) $x=\frac{\pi}{4}$; d) $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$; e) $x=\frac{\pi}{4}$;
f) $x=(2k+1)\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

3.1456B Soluţiile ecuaţiei $8\cos x-1=4\sin^2 x$ sunt

a) $\{k\pi+\frac{\pi}{3}\mid k\in\mathbb{Z}\}$; b) $\{k\pi-\frac{\pi}{3}\mid k\in\mathbb{Z}\}$; c) $\{2k\pi+\frac{\pi}{3}\mid k\in\mathbb{Z}\}$;
d) $\{2k\pi+(-1)^k\frac{\pi}{3}\mid k\in\mathbb{Z}\}$; e) $\{2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\mid k\in\mathbb{Z}\}$; f) $\{k\pi+(-1)^k\frac{\pi}{6}\mid k\in\mathbb{Z}\}$.

3.1457B Determinaţi soluţiile ecuaţiei $\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos 2x$, $x\in(0,\pi)$.

a) $\frac{\pi}{4}$; b) $\frac{7\pi}{12}$; c) $\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12}$; d) $-\frac{\pi}{12}$; e) $\frac{23\pi}{12}$; f) $\frac{\pi}{3}$.

3.1458B Să se rezolve în $[0, 2\pi]$ inecuaţia $\sin 2x + \cos x \leq 0$.

a) $x \in (\frac{1}{2}\pi, \frac{7}{6}\pi] \cup (\frac{11}{6}\pi, 2\pi]$; b) $x \in [\frac{1}{2}\pi, \pi] \cup [\frac{11}{6}\pi, 2\pi]$; c) $x \in [\frac{1}{2}\pi, \frac{7}{6}\pi] \cup [\frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi]$; d) $x \in [\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi]$; e) $x \in [\pi, \frac{3}{2}\pi] \cup [\frac{11}{6}\pi, 2\pi]$; f) $x \in [\frac{1}{2}\pi, \frac{7}{6}\pi] \cup [\frac{11}{6}\pi, 2\pi]$.

3.1459B Numărul soluţiilor ecuaţiei $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ este

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 0; f) 5.

3.1460B Să se calculeze suma S a soluţiilor din intervalul $[0, 4\pi]$ ale ecuaţiei $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$.

a) $S = 6\pi$; b) $S = 9\pi$; c) $= 8\pi$; d) $S = 4\pi$; e) $S = 2\pi$; f) $S = 7\pi$.

3.1461B Să se determine $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ astfel încât $1 + \cos 4x = (\sin x - \cos x)^2$.

a) $\frac{\pi}{12}$; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{\pi}{4}$; d) $\frac{\pi}{3}$; e) $\frac{5\pi}{12}$; f) $\frac{3\pi}{4}$.

3.1462B Să se determine soluţia comună a ecuaţiilor $\sin x + \cos x = 0$ şi $\sin^2 x - \sin 2x - 3\cos^2 x = 0$ situată în intervalul $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$.

a) $\frac{2\pi}{3}$; b) $\frac{3\pi}{4}$; c) $\frac{4\pi}{5}$; d) $\frac{17\pi}{30}$; e) $\frac{5\pi}{6}$; f) $\frac{7\pi}{4}$.

3.1463B Să se rezolve ecuaţia $2\cos 2x = 8\cos x - 5$.

a) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$; b) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; c) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$; d) $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; e) $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; f) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$.

3.1464B Să se rezolve ecuaţia $x^5 - \left(\dfrac{i-1}{1+i\sqrt{3}}\right)^4 = 0$.

a) $\frac{1}{2\sqrt[5]{4}}(1 + i\sqrt{3})$; b) $\frac{1}{\sqrt[5]{4}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{5}\right)\right]$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$;
c) $\frac{1}{2\sqrt[5]{4}}(\sqrt{3} + 1)$; d) $\frac{1}{\sqrt[5]{4}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{5}\right)\right]$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$;
e) $\varnothing$; f) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{5} + k\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{5} + k\pi\right)\right]$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

3.1465B Fie $A(m) = \{x \in \mathbb{R} \mid 3m\sin 2x + (m+1)\cos 2x - 1 = 0\}$ şi $B = \{m \in \mathbb{R} | A(m) \neq \varnothing\}$. Atunci

a) $B = (-\infty, 0] \cup [\frac{1}{5}, +\infty)$; b) $B = (-\infty, -\frac{1}{5}] \cup [0, \infty)$;
c) $B = [0, \frac{1}{5}]$; d) $B = [-\frac{1}{5}, 0]$; e) $B = \mathbb{R}$; f) $B = \varnothing$.

3.1466B Să se rezolve ecuaţia $2^{\sin x + \sin 2x} = 1$.

a) $\{k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}} \cup \{\pm\frac{2\pi}{3} + 2m\pi\}_{m\in\mathbb{Z}}$; b) $\{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\}$; c) $\{-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$; d) $\{\frac{\pi}{4} + k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$;
e) $\{-\frac{\pi}{4} + k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$; f) $\{-1, 1\}$.

3.1467C Soluţiile inecuaţiei $\sin x + \cos x \geq 1$ din intervalul $[-\pi, \pi]$ sunt

a) $[0, \frac{\pi}{4}]$; b) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$; c) $[0, \frac{\pi}{2}]$; d) $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$; e) $[0, \frac{\pi}{6}]$; f) $[0, \frac{\pi}{3}]$.

3.1468B Soluţia ecuaţiei $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$ este

a) $x = 0$; b) $x = \sqrt{3}$; c) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; d) $x = -1$; e) $x = 1$; f) $x = \frac{1}{4}$

3.1469C Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2\sin^2 x = \sin 2x$ este

a) $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$; b) $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$; c) $\{(2k+1)\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
d) $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{k\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$; e) $\{0, \frac{\pi}{4}\}$; f) $\{\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\}$.

3.1470C Rezolvaţi ecuaţia $\cos 2x + (2m-1)\sin x + m - 1 = 0$ pentru $m > 1$.

a) $x \in \{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; b) $x \in \{k\pi + (-1)^k \arcsin m | k \in \mathbb{Z}\}$;
c) $x \in \{-\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; d) $x \in \{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; e) $\frac{\pi}{6}$; f) $\frac{5\pi}{6}$.

3.1471C Pentru câte valori ale lui $m \in \mathbb{Q}$, ecuaţia $1 + \sin^2 mx = \cos x$ are o singură soluţie ?

a) două; b) una; c) nici una; d) patru; e) o infinitate; f) şase.

3.1472C Fie ecuaţiile $6\sin^2 x + 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 2$ şi $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 2$. Câte soluţii comune au aceste ecuaţii ?

a) nici una; b) o infinitate; c) două; d) toate; e) trei; f) patru.

3.1473C Pentru $m \in \mathbb{R}$ fie ecuaţia $2\sqrt{3}\sin x\cos x + 2\cos^2 x - m - 1 = 0$. Fie $A = \{m \in \mathbb{R} \mid$ ecuaţia are soluţii$\}$ şi S suma soluţiilor ecuaţiei din intervalul $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ pentru $m = -1$. Să se determine A şi S.

a) $A = [-2, 2]$, $S = \frac{\pi}{3}$; b) $A = [-2, 2]$, $S = \frac{\pi}{6}$; c) $A = (-2, 2)$, $S = \frac{\pi}{4}$;
d) $A = (-2, 2)$, $S = -\frac{\pi}{3}$; e) $A = [-2, 2]$, $S = -\frac{\pi}{6}$; f) $A = (-2, 2)$, $S = -\frac{\pi}{4}$.

3.1474C Să se calculeze suma

$$S_n = 2 + \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\cos^3\alpha} + \cdots + \frac{\cos n\alpha}{\cos^n\alpha}, \quad \alpha \in (0, \tfrac{\pi}{2}).$$

a) $(2\cos\frac{\alpha}{2})^n$; b) 3; c) $\frac{\sin(n+1)\alpha}{\sin\alpha\cos^n\alpha}$; d) $2\cos(n+2)\alpha\sin\alpha\cos^n\alpha$; e) 4; f) $\frac{\cos(n+1)\alpha}{\sin\alpha\cos^n\alpha}$.

3.1475C Să se determine x dacă $\sin\left(\dfrac{\arccos x}{3}\right) = 1$.

a) ecuaţia nu are soluţie; b) -1; c) 0; d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\cos 3$.

3.1476C Fie $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos(3\arccos x) = \cos(2\arccos x) + 1\}$. Atunci

a) $A = \{0, 1, -1\}$; b) $A = \left\{0, \frac{1-\sqrt{13}}{4}, \frac{1+\sqrt{13}}{4}\right\}$; c) $A = \left\{0, \frac{1+\sqrt{13}}{4}\right\}$;
d) $A = \left\{0, \frac{1-\sqrt{13}}{4}\right\}$; e) $A = [-1, 1]$; f) $A = \mathbb{R}$.

3.1477C Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\dfrac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x - \operatorname{ctg}^2 x} = \operatorname{tg}^6 x$ este

a) $\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; b) $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$; c) $\varnothing$; d) $\mathbb{R}$; e) $\mathbb{R} \setminus \{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$;
f) $\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$.

3.1478C Fie funcţiile $\operatorname{sgn} u = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases}$ şi $f(x) = \operatorname{sign}\left(\cos \frac{\pi}{2x}\right)$, $x \in (0, 1]$. Să se rezolve ecuaţia $f(x) + f(y) = 2$, unde $x, y > \frac{1}{7}$.

a) $(x, y) \in \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right)^2$; b) $(x, y) \in \left(0, \frac{1}{5}\right)^2$; c) $(x, y) \in \left\{\left(\frac{1}{2}, 1\right)\right\}$; d) $x = y = \frac{1}{2}$; e) $(x, y) \in (0{,}8; 0{,}9)^2$; f) $x = y = 0{,}7$.

3.6 Aplicaţii ale trigonometriei în algebră

3.1479A Argumentul redus al numărului complex $\mathrm{i}^8 + 1$ este

a) 1; b) 0; c) 2π; d) π; e) $\frac{\pi}{4}$; f) 2.

3.1480A Dacă $z = x + \mathrm{i}y$ şi $\arg z \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$, atunci

a) $x > 0$; b) $x < 0$; c) $y \geq 0$; d) $y < 0$; e) $x \leq 0$; f) $z = 0$.

3.1481A Dacă $E = \cos \frac{\pi}{6} + \mathrm{i} \sin \frac{\pi}{6}$, atunci valoarea $a = E^{12}$ este

a) $a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; b) $a = \mathrm{i}$; c) $a = 0$; d) $a > 0$; e) $a \in \varnothing$; f) $a = -1$.

3.1482A Dacă $|z| = 5$ şi $\alpha = \arg z$, atunci

a) $\alpha \in \mathbb{R}$; b) $\alpha = 5$; c) $\alpha = 0$; d) $\alpha \neq 0$; e) $\alpha = \frac{3\pi}{2}$; f) $\alpha = 5\pi$.

3.1483A Argumentul redus al numărului complex $z = (1 - \mathrm{i})^2$ este

a) 0; b) $\frac{\pi}{2}$; c) π; d) $\frac{3\pi}{2}$; e) $\frac{\pi}{4}$; f) $\frac{3\pi}{4}$.

3.1484A Dacă $|z| = 2$ şi $\arg z = \dfrac{3\pi}{4}$, atunci

a) $z = 2$; b) $z = -2 + 2\mathrm{i}$; c) $z = \sqrt{2}(1 + \mathrm{i})$; d) $z = \sqrt{2}(\mathrm{i} - 1)$; e) $z = 2 - 2\mathrm{i}$; f) $\sqrt{2}(1 - \mathrm{i})$.

3.1485A Fie $z = x + \mathrm{i}y \neq 0$ astfel încât $\arg z = \dfrac{\pi}{6}$. Atunci $\dfrac{y}{x}$ are valoarea

a) $\sqrt{3}$; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; c) 1; d) 0; e) $-\sqrt{3}$; f) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3.1486A Dacă $z^2 - 2z \cos \alpha + 1 = 0$, $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ şi $\operatorname{Im} z > 0$, atunci $\arg z$ este

a) $-\alpha$; b) $\alpha + \frac{\pi}{2}$; c) $\frac{\pi}{2} - \alpha$; d) 0; e) $\left|\frac{\pi}{4} - \alpha\right|$; f) α.

3.1487A Pentru $z = \cos \alpha + \mathrm{i} \sin \alpha$, unde $\alpha = -\dfrac{\pi}{6}$, $\arg z$ este

a) $\frac{11\pi}{6}$; b) $-\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{\pi}{6}$; d) $\pi - \frac{\pi}{6}$; e) $\pi + \frac{\pi}{6}$; f) $\frac{\pi}{2}$.

3.1488A Dacă $w \in \{z^{800} \mid z \in \mathbb{C}, |z| + 2 = 0\}$, atunci

a) $w = -1$; b) $w = 1$; c) $w \in \varnothing$; d) $w = 0$; e) $w = 2^{800}$; f) $w = -2^{800}$.

3.1489A Mulţimea punctelor din plan cu afixul $z \in \mathbb{C}^*$ şi $|\arg z| = \frac{\pi}{4}$ este

a) o dreaptă; b) reuniunea a două semidrepte deschise; c) reuniunea a două drepte concurente; d) o semidreaptă închisă; e) o semidreaptă deschisă; f) $\varnothing$.

3.1490A Dacă $|z| = 1$ şi $\arg z \in \{3, 7\}$, atunci

a) $z = \cos 3 + \mathrm{i} \sin 3$; b) $z = \cos 7 + \mathrm{i} \sin 7$; c) $z \in \{\cos a + \mathrm{i} \sin a \mid a \in \{3, 7\}\}$; d) $z \in \{3, 7\}$; e) $z \in \{\cos 3, \cos 7\}$; f) nu există asemenea numere complexe z.

3.1491A Punctele de afix z, unde $|z| = 2002$, $\arg z = 0$ formează

a) o dreaptă; b) o semidreaptă; c) $\varnothing$; d) o pereche de semidrepte; e) o pereche de drepte; f) nici unul dintre celelalte răspunsuri nu este corect.

3.1492A Dacă $\arg \bar{z} = \frac{\pi}{3}$, atunci argumentul redus $\arg z$ este

a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\pi - \frac{\pi}{3}$; c) $\pi + \frac{\pi}{3}$; d) $\frac{5\pi}{3}$; e) π; f) $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$.

3.1493A Pentru $z_n = \cos \frac{n\pi}{3} + \mathrm{i} \sin \frac{n\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$, numărul $z_3 + z_6$ este

a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) $\sqrt{3}$; f) -1.

3.1494A Numărul de elemente ale mulţimii

$$A = \{z = x + \mathrm{i}y \in \mathbb{C} \mid z^{100} - 1 = 0, x \geq 0, y \geq 0\}$$ este

a) 25; b) 26; c) 50; d) 100; e) 0; f) 24.

3.1495A Dacă $z = \cos \frac{\pi}{15} + \mathrm{i} \sin \frac{\pi}{15}$, atunci z^{10} este egal cu

a) $\frac{1 - \mathrm{i}\sqrt{3}}{2}$; b) $\frac{-1 + \mathrm{i}\sqrt{3}}{2}$; c) $\frac{1 + \mathrm{i}\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{-1 - \mathrm{i}\sqrt{3}}{2}$; e) -1; f) 1.

3.1496A Forma trigonometrică a numărului complex $z = 1 + \cos a + \mathrm{i} \sin a$, unde $a \in (0, \pi)$, este

a) $2 \cos \frac{a}{2}(\cos a + \mathrm{i} \sin a)$; b) $2 \sin \frac{a}{2}(\cos \frac{a}{2} + \mathrm{i} \sin \frac{a}{2})$; c) $2 \cos a$; d) $2 \cos \frac{a}{2}(\cos \frac{a}{2} + \mathrm{i} \sin \frac{a}{2})$; e) $-2 \cos \frac{a}{2}(\cos \frac{a}{2} + \mathrm{i} \sin \frac{a}{2})$; f) $\cos \frac{a}{2}(\cos \frac{a}{2} + \mathrm{i} \sin \frac{a}{2})$.

3.1497A Fie $E = \frac{\sqrt{3} + \mathrm{i}}{(\sqrt{3} - \mathrm{i})^5}$. Atunci

a) $E = \frac{1}{2}$; b) $E = \mathrm{i}$; c) $E = -\frac{1}{16}$; d) $E = \frac{\mathrm{i}}{16}$; e) $E = -\frac{1}{2}$; f) $E = -\frac{\sqrt{3}}{16}$.

3.1498A Să se calculeze $z = \left(\dfrac{1 + \mathrm{i}\sqrt{3}}{1 - \mathrm{i}}\right)^{2001}$.

a) $z = 2^{1000}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; b) $z = 2^{1000}(1 - \mathrm{i})$; c) $z = -(\sqrt{2})^{2001}(1 + \mathrm{i})$; d) $z = -2^{1000}(1 - \mathrm{i})$; e) $z = 2^{1000}(1 + \mathrm{i})$; f) $z = -2^{1000}(1 + \mathrm{i})$.

3.1499A Să se rezolve ecuaţia $z^4 = \mathrm{i}$.

a) $z = \pm(1+\mathrm{i})$; b) $z = \cos\frac{\pi+4k\pi}{8} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi+4k\pi}{8}, k \in \{0,1,2,3\}$; c) ecuaţia nu are soluţii; d) $z = \frac{\sqrt{2}}{2}(1\pm\mathrm{i})$; e) $z = \cos\frac{\pi+4k\pi}{4} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi+4k\pi}{4}$, $k \in \{0,1,2,3\}$; f) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mathrm{i})$.

3.1500A Expresia $\dfrac{\cos a + \mathrm{i}\sin a}{\sin a + \mathrm{i}\cos a} + \dfrac{\cos a - \mathrm{i}\sin a}{\sin a - \mathrm{i}\cos a}$ poate fi scrisă sub forma

a) $\sin\frac{a}{2}$; b) 2; c) $2\sin 2a$; d) $2\cos 2a$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\cos\frac{a}{2}$.

3.1501A Fie $\omega \neq 1$ o rădăcină de ordinul n a unităţii şi $S = 1+\omega+\omega^2+\cdots+\omega^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Atunci

a) $S = 1$; b) $S = n$; c) $S = -1$; d) $S = 0$; e) $S = \frac{1}{1-\omega}$; f) $s \in \mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$.

3.1502A Fie $z = \frac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$. Să se calculeze $|z|$ şi $\arg z$ $(0 \leq \arg z < 2\pi)$.

a) 1 şi $\frac{\pi}{2}$; b) $\sqrt{2}$ şi $\frac{\pi}{3}$; c) 4 şi $\frac{3\pi}{4}$; d) 1 şi $\frac{\pi}{4}$; e) 3 şi $\frac{2\pi}{5}$; f) $\sqrt{3}$ şi $\frac{\pi}{3}$.

3.1503B Ecuaţia $(z+1)^n - (z-1)^n = 0$ admite soluţiile

a) $z_k = \mathrm{i}\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n}$; b) $z_k = \operatorname{tg}\frac{k\pi}{n}$; c) $z_k = \operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n}$; d) $z_k = -\mathrm{i}\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n}$; e) $z_k = \mathrm{i}\operatorname{tg}\frac{k\pi}{n}$; f) $z_k = \mathrm{i}^k$, $k \in \{0,1,\ldots,n-1\}$.

3.1504B Numerele $z \in \mathbb{C}$ ce satisfac $|z|^3 - 3|z|^2 + 2|z| \leq 0$, $\operatorname{Re} z = 0$ reprezintă

a) două segmente; b) un segment; c) reuniunea dintre două segmente şi un punct; d) reuniunea dintre un segment şi un punct; e) reuniunea dintre două segmente şi o dreaptă; f) o dreaptă.

3.1505B Să se calculeze $\dfrac{(1+\mathrm{i})^8}{(\sqrt{3}+\mathrm{i})^3}$.

a) $-2\mathrm{i}$; b) $2\mathrm{i}$; c) 2; d) -2; e) i; f) $-\mathrm{i}$.

3.1506B Fie z_1, z_2, z_3 cele trei valori ale radicalului $\sqrt[3]{\dfrac{-1+\mathrm{i}\sqrt{3}}{-1+\mathrm{i}}}$. Să se afle valoarea sumei $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$.

a) $2\mathrm{i}$; b) 1; c) $2(1-\mathrm{i})$; d) $2(1+\mathrm{i})$; e) $-2\mathrm{i}$; f) 0.

3.1507B Fie z_1, z_2 soluţiile ecuaţiei $z^6 = 1$ cu parte reală pozitivă şi $a = |z_1 - z_2|$, $b = z_1 z_2$. Atunci

a) $a = 1$, $b = 2$; b) $a = 1$, $b = 1$; c) $a = 2$ $b = \mathrm{i}$; d) $a = \frac{\pi}{2}$ $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $a = \sqrt{2}$ $b = \frac{1}{2}$; f) $a = 1$ $b = 3$.

3.1508B Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ şi ecuaţia $\bar{z} = z^n$. Fie m numărul soluţiilor ecuaţiei şi fie $S = z_1^m + z_2^m + \cdots + z_m^m$. Să se calculeze S.

a) $S = n-1$; b) $S = n$; c) $S = 1$; d) $S = 0$; e) $S = n+2$; f) $S = -1$.

3.1509B Dacă x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$, să se determine pentru câte valori $n \in \mathbb{N}$, $n \leq 10$, avem egalitatea $(x_1+1)^n + (x_2+1)^n = -1$.

a) 0; b) 2; c) 4; d) 10; e) 8; f) nu există astfel de valori.

3.1510B Să se determine $z \in \mathbb{C}$ dacă $\bar{z} = z^5$.

a) $z = \cos\frac{k\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{k\pi}{3}, k \in \{0,1,2,3,4,5\}$; b) $z_1 = 0$ şi $z = \cos\frac{k\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{k\pi}{3}$, $k \in \{0,1,2,3,4,5\}$; c) $z = 0$; d) $z \in \{0,1,-1\}$; e) $z = \frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $z = \pm\frac{1}{2} \pm \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1511B Mulţimea punctelor din plan ale căror afixe satisfac relaţia $|z + |z|| = |z - |z||$ este

a) cercul $x^2 + y^2 = 1$; b) dreapta $y = x$; c) dreapta $y = 0$; d) parabola $y^2 = x$; e) dreapta $x = 0$; f) parabola $x^2 = y$.

3.1512B Fie $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ şi $z_1 = 1 - \cos\theta - \mathrm{i}\sin\theta$, $z_2 = 1 + \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$. Care dintre următoarele relaţii este cea adevărată ?

a) $\dfrac{z_1}{z_2} = -\mathrm{i}\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}$; b) $|z_1| = \sin\frac{\theta}{2}$; c) $\arg z_1 = \frac{\pi-\theta}{2}$; d) $\arg z_2 = \pi$; e) $|z_2| = 2\cos\frac{\theta}{2}$; f) $z_1 + z_2 = 0$.

3.1513B Fie z un număr complex. Atunci

a) $|1+\mathrm{i}z| = |1-\mathrm{i}z| \Rightarrow z \in \mathbb{R}$; b) $|\mathrm{i}+z| = |\mathrm{i}-z| \Rightarrow z$ imaginar; c) $|1-z| = 1 \Rightarrow z = 0$; d) $z + \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 1$; e) $z + \bar{z} = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$; f) $z\bar{z} = 0 \Rightarrow z \neq 0$.

3.1514C Suma $S = \cos x + C_n^1\cos 2x + C_n^2\cos 3x + \cdots + C_n^n\cos(n+1)x$ este dată de

a) $S = 2^n\cos^n\frac{x}{2}\cos\frac{n+2}{2}x$; b) $S = 2^n\sin^n\frac{x}{2}\cos\frac{n+2}{2}x$; c) $S = 2^n\sin^n\frac{x}{2}\cos\frac{n+2}{2}x$; d) $S = 2^n\cos^n\frac{x}{2}\cos\frac{nx}{2}$; e) $S = 2^n\cos^n\frac{x}{2}\sin\frac{nx}{2}$; f) afirmaţiile precedente sunt false.

3.1515C Mulţimea punctelor din plan al căror afix z satisface relaţia $\arg\left(\dfrac{z-1}{z+1}\right) = \pi$ $(0 \leq \arg z < 2\pi)$ este

a) o dreaptă; b) un cerc; c) un triunghi; d) un arc de cerc; e) un segment; f) un punct.

3.1516C Fie $z_k = \cos\alpha_k + \mathrm{i}\sin\alpha_k$, $k = 1,2,3$, unde $\alpha_1 = \dfrac{\pi}{2}, \alpha_2 = \dfrac{2\pi}{3}, \alpha_3 = \dfrac{\pi}{3}$. Să se afle valoarea expresiei

$$E = \frac{(z_1+z_2)(z_2+z_3)(z_3+z_1)}{z_1 z_2 z_3}.$$

a) $3+2\sqrt{3}$; b) $2+\sqrt{3}$; c) $3+\sqrt{3}$; d) $4(1+\sqrt{2})$; e) $4(\sqrt{3}+\sqrt{2})$; f) $8(1+\sqrt{3})$.

3.1517C Fie $A(z_1), B(z_2), C(z_3)$ triunghiul în care z_1, z_2, z_3 sunt rădăcinile ecuaţiei $z^3 = 1$. Fie r raza cercului înscris în acest triunghi. Atunci

a) $r = 1$; b) $r = \sqrt{3}$; c) $r = \frac{1}{2}$; d) $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $r = \frac{3}{4}$; f) $r = \frac{1}{12}$.

3.1518C Fie $n \geq 3$ un număr natural impar şi fie polinoamele

$$f = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1, \qquad g = x^{n-1} - x^{n-2} + x^{n-3} + \cdots + x^2 - x + 1.$$

Care afirmaţie este adevărată ?

a) $fg = \prod_{k=1}^{n-1} \left(x^2 + 2x\cos\frac{k\pi}{n} + 1\right)$; b) $fg = \prod_{k=1}^{n-1} \left(x^2 - 2x\sin\frac{k\pi}{n} + 1\right)$;

c) $fg = \prod_{k=1}^{n-1} \left(x^2 - 2x\cos\frac{k\pi}{n} + 1\right)$; d) $fg = \prod_{k=1}^{n-1} \left(x^2 - x\cos\frac{k\pi}{n} + 1\right)$;

e) $fg = \prod_{k=1}^{n-1} \left(x^2 + 2x\sin\frac{k\pi}{n} + 1\right)$; f) $fg = \prod_{k=1}^{n-1} \left(x^2 - x\sin\frac{k\pi}{n} + 1\right)$;

3.1519C Să se determine $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $z^2 = -|z|$.

a) $\{0\}$; b) $\{0, -\mathrm{i}\}$; c) $\{0, \mathrm{i}\}$; d) $\{-\mathrm{i}, \mathrm{i}\}$; e) $\{0, -\mathrm{i}, \mathrm{i}\}$; f) $z \in \mathbb{C}$.

3.1520C Dacă $u, v \in \mathbb{C}$ şi $(u+v)^4 = (\bar{u}+v)^4$, să se indice care afirmaţie este adevărată.

a) $v = 0$; b) u şi v sunt reale; c) $uv = 0$; d) u sau v sunt reale; e) $u = 0$; f) $v \neq 0$.

3.1521C Decideţi care dintre numerele complexe următoare nu este soluţie a ecuaţiei

$$z^6 - 9z^3 + 8 = 0\ ?$$

a) 2; b) $-1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$; c) $-1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$; d) $-\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $-\frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) $1 + \mathrm{i}\sqrt{2}$.

3.1522C Fie $A = \left\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \text{ şi } \left|\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}\right| = 1\right\}$ şi k numărul elementelor mulţimii A, $\bar{z}$ fiind conjugatul numărului complex z. Atunci

a) $k = 0$; b) $k = 4$; c) $k = 8$; d) $k = 12$; e) $k = 6$; f) mulţimea A este infinită.

3.1523C Dacă $z \in C \setminus \{0\}$, atunci $\frac{z}{|z|} + \frac{|z|}{z}$ este

a) un număr real pozitiv; b) un număr real negativ; c) un număr pur imaginar; d) un număr complex cu partea reală pozitivă; e) un număr real; f) un număr complex cu partea imaginară negativă.

3.7 Aplicaţii ale trigonometriei în geometrie

3.1524A În triunghiul ABC se dau $\hat{A} = 45^o, b = \sqrt{2}, c = 1$. Atunci latura a a triunghiului are lungimea

a) 2; b) 3; c) 1; d) $\sqrt{3-\sqrt{2}}$; e) $3+\sqrt{6}$; f) $3-\sqrt{2}$.

3.1525A Dacă în triunghiul ABC avem $\hat{A} = 30^o, b = 4, c = 2$, atunci aria triunghiului este

a) 1; b) 4; c) $2\sqrt{2}$; d) $2\sqrt{3}$; e) 2; f) $4\sqrt{2}$.

3.1526A Într-un triunghi ABC se dau $\hat{A} = 60^o, \hat{B} = 45^o, c = 2$. Atunci aria triunghiului este

a) $\sqrt{3}$; b) 3; c) $\sqrt{3}+3$; d) $3-\sqrt{3}$; e) $(\sqrt{3}+3)/2$; f) $(3-\sqrt{3})/2$.

3.1527A Aria paralelogramului de laturi $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ şi unghi între diagonale de 45^o este

a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{2}$; c) $\sqrt{6}$; d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; e) 1; f) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1528A Dacă într-un triunghi ABC raza cercului circumscris este $R = 1$, iar latura $a = 1$, atunci

a) $\hat{A} = 30^o$; b) $\hat{A} = 120^o$; c) $\hat{A} = 45^o$; d) $\hat{A} \in \{60^o, 120^o\}$; e) $\hat{A} \in \{60^o, 150^o\}$; f) $\hat{A} \in \{30^o, 150^o\}$.

3.1529A Într-un triunghi ABC laturile au lungimile $a = 2, b = 3, c = 4$. Atunci mărimea unghiului $\hat{A}$ este

a) $\arccos\frac{29}{24}$; b) $\arccos\frac{21}{24}$; c) $\arccos\frac{29}{12}$; d) $\arccos\frac{21}{12}$; e) 90^o; f) 30^o.

3.1530A Aria rombului de latură 1 format din două triunghiuri echilaterale este

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; d) 1; e) 2; f) $\frac{1}{2}$.

3.1531A Dacă unghiurile unui triunghi sunt proporţionale cu numerele $1, 2, \sqrt{3}$, atunci triunghiul este

a) isoscel; b) dreptunghic isoscel; c) oarecare; d) dreptunghic; e) echilateral; f) nu există un asemenea triunghi.

3.1532A Unghiul format de tangentele de lungime 3 duse dintr-un punct la un cerc este de 60^o. Atunci raza cercului este de lungime

a) 1; b) $\sqrt{3}$; c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $3\sqrt{3}$.

3.1533A Unul din unghiurile unui trapez isoscel de înălţime $\sqrt{2}$ este de 45^o. Atunci suma lungimilor laturilor neparalele este

a) $\sqrt{2}$; b) 1; c) 2; d) $2+\sqrt{2}$; e) 4; f) $2\sqrt{2}$.

3.1534A Într-un triunghi ABC se dau $\hat{B}=60^o, \hat{C}=30^o$. Atunci $\sin\frac{A}{2}$ are valoarea

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\arcsin 1$; e) 1; f) $\frac{\pi}{4}$.

3.1535A Într-un triunghi ABC avem $\hat{A}=90^o, \hat{B}=15^o$ şi $AB=2$. Atunci latura AC are lungimea

a) $2\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}$; b) $2\operatorname{ctg}15^o$; c) $2\sin 15^o$; d) $2\cos\frac{\pi}{6}$; e) $\dfrac{2}{\cos 15^o}$; f) $\dfrac{2}{\cos\frac{\pi}{6}}$.

3.1536A Dacă într-un triunghi ABC avem $\sin\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, atunci triunghiul

a) este dreptunghic isoscel; b) este echilateral; c) este dreptunghic; d) are un unghi de 45^o; e) este isoscel; f) are un unghi de 15^o.

3.1537A Mediana AM ($M\in BC$) a unui triunghi ABC face unghiuri de 30^o cu laturile adiacente AB şi AC. Atunci

a) $AB=2BC$; b) $AB\perp BC$; c) $BM=AB$; d) $AB-BC=BC-CA$; e) $AB+BC=3AC$; f) $\hat{B}=45^o$.

3.1538A Înălţimea din vârful A a unui triunghi dreptunghic ($\hat{A}=90^o$) împarte ipotenuza în raportul $\frac{1}{2}$. Atunci tangenta unghiului minim al triunghiului este

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{2}{3}$; f) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

3.1539A Un triunghi are două unghiuri de mărime $\frac{\pi}{8}$ şi laturile egale de lungime 1. Atunci înălţimea corespunzătoare uneia dintre laturile egale este de lungime

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $\frac{3}{\sqrt{2}}$; f) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

3.1540A În triunghiul ABC cu $a=\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{2}$, $B=\frac{\pi}{4}$, $C=\frac{\pi}{6}$, raza R a cercului circumscris este dată de

a) $R=\frac{1}{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}$; b) $R=\frac{1}{1+\sqrt{3}}$; c) $R=2$; d) $R=1$; e) $R=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$; f) $R=1+\sqrt{3}$.

3.1541A Dacă în triunghiul ABC avem $AB=\sqrt{13}$, $BC=3, \hat{C}=60^o$, atunci

a) $AC=4$; b) nu există un asemenea triunghi; c) $AC=2$; d) $AC=4\sqrt{3}$; e) $AC=3\sqrt{3}/2$; f) $AC=3\sqrt{3}$.

3.1542A În orice triunghi oarecare ABC are loc identitatea

$$\operatorname{tg}A+\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C=k\operatorname{tg}A\operatorname{tg}B\operatorname{tg}C,$$

unde constanta k este

a) 2; b) 0; c) -1; d) 1; e) -2; f) 3.

3.1543A Dacă într-un triunghi avem $\sin A=\sin B+\sin C$, atunci

a) triunghiul este dreptunghic; b) triunghiul este isoscel; c) triunghiul este oarecare; d) nu există astfel de triunghi; e) $m(\widehat{A})=75^\circ$; f) $m(\widehat{A})=105^\circ$.

3.1544A În triunghiul ABC $\sin C=\cos A+\cos B$. Atunci

a) ABC este echilateral; b) $\widehat{A}=90^\circ$; c) $\widehat{B}=90^\circ$; d) $\widehat{A}=90^\circ$ sau $\widehat{B}=90^\circ$; e) $\widehat{A}=120^\circ$; f) $\widehat{B}=60^\circ$.

3.1545A Într-un triunghi dreptunghic ipotenuza este $a=8$, iar raza cercului înscris este $r=1$; dacă b, c sunt catetele, să se calculeze $E=\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{b}$.

a) $E=\frac{34}{9}$; b) $E=\frac{32}{9}$; c) $E=\frac{11}{3}$; d) $E=\frac{35}{9}$; e) $E=\frac{10}{3}$; f) $E=\frac{14}{3}$.

3.1546A Se consideră triunghiul ABC cu laturile $BC=2, AB=\sqrt{2}$, $AC=1+\sqrt{3}$. Să se calculeze $\hat{A}$.

a) $\hat{A}=45^\circ$; b) $\hat{A}=105^\circ$; c) $\hat{A}=30^\circ$; d) $\hat{A}=60^\circ$; e) $\hat{A}=90^\circ$; f) $\hat{A}=120^\circ$.

3.1547A Să se determine unghiul ascuţit α al unui romb dacă aria cercului înscris este egală cu o treime din aria rombului.

a) $\alpha=\frac{\pi}{3}$; b) $\sin\alpha=\frac{4}{3\pi}$; c) $\alpha=\frac{\pi}{4}$; d) $\cos\alpha=\frac{1}{\pi}$; e) $\alpha=\frac{\pi}{6}$; f) $\sin\alpha=\frac{2}{3\pi}$.

3.1548A Fie ABC un triunghi oarecare. Să se calculeze, în funcţie de a, b, c, expresia $E=a(b\cos C-c\cos B)$.

a) $E=a\sqrt{b^2+c^2}$; b) $E=b^2-c^2$; c) $E=bc$; d) $E=b^2+c^2$; e) $E=a\sqrt{bc}$; f) $E=a^2+b^2+c^2$.

3.1549A Dintr-un punct A exterior unui plan α se duc oblicele AC şi AD care fac cu planul unghiuri de 45° şi 30°, iar între ele un unghi drept, precum şi perpendiculara AB ($B, C, D\in\alpha$). Să se determine distanţa de la punctul A la dreapta CD dacă $AB=\sqrt{3}$.

a) $2\sqrt{3}$; b) 3; c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; d) 4; e) $\frac{4}{\sqrt{3}}$; f) 2.

3.1550A Unghiurile unui triunghi sunt $\dfrac{\pi}{p}, \dfrac{\pi}{q}, \dfrac{\pi}{2}$, unde p, q sunt întregi pozitive. Ce valori pot lua p, q ?

a) $p, q\in\{3,4,6\}$; b) $p=1, q=2$; c) $p=3, q=7$; d) $p=10, q=5$; e) $p=5, q=2$; f) $p=q=2$.

3.1551B Aria S a triunghiului ABC unde se cunoaşte $a=2$, $A=\dfrac{\pi}{3}$ şi $B=\dfrac{\pi}{4}$ este

a) $S=\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$; b) $S=\frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$; c) $S=\frac{1}{1+\sqrt{3}}$; d) $S=\frac{1}{\sqrt{3}-1}$; e) $S=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; f) $S=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$.

3.1552B Dacă într-un triunghi avem $b=3, c=2, B+C=\frac{\pi}{3}$, atunci $\operatorname{tg}\frac{B-C}{2}$ este

a) 5; b) $5\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $\sqrt{3}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{15}$; e) $\frac{5}{\sqrt{3}}$; f) $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

3.1553B Să se calculeze lungimea bisectoarei unghiului drept al unui triunghi dreptunghic ABC, în funcţie de catetele $AB=c$ şi $AC=b$.

a) $\frac{bc}{b+c}$; b) $\frac{b^2+c^2}{b+c}\sqrt{2}$; c) $\frac{bc\sqrt{2}}{b+c}$; d) $\frac{bc}{(b+c)\sqrt{2}}$; e) $\frac{b^2+c^2}{b+c}$; f) $\frac{bc\sqrt{3}}{b+c}$.

3.1554B Dacă unghiurile unui triunghi ABC satisfac relaţia

$$\sin(A-B)+\sin(B-C)+\sin(C-A)=0,$$

atunci

a) triunghiul este dreptunghic; b) triunghiul este isoscel; c) triunghiul este echilateral; d) $m(\widehat{A})=60°$; e) $m(\widehat{A})+m(\widehat{B})=60°$; f) $m(\widehat{B})+m(\widehat{C})=75°$.

3.1555B Între lungimile laturilor unui triunghi există relaţiile $a=\frac{7c}{3}$, $b=\frac{8c}{3}$. Atunci

a) $\widehat{A}=90°$; b) $\widehat{A}=60°$; c) $\widehat{A}=30°$; d) $\widehat{A}=45°$; e) $\widehat{A}=131°$; f) $\widehat{A}$ nu se poate determina.

3.1556B În exteriorul triunghiului dreptunghic ABC ($\hat{A}=90°$, $\hat{B}=30°$), se construiesc pătratele $BMNC$, $CPQA$, $ARSB$. Să se evalueze raportul dintre aria hexagonului $MNPQRS$ şi aria triunghiului ABC.

a) $4+\frac{16}{3}\sqrt{3}$; b) $2+\frac{8}{3}\sqrt{3}$; c) $2+\frac{16}{3}\sqrt{3}$; d) 5; e) 6; f) 7.

3.1557B Într-o piramidă triunghiulară regulată unghiul diedru dintre o faţă laterală şi bază este α, iar unghiul diedru dintre două feţe laterale este β. Între aceste unghiuri există relaţia

a) $3\cos^2\alpha+2\cos\beta=1$; b) $3\sin^2\alpha+2\sin\beta=1$; c) $3\operatorname{tg}^2\alpha+2\operatorname{tg}\beta=1$;
d) $3\cos^2\beta+2\cos\alpha=1$; e) $3\sin^2\beta+2\sin\alpha=1$; f) $3\operatorname{tg}^2\beta+2\operatorname{tg}\alpha=1$.

3.1558B În triunghiul ABC se cunosc laturile $BC=2$, $AC=\sqrt{6}$ şi raza cercului circumscris $R=12\sqrt{138}/115$. Aflaţi latura AB şi aria S a triunghiului, dacă $AB>\frac{7}{5}$.

a) $AB=\sqrt{3}, S=\frac{3}{2}$; b) $AB=\frac{5}{3}, S=\frac{5\sqrt{3}}{6}$; c) $AB=\sqrt{62}, S=\frac{3\sqrt{2}}{4}$;
d) $AB=\frac{3}{2}, S=\frac{3\sqrt{3}}{4}$; e) $AB=\frac{5}{2}, S=\frac{5\sqrt{3}}{4}$; f) $AB=2, S=\sqrt{3}$.

3.1559B Perimetrul unui triunghi ABC este 24, iar

$$\frac{\sin A}{3}=\frac{\sin B}{4}=\frac{\sin C}{5}.$$

Să se determine lungimile laturilor acestui triunghi.

a) $\{6,7,11\}$; b) $\{7,8,9\}$; c) $\{5,8,11\}$; d) $\{6,8,10\}$; e) $\{\frac{11}{2},11,\frac{15}{2}\}$; f) $\{3,4,5\}$.

3.1560B În triunghiul ABC are loc egalitatea $\sin\frac{B}{2}=\sin\frac{A}{2}\sin\frac{C}{2}$. Să se calculeze $\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}$.

a) 2; b) $\frac{1}{3}$; c) 3; d) $\frac{1}{4}$; e) 4; f) $\frac{1}{2}$.

3.1561B Într-un plan α două cercuri de raze r_1, r_2 sunt tangente exterior într-un punct A. Fie T_1T_2 tangenta comună exterioară a celor două cercuri. Pe perpendiculara în A la planul α se consideră un punct B astfel încât raportul dintre distanţa de la B la planul α şi distanţa d de la B la T_1T_2 este $\frac{4}{5}$. Să se determine distanţa d.

a) $\frac{10r_1r_2}{3(r_1+r_2)}$; b) $\frac{r_1^2+r_2^2}{3(r_1+r_2)}$; c) $\frac{5r_1r_2}{2(r_1+r_2)}$; d) $\frac{r_1^3+r_2^3}{r_1^2+r_2^2}$; e) $\frac{4r_1r_2}{5(r_1+r_2)}$; f) $\frac{r_1^3+r_2^3}{r_1r_2}$.

3.1562B Afixele a două vârfuri ale unui triunghi echilateral sunt $z_1=1$ şi $z_2=2+i$. Care este afixul celui de-al treilea vârf ?

a) i sau $2-i$; b) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}+i\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ sau $\frac{3-\sqrt{3}}{2}+i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$; c) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}+i\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ sau $\frac{3+\sqrt{3}}{2}+i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$; d) $1+i$ sau 2; e) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+i\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ sau $\frac{1+\sqrt{3}}{2}+i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$; f) alte afixe decât cele indicate.

3.1563B În ce fel de triunghi ABC are loc relaţia $\sin B=\sin C$?

a) dreptunghic în C; b) dreptunghic în B; c) obtuzunghic şi neisoscel; d) isoscel; e) oarecare; f) alt răspuns.

3.1564B În triunghiul ABC cu $AB=BC$, mediana AD este perpendiculară pe bisectoarea CE. Care este măsura unghiului C ?

a) $\arccos\frac{1}{4}$; b) $\arccos\frac{1}{3}$; c) $\arccos\frac{2}{5}$; d) 60°; e) 30°; f) $\arccos\frac{1}{5}$.

3.1565B În triunghiul ABC se dau $AB=3$, $AC=2$ şi unghiul $A=\frac{2\pi}{3}$. Să se determine lungimea medianei AM.

a) $\sqrt{3,5}$; b) $\sqrt{10}$; c) $\frac{\sqrt{7}}{2}$; d) $\frac{\sqrt{19}}{2}$; e) $\frac{2}{\sqrt{7}}$; f) 3.

3.1566C Un romb cu unghiul ascuţit $A=\frac{\pi}{4}$ şi aria $S=4$ are raza r a cercului înscris

a) $r=\sqrt{\sqrt{2}-1}$; b) $r=\sqrt{2(\sqrt{2}-1)}$; c) $r=\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; d) $r=\sqrt{\sqrt{3}-1}$;
e) $r=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; f) $r=\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}$.

3.1567C Dacă în triunghiul ABC avem $b=3$, $c=2$, $\hat{C}=\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$, atunci

a) $\alpha=\frac{\pi}{6}$; b) $\alpha\in(0,\ \arccos\frac{2}{3}]$; c) $\alpha\in(0,\ \arccos\frac{\sqrt{7}}{3}]$; d) $\alpha\in(0,\ \arccos\frac{\sqrt{5}}{3}]$;
e) $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4}]$; f) $\alpha\in(0,\ \arccos\frac{1}{3}]$.

3.1568C În triunghiul ABC, lungimile laturilor satisfac relaţiile

$$5a^2=5b^2+c^2, 3b^2=3c^2+a^2.$$

Calculaţi $\operatorname{tg}A$.

a) 1; b) 4; c) 2; d) 5; e) 3; f) 2,5.

3.1569C Dacă între unghiurile unui triunghi are loc relaţia

$$\sin^2A+\sin^2B+\sin^2C=2,\ A>B>C,$$

atunci triunghiul ABC are

a) $A=45°$; b) $A=90°$; c) $A=30°$; d) $A=75°$; e) $A=60°$; f) $A=B$.

3.1570C În triunghiul ABC laturile sunt în progresie aritmetică, latura a fiind latura mijlocie. Atunci

a) $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=\frac{1}{2}$; b) $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=\frac{1}{4}$; c) $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=\frac{1}{3}$; d) $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=1$;
e) $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=2$; f) $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=\frac{1}{5}$.

3.1571C Semidreptele Ox, Oy, Oz ale unui triedru tridreptunghic formează unghiurile α,β,γ cu un plan ce intersectează aceste semidrepte. Între cele trei unghiuri este valabilă relaţia

a) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=1$; b) $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$;
c) $\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma=1$; d) $\operatorname{ctg}^2\alpha+\operatorname{ctg}^2\beta+\operatorname{ctg}^2\gamma=1$;
e) $\sec^2\alpha+\sec^2\beta+\sec^2\gamma=1$; f) $\operatorname{cosec}^2\alpha+\operatorname{cosec}^2\beta+\operatorname{cosec}^2\gamma=1$.

3.1572C Fie a,b,c laturile triunghiului ABC şi fie A',B',C' picioarele înălţimilor. Să se calculeze perimetrul P al triunghiului $A'B'C'$ (triunghiul ortic) în funcţie de a,b,c şi de unghiurile A,B,C ale triunghiului ABC.

a) $P=a\sin B\sin C+b\sin C\sin A+c\sin A\sin B$;
b) $P=a\sin A+b\sin B+c\sin C$; c) $P=a\cos A+b\cos B+c\cos C$;
d) $P=\frac{bc}{a}\sin A+\frac{ca}{b}\sin B+\frac{ab}{c}\sin C$; e) $P=\frac{abc}{a^2+b^2+c^2}\sin A\sin B\sin C$;
f) $P=(b+c)\cos A+(c+a)\cos B+(a+b)\cos C$.

3.1573C Să se determine unghiul $\hat{C}$ al unui triunghi ABC în care are loc relaţia

$$\cos A+\cos B=\cos(A+B)+\frac{3}{2}.$$

a) 10°; b) 30°; c) 45°; d) 60°; e) 90°; f) 120°.

3.1574C În ce triunghi are loc relaţia $\frac{a+c}{b}=\operatorname{ctg}\frac{B}{2}$?

a) echilateral; b) dreptunghic; c) oarecare; d) în nici un triunghi; e) isoscel; f) obtuzunghic.

3.1575C În triunghiul ABC, unghiul B este obtuz , $0<C<\frac{\pi}{4}$ şi $b=2c$. Care din următoarele afirmaţii este adevărată ?

a) $\hat{A}<2\hat{C}$; b) $\hat{A}<\hat{C}$; c) $\hat{B}=2\hat{C}$; d) $\hat{B}=3\hat{C}$; e) $\hat{A}=\hat{C}$; f) $\hat{A}=\hat{B}$.

3.1576C Se consideră trei puncte A,B,C, o dreaptă d, $d\notin(ABC)$ şi un punct M mobil pe dreapta d. Se notează cu E,F,P,Q mijloacele segmentelor $[AB]$, $[BC]$, $[CM]$, $[MA]$. Fie $\{N\}=EP\cap QF$. Să se determine locul geometric al punctului N.

a) Un plan paralel cu d; b) un cerc; c) dreptele EP şi QF nu se intersectează; d) o dreaptă paralelă cu d; e) un plan care trece prin dreapta d; f) un plan perpendicular de dreapta d.

3.1577C Dacă A',B',C' sunt punctele de tangenţă ale cercului înscris în triunghiul oarecare ABC cu laturile acestuia, atunci raportul $\frac{\sigma[A'B'C']}{\sigma[ABC]}$ are valoarea

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{r}{2R}$; d) $\sin A\sin B\sin C$; e) $\frac{1}{\sin A+\sin B+\sin C}$; f) $\sin A+\sin B+\sin C$.

3.1578C Într-un triunghi nedreptunghic, suma S a tangentelor celor trei unghiuri şi produsul P al acestor tangente satisfac

a) $S>P$; b) $S<P$; c) $S=P$; d) $S-P=1$; e) $S^2-P^2=1$; f) $SP=-1$.

3.1579C Cum este triunghiul ABC dacă între unghiurile acestuia există relaţia

$$\sin^2A=\sin 2B\sin 2C?$$

a) Dreptunghic; b) dreptunghic isoscel; c) oarecare; d) echilateral; e) isoscel cu $B=C$; f) alt răspuns.

3.8 Drepte şi plane în spaţiu

3.1580A Se dau planul π şi punctul A, $A\notin\pi$. Fie $A'\in\pi$ astfel încât $AA'\perp\pi$, fie $d\subset\pi$ astfel încât $A'\notin d$ şi fie $A''\in d$ astfel încât $A'A''\perp d$. Atunci

a) $AA''\|d$; b) $A'A''\|d$; c) $\pi \perp d$; d) $AA'' \perp d$; e) $AA''\|\pi$; f) $AA'\|\pi$.

3.1581A Dacă B şi C $(B \neq C)$ sunt proiecţiile punctului A pe planul π şi respectiv pe dreapta $d \subset \pi$, iar $AB = 2, AC = 3$, atunci lungimea segmentului BC este

a) $\sqrt{3}$; b) 2; c) $\sqrt{5}$; d) 1; e) 0; f) 10.

3.1582A Un paralelipiped dreptunghic are diagonala de lungime 4 şi laturile bazei de lungimi respectiv 2 şi 3. Atunci înălţimea paralelipipedului are lungimea

a) 1; b) 2; c) $\sqrt{2}$; d) 3; e) $\sqrt{3}$; f) 4.

3.1583A Dacă înălţimea unui tetraedru regulat este $\sqrt{2}$, atunci muchia tetraedrului are lungimea

a) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; c) $\sqrt{3}$; d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; e) $\sqrt{2}$; f) $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

3.1584A Poligonul obţinut prin secţionarea unui cub cu un plan perpendicular pe diagonala unei feţe a cubului şi care trece prin mijlocul acesteia este

a) pătrat; b) trapez; c) romb; d) hexagon; e) dreptunghi; f) triunghi.

3.1585A Muchiile unui triedru tridreptunghic de origine O sunt secţionate de un plan în punctele A, B, C. Dacă $OA = 2, OB = 3, OC = 4$, atunci distanţa de la punctul O la planul (ABC) este

a) $\frac{6}{\sqrt{13}}$; b) $\frac{12}{\sqrt{61}}$; c) $\frac{24}{\sqrt{61}}$; d) $\frac{6}{\sqrt{61}}$; e) $2\sqrt{\frac{61}{13}}$; f) 12.

3.1586A Înălţimea unui trapez este perpendiculară pe un plan π. Atunci proiecţia trapezului pe planul π este

a) un triunghi; b) un pătrat; c) un trapez; d) o dreaptă; e) un segment de dreaptă; f) un paralelogram.

3.1587A Unghiul dintre planul unui romb cu planul α este de 45^o. Atunci proiecţia rombului pe planul α este

a) un segment; b) un romb; c) un dreptunghi; d) un pătrat; e) un triunghi; f) un trapez.

3.1588A O prismă triunghiulară regulată are diagonala unei feţe laterale de lungime 5 şi latura bazei 4. Atunci distanţa de la un vârf al prismei la muchia opusă a celeilalte baze este de lungime

a) $\frac{4\sqrt{3}}{2}$; b) $2\sqrt{17}$; c) 3; d) $\sqrt{21}$; e) $\sqrt{3}$; f) $\sqrt{37}$.

3.1589A Un plan π intersectează o sferă de centru O şi rază R după un cerc de rază $r > 0$. Atunci distanţa de la punctul O la planul π este

a) $\sqrt{R^2 + r^2}$; b) $\sqrt{R^2 - r^2}$; c) $\sqrt{2R^2 - r^2}$; d) $\sqrt{2R^2 + r^2}$; e) $R + r$; f) $R - r$.

3.1590A O piramidă patrulateră regulată este secţionată de un plan ce conţine o latură a bazei şi mijlocul unei muchii laterale ce nu intersectează această latură. Atunci poligonul de secţiune al planului cu piramida este

a) un triunghi; b) un romb; c) un pătrat; d) un trapez; e) un pentagon; f) planul nu intersectează piramida.

3.1591A O dreaptă d face cu planul π un unghi ascuţit. Fie $\{A\} = d \cap \pi$. Atunci locul geometric al punctelor $B \in \pi$ cu proprietatea $BA \perp d$ este

a) un segment; b) $\varnothing$; c) un punct; d) un plan; e) o dreaptă; f) reuniunea a două drepte distincte.

3.1592A Secţiunea axială a unui cilindru este un pătrat de diagonală a. Atunci latura pătratului înscris în cercul unei baze este de lungime

a) a; b) $a\sqrt{2}$; c) $\frac{a}{\sqrt{2}}$; d) $2a$; e) $\frac{a}{2}$; f) $\frac{a}{2\sqrt{2}}$.

3.1593A Un plan intersectează un con după mulţimea de puncte $M \neq \varnothing$, fără a intersecta cercul bazei conului. Atunci M este

a) o parabolă; b) cerc, elipsă sau punct; c) cerc; d) elipsă; e) cerc sau elipsă; f) cerc sau punct.

3.1594A Fie π planul a două muchii laterale ce formează unghi maxim ale unei piramide hexagonale regulate. Dacă secţiunea determinată de π cu piramida este triunghi echilateral de latură a, atunci apotema bazei piramidei are lungimea

a) a; b) $a\sqrt{3}$; c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$; e) $2a$; f) $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

3.1595A Un con are secţiunea axială triunghi echilateral. Secţionând conul cu un plan paralel cu baza ce trece prin mijlocul înălţimii de lungime a a conului, se obţine un trunchi de con a cărui rază mică are lungimea

a) a; b) $\frac{a}{2}$; c) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$; d) $\frac{a}{\sqrt{3}}$; e) $a\sqrt{3}$; f) $\frac{a}{2\sqrt{3}}$.

3.1596A Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată, MN linia mijlocie a triunghiului ABC $(M \in (AB), N \in (BC))$, iar P mijlocul muchiei VD. Atunci secţiunea determinată de planul (MNP) cu piramida este

a) un triunghi; b) un pătrat; c) un trapez; d) un pentagon; e) un romb; f) un paralelogram.

3.1597A Dreptele necoplanare d_1, d_2, d_3 se intersectează două câte două în punctele $A, B, C \ldots$. Atunci

a) $A, B, C \ldots$ sunt distincte; b) $A, B, C, \ldots$ coincid; c) numai două din ele coincid;

d) trei din ele coincid; e) numărul lor este egal cu 3; f) afirmaţiile precedente sunt false.

3.1598A Locul geometric al punctelor din spaţiu egal depărtate de două drepte coplanare neconfundate este

a) o pereche de plane; b) o pereche de plane sau un plan; c) un plan; d) un punct; e) o dreaptă; f) mulţimea vidă.

3.1599A Fie A, B, C, D patru puncte nesituate toate într-un plan. Câte plane determină cele patru puncte ?

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) mai mult de 5.

3.1600A Se dau trei plane P_1, P_2, P_3 paralele între ele. Punctele A şi B sunt în planul P_1, punctele C şi D sunt în planul P_2, astfel încât A, B, C, D nu sunt coplanare. Dreptele AC, BC, BD, AD taie planul P_3 în punctele M, N, P, Q. Ce figură formează M, N, P şi Q ?

a) Un trapez; b) un pătrat; c) un patrulater inscriptibil; d) un paralelogram; e) sunt coliniare; f) un dreptunghi.

3.1601A Se dau patru puncte din care trei coliniare. Câte plane care să conţină trei dintre ele, necoliniare există ?

a) Două; b) patru; c) unul; d) o infinitate; e) trei; f) nici unul.

3.1602A Se consideră un plan (P) şi O un punct fix în acest plan. Care este locul geometric al punctelor M din spaţiu care au proprietatea că distanţa de la M la planul (P) este o constantă dată $a > 0$, iar unghiul pe care îl face dreapta OM cu planul (P) are de asemenea o valoare constantă $\alpha \in (0, \pi/2)$?

a) O dreaptă; b) un cerc; c) un plan; d) două drepte; e) două cercuri; f) două plane.

3.1603A În piramida patrulateră regulată $VABCD$ (cu vârful V), toate muchiile sunt egale. Fie α măsura unghiului dintre dreptele VA şi BC şi fie β măsura unghiului dintre de dreptele VB şi VD. Să se calculeze $a = \cos(\alpha+\beta)$.

a) $a = -\frac{1}{2}$; b) $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $a = \frac{1}{2}$; d) $a = -\frac{7+4\sqrt{3}}{16}$; e) $a = \frac{1-\sqrt{3}}{4}$; f) $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.1604A Un pătrat are o latură conţinută într-un plan (π), iar diagonalele sale formează cu planul (π) unghiuri de măsură $30°$. Să se determine măsura unghiului diedru format de planul pătratului cu planul (π).

a) $0°$; b) $15°$; c) $45°$; d) $75°$; e) $90°$; f) $60°$.

3.1605A Fie un cub $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ce se poate spune despre planele AB_1D_1 şi C_1BD ?

a) perpendiculare; b) paralele; c) se intersectează sub un unghi ascuţit; d) formează secţiuni de arii inegale în cub; e) se intersectează sub un unghi obtuz; f) se găsesc în acelaşi plan.

3.1606B Fie un cub $ABCDA_1B_1C_1D_1$ cu lungimea laturii a. Fie N mijlocul lui AA_1 şi P mijlocul lui BC. Se cere distanţa de la B la planul ANP.

a) $\frac{a}{2}$; b) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; c) $\frac{a\sqrt{5}}{5}$; d) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; e) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; f) $\frac{a}{2}$.

3.1607A Latura neparalelă CD a trapezului dreptunghic $ABCD$ este situată în planul α, iar punctele A şi B nu aparţin lui α. Calculaţi DE, unde E este punctul în care dreapta AB intersectează planul α, dacă $AB = 5$, $BC = 3$, $CD = 4$ şi $AD = 6$.

a) 12; b) 8; c) 10; d) 14; e) 16; f) 6.

3.1608A Într-un plan π se consideră un trapez $ABCD$ cu $AB = 4$, $AD = 6$, $BC = 2$, şi $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ABC}) = 90$. Prin CD se duce un plan care intersectează în M şi N perpendicularele duse în A şi B la planul π, astfel încât $AM + BN = 6$. Să se determine MN.

a) 6; b) $3\sqrt{2}$; c) 4; d) $4\sqrt{2}$; e) $4\sqrt{3}$; f) 5.

3.1609A Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare. Dintre segmentele (AB), (AC), (AD), (BC), (BD), (CD) câte pot fi intersectate de un plan care nu trece prin nici unul din cele patru puncte ?

a) cel mult unul; b) cel mult două; c) cel mult trei; d) cel mult patru; e) cel mult cinci; f) toate şase.

3.1610A Fie d_1, d_2 două drepte, π_2 un plan care conţine pe d_2 şi este perpendicular pe d_1. Atunci

a) d_1, d_2 sunt paralele; b) d_1, d_2 sunt, în general, oarecare; c) d_1, d_2 sunt perpendiculare; d) d_2 este proiecţia lui d_1 pe π_2; e) afirmaţiile precedente sunt toate false; f) planele care conţin pe d_1 nu sunt perpendiculare pe π_2.

3.1611A Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată de vârf V şi fie O centrul de greutate al ΔABC. Atunci

a) $VO = VB$; b) $VA \| BC$; c) $VO \perp AB$; d) triunghiul VOB este echilateral; e) triunghiul VAB este echilateral; f) triunghiul VBC este dreptunghic.

3.1612A Fie planul α şi dreapta d, $d \| \alpha$. Dacă punctul A parcurge d, iar B este un punct în planul α, care este locul geometric al mijlocului segmentului AB ?

a) o dreaptă paralelă cu d; b) o dreaptă concurentă cu d; c) un plan paralel cu α; d) un plan perpendicular pe α; e) o dreaptă perpendiculară pe α; f) un plan care conţine dreapta d.

3.1613A Două plane perpendiculare p_1 şi p_2 se taie după o dreaptă d. Fie un punct A în planul p_1 şi un punct B în planul p_2, iar A' şi B' picioarele perpendicularelor duse din A, respectiv B, pe d. Dacă $AA' = 3$cm, $BB' = 4$cm, $A'B' = 12$cm, să se afle lungimea segmentului AB.

a) 6 cm; b) 8 cm; c) 11 cm; d) 13 cm; e) 9 cm; f) 7 cm.

3.1614A Considerăm planele duse prin mijloacele coardelor unui cerc perpendiculare pe aceste coarde. Atunci

a) planele au o dreaptă comună; b) planele au un singur punct comun; c) planele n-au nici un punct comun; d) planele sunt confundate; e) planele sunt paralele cu planul cercului; f) planele intersectează planul cercului după aceeaşi dreaptă.

3.1615A În trapezul dreptunghic $ABCD$, $(AD \parallel BC,\ AB \perp BC)$ se cunosc bazele $AD = u$, $BC = 2u$ şi aria $2u^2\sqrt{3}$. În punctul D se duce perpendiculara pe planul trapezului pe care se ia punctul M astfel încât $MD = u$. Să se calculeze produsul P al distanţelor de la punctul M la dreptele AB şi BC.

a) $P = \sqrt{\frac{19}{3}}u^2$; b) $P = \sqrt{\frac{38}{3}}u^2$; c) $P = \frac{\sqrt{19}}{3}u^2$; d) $P = \frac{\sqrt{38}}{3}u^2$; e) $P = \sqrt{\frac{34}{3}}u^2$; f) $P = \frac{\sqrt{34}}{3}u^2$.

3.1616A O piramidă patrulateră regulată are latura bazei 10 şi înălţimea 12. Să se afle distanţa de la centrul bazei la o faţă laterală.

a) 13; b) $10\sqrt{2}$; c) $\frac{60}{\sqrt{194}}$; d) $\frac{60}{\sqrt{97}}$; e) $\frac{60}{13}$; f) $10\sqrt{3}$.

3.1617A Fie două plane paralele şi distincte α şi β. Să se determine mulţimea punctelor egal depărtate de α şi β.

a) o dreaptă; b) o infinitate de sfere tangente la α şi β; c) un plan paralel cu α şi β; d) un plan perpendicular pe α şi β; e) un număr finit de puncte; f) două plane.

3.1618A Distanţa de la un punct la un plan este a. Din acest punct se duc două oblice care fac cu planul unghiuri de 45° şi 30°, iar între ele un unghi drept. Aflaţi distanţa dintre picioarele lor.

a) $a\sqrt{2}$; b) $a\sqrt{5}$; c) $a\sqrt{3}$; d) a; e) $a\sqrt{6}$; f) $a\sqrt{7}$.

3.1619A Într-un tetraedru regulat de muchie m să se calculeze lungimea segmentului ce uneşte mijloacele a două muchii opuse.

a) $\frac{m}{\sqrt{3}}$; b) $m\sqrt{2}$; c) $\frac{m}{\sqrt{2}}$; d) $m\sqrt{3}$; e) $\frac{m}{2}$; f) $\frac{m}{3}$.

3.1620B Două plane π_1, π_2 au o dreaptă comună d. Locul geometric al punctelor egal depărtate de cele două plane este format din

a) două drepte paralele; b) două drepte perpendiculare; c) patru drepte oarecare; d) două plane perpendiculare; e) două plane paralele; f) nici o afirmaţie precedentă nu este adevărată.

3.1621B Trei drepte în spaţiu nu se intersectează două câte două. Atunci acestea

a) sunt coplanare; b) sunt paralele; c) sunt confundate; d) sunt necoplanare; e) sunt neparalele; f) nici unul dintre răspunsurile anterioare nu este corect.

3.1622B Locul geometric al punctelor din spaţiu egal depărtate de trei drepte neconcurente, dar care se intersectează două câte două, reprezintă

a) o dreaptă; b) un punct; c) două drepte; d) patru puncte; e) patru drepte; f) un plan.

3.1623B Într-un plan α sunt date punctele distincte M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 şi în afara lui punctul M. Care este cel mai mare număr de drepte care pot trece prin cel puţin două dintre aceste puncte ?

a) 12; b) 14; c) 15; d) 16; e) 6; f) 8.

3.1624B Fie cinci puncte astfel încât oricare trei nu sunt coliniare şi oricare patru nu sunt coplanare. Câte plane care să conţină trei dintre aceste puncte putem construi ?

a) 4; b) 5; c) 6; d) 8; e) 10; f) 12.

3.1625B Se dă un triunghi ABC şi un punct O exterior planului ABC. Fie N, M, P mijloacele laturilor BC, CA şi AB. Planele AMO, BNO, CPO, ABC

a) nu au puncte comune; b) se intersectează în ortocentrul triunghiului ABC; c) se intersectează după o dreaptă; d) se intersectează în centrul de greutate al triunghiului ABC; e) se intersectează în centrul cercului circumscris triunghiului ABC; f) se intersectează în centrul cercului înscris în ABC.

3.1626B Pe planul unui paralelogram $ABCD$ se ridică perpendicularele $AA' = a$, $BB' = b$, $CC' = c$, $DD' = d$. Ce relaţie trebuie să existe între a, b, c, d pentru ca punctele A', B', C', D' să fie coplanare ?

a) $a + b = c + d$; b) $a + c = b + d$; c) $a + d = b + c$; d) $ab = cd$; e) $ac = bd$; f) $ad = bc$.

3.1627B În tetraedrul $ABCD$ se cunosc lungimile muchiilor $BD = a$ şi $AC = b$, iar măsura unghiului dintre ele este α. Fie M, N, P, Q mijloacele muchiilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ şi respectiv $[AD]$. Să se calculeze aria S a patrulaterului $MNPQ$.

a) $S = \frac{ab}{4}\cos\alpha$; b) $S = \frac{a^2+b^2}{4}\sin\alpha$; c) $S = \frac{a+b}{2}\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha$; d) $S = \frac{ab}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$; e) $S = \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}\sin\frac{\alpha}{2}$; f) $S = \frac{ab}{4}\sin\alpha$.

3.1628B În planul (α) se consideră triunghiul echilateral ABC cu lungimea laturii $4\sqrt{3}$. Pe perpendiculara în punctul A pe planul α se ia punctul D astfel încât $AD = 8$ şi fie M proiecţia lui D pe BC. Avem

a) $DM = 10$; $DB = \sqrt{115}$; c) $DB > DC$; d) $\operatorname{tg}\widehat{ADB} = \sqrt{3}$; e) aria$(\triangle ABC) = 12$; f) $DM = 12$.

3.1629B Două triunghiuri ABC şi $A'B'C'$ se află în plane neparalele şi au laturile omoloage neparalele. Dacă dreptele AA', BB', CC' au un punct comun, ce se poate spune despre intersecţiile dreptelor AB şi $A'B'$, AC şi $A'C'$, BC şi $B'C'$?

a) sunt trei puncte coliniare; b) sunt vârfurile unui triunghi echilateral; c) este posibil ca unele dintre dreptele indicate să nu se intersecteze; d) determină un plan paralel cu ABC; e) determină un plan paralel cu $A'B'C'$; f) nu se poate spune nimic în general.

3.1630B Se dau patru puncte necoplanare. Câte plane distincte, ce conţin câte trei dintre aceste puncte, se pot construi ?

a) 3; b) 4; c) 6; d) 5; e) o infinitate; f) alt răspuns.

3.1631B Fie $A'B'C'$ proiecţia triunghiului ABC pe planul α. Atunci centrul de greutate G al triunghiului ABC se proiectează în

a) ortocentrul lui $A'B'C'$; b) centrul cercului înscris în $A'B'C'$; c) centrul cercului circumscris lui $A'B'C'$; d) în afara lui $A'B'C'$; e) centrul de greutate al lui $A'B'C'$; f) nici unul din punctele precedente.

3.1632B Un plan perpendicular pe diagonala unui cub, dus printr-un punct al acestuia, poate tăia cubul doar după o secţiune S care este

a) punct; b) punct, triunghi sau pătrat; c) punct, pătrat sau hexagon; d) punct, triunghi sau hexagon; e) triunghi, pătrat sau hexagon; f) triunghi.

3.1633B Pe planul paralelogramului $ABCD$ se ridică perpendiculara AE. Să se calculeze distanţele de la punctul E la dreptele BC şi CD, ştiind că $AB = 2a$, $AD = AE = a$ şi $m(\widehat{BAD}) = 60°$.

a) $2a, \frac{a\sqrt{3}}{2}$; b) $a, \frac{a\sqrt{7}}{2}$; c) $2a, \frac{a\sqrt{5}}{2}$; d) $2a, \frac{a\sqrt{7}}{2}$; e) $a, a\sqrt{3}$; f) $a, a\sqrt{7}$.

3.1634B Un pătrat de latură 4cm se proiectează pe un plan care face cu planul pătratului un unghi de 60°. Care este aria proiecţiei ?

a) 8cm^2; b) 10cm^2; c) 12cm^2; d) 14cm^2; e) 18cm^2; f) 20cm^2.

3.1635B Un plan intersectează muchiile unui triedru tridreptunghic de vârf O în A, B, C. Fie S aria triunghiului ABC, S_1, S_2, S_3 ariile triunghiurilor OAB, OBC, OCA. Atunci

a) $S = S_1 = S_2 = S_3$; b) $S = S_1 + S_2 + S_3$; c) $S^3 = S_1S_2S_3$; d) $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$; e) $S^2 = S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1$; f) $S = 2(S_1 + S_2 + S_3)$.

3.1636B În pătratul $ABCD$ se dă latura $AB = 1$; fie $M \in [AB]$ astfel încât $AM = \frac{3}{4}$. Pe perpendiculara dusă în D pe planul $ABCD$ se consideră punctul N astfel încât $ND = \sqrt{2}$. Calculaţi distanţa d de la punctul N la dreapta MC.

a) $d = \sqrt{\frac{43}{15}}$; b) $d = \sqrt{\frac{46}{15}}$; c) $d = \sqrt{\frac{47}{15}}$; d) $d = \sqrt{\frac{51}{15}}$; e) $d = \sqrt{\frac{53}{15}}$; f) $d = \sqrt{\frac{38}{15}}$.

3.1637B Fie două plane perpendiculare p şi q, iar A şi B două puncte pe dreapta de intersecţie a planelor. Fie $C \in p$ şi $D \in q$ astfel încât $\widehat{ABC} = 90°$, $\widehat{ADB} = 90°$. Să se demonstreze că $\widehat{CBD} = \widehat{CDA}$ şi să se determine valoarea comună a acestor unghiuri.

a) 15°; b) 30°; c) 45°; d) 60°; e) 90°; f) 75°.

3.1638B Fie trei semidrepte Ox, Oy, Oz două câte două perpendiculare. Se consideră punctele A, B, C situate respectiv pe Ox, Oy, Oz. Ce poziţie ocupă proiecţia lui O pe planul ABC în triunghiul ABC ?

a) centrul de greutate; b) centrul cercului înscris; c) centrul cercului circumscris; d) ortocentrul; e) nici una din poziţiile precedente; f) este situat pe cercul înscris în triunghi.

3.1639B Se consideră trei puncte necoliniare. Locul geometric al punctelor din spaţiu, egal depărtate de cele trei puncte, este

a) un cerc; b) o semidreaptă; c) o dreaptă; d) un segment; e) mulţimea vidă; f) un punct.

3.1640B Într-un tetraedru $[VABC]$ de înălţime h se duc două plane paralele cu baza tetraedrului la distanţele de $\frac{h}{4}$ şi $\frac{h}{2}$ de vârful V. Planele împart tetraedrul în trei poliedre P_1, P_2 şi P_3 (P_1 este piramidă cu vârful V şi P_3 este trunchi de piramidă cu baza ABC). Să se determine raportul volumelor trunchiurilor de piramidă P_2 şi P_3.

a) $\frac{h}{24}$; b) $\frac{7}{32}$; c) $\frac{7h}{32}$; d) $\frac{1}{10}$; e) $\frac{h}{12}$; f) $\frac{1}{8}$.

3.1641B Un segment de lungime l se proiectează pe trei plane perpendiculare două câte două după trei segmente de lungimi l_1, l_2, l_3. Atunci

a) $l = l_1 + l_2 + l_3$; b) $l = \frac{l_1+l_2+l_3}{3}$; c) $l = \frac{l_1+l_2+l_3}{2}$; d) $l^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2$; e) $l^2 = \frac{l_1^2+l_2^2+l_3^2}{2}$; f) $l^2 = \frac{l_1^2+l_2^2+l_3^2}{3}$.

3.1642C Locul geometric al punctelor egal depărtate de două drepte în spaţiu neconcurente şi neparalele este

a) un punct; b) o dreaptă; c) un plan; d) un segment; e) o pereche de drepte concurente; f) nici unul din răspunsurile anterioare nu este corect.

3.1643C Fie a, b, c trei drepte cu un punct comun, iar M un punct nesituat pe ele. Despre planele (Ma), (Mb), (Mc) se fac următoarele afirmaţii:
p_1 : au un singur punct comun;
p_2 : numai două din cele trei plane coincid;
p_3 : numai două dintre plane sunt paralele;
p_4 : coincid;
p_5 : au o dreaptă comună;
Care dintre propoziţii adevărată ?

a) p_1; b) p_2; c) p_3; d) p_4; e) p_4 sau p_5; f) p_5.

3.1644C Fie un plan p şi două drepte d_1 şi d_2 concurente şi perpendiculare. Dreapta d_1 face cu planul p un unghi de $30°$, iar dreapta d_2 face cu planul p un unghi de $45°$. Care este măsura unghiului dintre planul p şi planul determinat de dreptele d_1 şi d_2 ?

a) $90°$; b) $30°$; c) $75°$; d) $45°$; e) $60°$; f) $15°$.

3.1645C Un plan şi un cerc care nu este în acest plan

a) nu se intersectează; b) au cel puţin două puncte comune; c) au cel mult două puncte comune; d) au un singur punct comun; e) au o infinitate de puncte comune; f) au cel mult un punct comun.

3.1646C Două semidrepte Ox, Oy care formează unghiul φ se proiecteaază pe un plan (P) în semidreptele $O'x', O'y'$ care formează unghiul φ'. Semidreptele Ox, Oy formează cu planul (P) unghiurile α, β. Atunci există relaţia

a) $\cos\varphi = \cos\varphi' \cos\alpha \cos\beta + \cos\alpha \cos\beta$; b) $\cos\varphi = \cos\varphi' \sin\alpha \sin\beta$;
c) $\cos\varphi' = \cos\varphi \sin\alpha \sin\beta$; d) $\cos\varphi = \cos\varphi' \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$;
e) $\cos\varphi = \cos\varphi' \sin\alpha \sin\beta + \sin\alpha \sin\beta$; f) $\cos\varphi = \cos\varphi' \cos\alpha \cos\beta$.

3.1647C În cubul $ABCDA'B'C'D'$, fie M, N, P mijloacele muchiilor $[AB]$, $[BN]$ şi respectiv $[C'D']$. Exprimaţi perimetrul poligonului de intersecţie dintre cubul dat şi planul determinat de punctele M, N, P în funcţie de lungimea muchiei cubului, a.

a) $5\sqrt{2}a$; b) $\frac{7\sqrt{2}}{3}a$; c) $3\sqrt{2}a$; d) $(1+\sqrt{2})a$; e) $\frac{5+\sqrt{2}}{2}a$; f) $2\sqrt{2}a$.

3.1648C Fie $SABC$ un triedru astfel încât $\widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 45°$, $\widehat{ASB} = 60°$. Să se calculeze valoarea unghiului diedru cu muchia SA.

a) $0°$; b) $30°$; c) $45°$; d) $60°$; e) $90°$; f) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3.1649C Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare. Câte plane α există astfel încât A, B, C, D să fie egal depărtate de α ?

a) nici unul; b) trei; c) patru; d) unul; e) o infinitate; f) două.

3.1650C Într-un plan α se consideră un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6$ şi $BC = 3$. Pe perpendiculara dusă la planul α în punctul A se consideră punctul M astfel încât $AM = AB$. Se notează cu N punctul de pe (MC) cu proprietatea $m(\widehat{BND}) = 90$. Să se determine MN.

a) 4 şi 9; b) $3\sqrt{5}$; c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; d) $6\sqrt{2}$; e) 9; f) 4.

3.1651C Fie π un plan, O un punct exterior lui π şi $A, B \in \pi$ cu $OA = 20$ cm, $OB = 16$ cm. Dacă proiecţia pe planul π a lui OA este de 15 cm, atunci proiecţia lui OB pe π are lungimea

a) 9 cm; b) 6 cm; c) 12 cm; d) $3\sqrt{3}$ cm; e) $2\sqrt{3}$; f) $4\sqrt{3}$.

3.1652C Două drepte d_1 şi d_2 concurente în Q determină planul P. Din punctul $M \notin P$ se duc perpendicularele pe d_1, d_2 cu picioarele M_1, M_2 respectiv. Dacă N este proiecţia punctului M pe P, atunci patrulaterul M_1QM_2N

a) are un singur unghi de $90°$; b) este paralelogram; c) este romb; d) este inscriptibil; e) este pătrat; f) este trapez.

3.1653C Triunghiul ABC având laturile $AB = 5$, $AC = 12$, $BC = 13$, se proiectează pe un plan paralel cu latura AC după triunghiul $A'B'C'$. Ştiind că $A'B' = 4$ să se calculeze$B'C'$ şi măsura unghiului planelor (ABC) şi $(A'B'C')$.

a) $4\sqrt{10}$, $\frac{\pi}{3}$; b) $4\sqrt{10}$, $\arccos\frac{4}{5}$; c) $2\sqrt{10}$, $\arccos\frac{2}{5}$; d) $4\sqrt{10}$, $\frac{\pi}{6}$; e) 2, $\frac{\pi}{5}$;
f) $2\sqrt{10}$, $\arccos\frac{4}{5}$.

3.1654C Se dă cubul $ABCDA'B'C'D'$ de muchie a. Să se determine distanţa de la punctul B' la diagonala BD', precum şi măsura unghiului dintre AB' şi AC.

a) $a\frac{\sqrt{6}}{3}, 60°$; b) $a\sqrt{6}, 60°$; c) $3a, 45°$; d) $a\frac{3}{2}, 30°$; e) $a\sqrt{3}, 30°$; f) $a\frac{3}{2}, 90°$.

3.1655C Fie ABC un triunghi ascuţitunghic. Se poate duce un plan ale cărui intersecţii cu muchiile unui triedru tridreptunghic să dea un triunghi congruent cu ABC ?

a) da; b) da dacă ABC este echilateral; c) da dacă ABC este isoscel; d) nu; e) da, în anumite condiţii; f) depinde de aria triunghiului ABC .

3.1656C Pe planul triunghiului ABC se duce perpendiculara MC. Să se calculeze distanţa d de la punctul A la planul MBC, ştiind că $AB = \sqrt{106}$, $AC = 5$, $MA = 13$ şi $MB = 15$.

a) $d = 6$; b) $d = 3\sqrt{2}$; c) $d = 2\sqrt{3}$; d) $d = 5$; e) $d = 4$; f) $d = 2 + \sqrt{3}$.

3.1657C Se consideră un cub $ABCDA_1B_1C_1D_1$ şi fie E mijlocul lui CD. Atunci planele AED_1 şi C_1BD

a) sunt paralele; b) sunt perpendiculare; c) formează un unghi diedru de măsură $\frac{\pi}{4}$; d) formează un unghi diedru de măsură $\frac{\pi}{3}$; e) coincid; f) formează un unghi diedru de măsură $\frac{\pi}{6}$.

3.1658C Se consideră piramida regulată $[VABC]$ cu latura bazei l şi muchia laterală m $(m > l)$. Să se determine volumul tetraedrului $[VACD]$ unde D este proiecţia vârfului A pe muchia VB.

a) $\frac{l^2(2m^2-l^2)}{24m^2}\sqrt{3m^2-a^2}$; b) $\frac{l^2(2m^2-l^2)}{12m}$; c) $\frac{l^2\sqrt{3m^2-a^2}}{24}$; d) $\frac{l^2m}{3}$; e) $\frac{ml\sqrt{m^2-l^2}}{12}$; f) $\frac{l^2\sqrt{2m^2-a^2}}{12}$.

3.1659C Dreapta CD este perpendiculară pe planul triunghiului echilateral ABC, iar $[AD$ şi $[BD$ formează cu planul (ABC) unghiuri de măsură β. Dacă θ este unghiul dintre planele (ABC) şi (ABD), atunci avem

a) $\operatorname{tg}\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\beta$; b) $\theta = \frac{\pi}{2}$; c) $\theta < \beta$; d) $\sin\theta = \frac{\sin\beta}{\sqrt{3+\sin^2\beta}}$; e) $\sin\theta = \frac{2\sin\beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}$; f) altă relaţie.

3.1660C Catetele unui triunghi dreptunghic sunt respectiv de 3 şi 4. Determinaţi distanţa de la vârful unghiului drept la planul care trece prin ipotenuză şi face cu planul triunghiului un unghi de 30°.

a) $7\sqrt{2}$; b) 5; c) $3\sqrt{3}$; d) $\frac{6}{5}$; e) $7\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $\frac{5}{6}$.

3.9 Ecuaţiile dreptei şi planului

3.1661A Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele de ecuaţii $x-2y+3=0$, $-x+y+1=0$, $2x-3y+a=0$ să fie concurente.

a) $a=1$; b) $a=\pm1$; c) $a=\pm2$; d) $a=2$; e) nu există; f) $a \in \mathbb{R}$.

3.1662A Capetele segmentelor $AB=13$ şi $CD=20$ se află în planele paralele α şi β $(A, C \in \alpha;\ B, D \in \beta)$, iar suma lungimilor proiecţiilor lor pe planul β este 21. Dacă d este distanţa dintre plane, atunci

a) $d=10$; b) $AB \perp \alpha$; c) $d=9$; d) $d=8$; e) $d=18\sqrt{2}$; f) $d=12$.

3.1663A Fie $ax+by+cz+d=0$ ecuaţia planului care trece prin punctul $M(-1,2-3)$ şi are vectorul normal $\vec{n}=(5,-4,1)$. Dacă $s=a+b+c+d$, atunci

a) $s=1$; b) $s=18$; c) $s=15$; d) $s=-10$; e) $s=20$; f) $s=-8$.

3.1664A Valorile $m \in \mathbb{R}$ pentru care perechea de ecuaţii

$$(m-1)x+3y+3mz-1=0, \qquad mx+y-z+5=0$$

reprezintă plane perpendiculare este

a) 1 şi 3; b) -1 şi 2; c) 1 şi -3; d) 4; e) 5; f) 6.

3.1665A Planul care trece prin punctul $A(3,-2,-7)$ şi este paralel cu planul $2x-3z+5=0$ este

a) $2x-3z-25=0$; b) $2x-3z-20=0$; c) $2x-3z-10=0$; d) $2x-3z-27=0$; e) $x-3z-27=0$; f) $2x-z-27=0$.

3.1666A Ecuaţia planului care trece prin origine şi este perpendicular pe planele $2x-y+3z-1=0$ şi $x+2y+z=0$ este

a) $7x-y-z=0$; b) $x-y-5z=0$; c) $7x-2y-5z=0$; d) $7x-3y-z=0$; e) $7x-y-5z=0$; f) $x-7y-5z=0$.

3.1667A Dacă d este distanţa de la punctul $P(1,-1,3)$ la planul care trece prin punctele $A(3,-1,2)$, $B(4,-1,-1)$, $C(2,0,2)$, atunci

a) $d=1$; b) $d=\frac{2}{\sqrt{11}}$; c) $d=\frac{4}{\sqrt{11}}$; d) $d=\frac{2}{\sqrt{7}}$; e) $d=\frac{3}{\sqrt{7}}$; f) $d=\frac{3}{\sqrt{11}}$.

3.1668A Valorile $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care perechea de ecuaţii $2x+ay+3z-5=0$ şi $bx-6y-6z+2=0$ reprezintă plane paralele sunt

a) $a=3, b=-4$; b) $a=3, b=4$; c) $a=-3, b=-4$; d) $a=-1, b=-2$; e) $a=1, b=2$; f) $a=2, b=5$.

3.1669A Ecuaţia planului paralel cu axa Ox care trece prin punctele $A(7,2,-3)$ şi $B(5,6,-4)$ este

a) $x+4z+10=0$; b) $x-4z+10=0$; c) $y-4z+10=0$; d) $y+4z+10=0$; e) $x+4z-10=0$; f) $x+4y+10=0$.

3.1670A Dacă $ax+by+cz-9=0$ este ecuaţia planului care trece prin punctele $A(1,-1,-2)$, $B(3,1,1)$ şi este perpendicular pe planul $x-2y+3z-5=0$ atunci suma $a+b+c$ are valoarea

a) 0; b) -8; c) -2; d) 8; e) 6; f) 4.

3.1671A Dreapta care trece prin punctul $A(-4,-5,3)$ şi intersectează dreptele $\frac{x+1}{3}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-2}{-1}$, $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{-5}$ poate avea parametrii directori

a) $(3,2,-1)$; b) $(3,2,1)$; c) $(1,2,-1)$; d) $(3,1,-1)$; e) $(-3,2,-1)$; f) $(3,-2,-1)$.

3.1672A Parametrii directori ai dreptei care trece prin punctul $A(-1,2,-3)$, este perpendiculară pe vectorul $\vec{a}=(6,-2,-3)$ şi intersectează dreapta $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{5}$ sunt

a) $(2,2,6)$; b) $(2,-3,6)$; c) $(1,2,-6)$; d) $(3,1,-4)$; e) $(3,2,-7)$; f) $(-3,-2,8)$.

3.1673A Valoarea $c \in \mathbb{R}$ pentru care dreapta $\begin{cases} 3x-2y+z+3=0 \\ 4x-3y+4z+1=0 \end{cases}$ este perpendiculară pe vectorul $2\vec{\imath}-\vec{\jmath}+c\vec{k}$ este

a) 2; b) 1; c) -2; d) 3; e) 0; f) 4.

3.1674A Să se determine proiecţia punctului $A(2,-1,3)$ pe dreapta $\frac{x}{3}=\frac{y+7}{5}=\frac{z-2}{2}$.

a) $(3,-2,4)$; b) $(3,2,4)$; c) $(1,-1,4)$; d) $(3,-2,1)$; e) $(3,3,-4)$; f) $(3,-2,5)$.

3.1675A Simetricul punctului $A(4,1,6)$ în raport cu dreapta $\begin{cases} x-y-4z+12=0 \\ 2x+y-2z+3=0 \end{cases}$ este

a) $(1,-2,3)$; b) $(3,2,4)$; c) $(1,-1,4)$; d) $(1,-2,1)$; e) $(3,3,-1)$; f) $(2,-3,2)$.

3.1676A Ecuaţiile dreptei ce trece prin $A(1,2,3)$ şi este paralelă cu vectorul $\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k}$ sunt

a) $x-1=2(y-2)=3(z-3)$; b) $x-1=y-2=z-3$; c) $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$; d) $x=y=z=1$; e) $x+1=y+2=z+3$; f) $x-1=y-2=z-3$.

3.1677A Se consideră dreapta de ecuaţii $x=-4t+5$, $y=4t$, $z=2t-2$. Să se determine distanţa dintre punctele corespunzătoare valorilor $t=0$ şi $t=1$.

a) 6; b) 5; c) 5,5; d) 4; e) 4,5; f) 6,5.

3.1678A Să se determine ecuaţia planului care trece prin punctul $A(3,-2,5)$ şi este perpendicular pe dreapta $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

a) $2x-y+z-13=0$; b) $x-y+z-3=0$; c) $2x-y+z-10=0$; d) $x-y+z-5=0$; e) $x-2y+z-10=0$; f) $x+y-z-3=0$.

3.1679A Să se determine coordonatele punctului de intersecţie al planelor $x+y+z=6$, $2x-y+z=3$, $x+2y-z=2$.

a) $(-3,1,-1)$; b) $(1,-1,4)$; c) $(0,1,-5)$; d) $(1,-6,3)$; e) $(1,2,3)$; f) $(1,-1,2)$.

3.1680A Dreapta $x=y=z$ formează cu planul xOy un unghi de mărime

a) $\arccos\sqrt{2/3}$; b) $\arccos(1/\sqrt{3})$; c) $\pi/4$; d) $\pi/3$; e) $\pi/6$; f) $\pi/8$.

3.1681A Planul $P: x+y=1$ are proprietatea

a) $P\cap Oz=\emptyset$; b) $P\supset Oz$; c) $0\in P$; d) $P\perp xOz$; e) $P\perp yOz$; f) $P\cap xOy=\emptyset$.

3.1682A Dreapta $x=y=2z$ intersectează planul $x+y-4z=1$ în punctul A de coordonate

a) $A\in\emptyset$; b) (0,0,0); c) (1,1,2); d) $(1,1,-4)$; e) (2,2,1); f) (5,0,1).

3.1683A Se dă dreapta $D: \frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ şi planul $P: x+5y-2z+3=0$. Care afirmaţie este adevărată ?

a) D este paralelă cu P; b) D este perpendiculară pe P; c) D taie planul P în $A(2,-1,2)$; d) D taie P în alt punct decât A; e) D nu taie P; f) D este inclusă în P.

3.1684A Distanţa dintre planele de ecuaţii $2x-y+z+5=0$ şi $6x-3y+3z-1=0$ este

a) $\frac{8}{9}$; b) $\frac{9\sqrt{6}}{8}$; c) $\frac{8\sqrt{3}}{9}$; d) $\frac{8\sqrt{6}}{9}$; e) $\frac{9\sqrt{3}}{8}$; f) $\frac{9}{8}$.

3.1685A Distanţa de la punctul $A(1,0,2)$ la planul de ecuaţie $2x-2y+z-3=0$ este

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; d) 0; e) $\frac{1}{9}$; f) $\frac{2}{9}$.

3.1686A Ecuaţia planului care trece prin punctul $A(3,-1,0)$ şi are vectorul normal $\vec{u}=\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+\vec{k}$ este

a) $x+2y+z=1$; b) $x+y+2z+1=0$; c) $2x+3y+2z=3$; d) $x+y+2z=2$; e) $x+3y+3z=0$; f) $x+y+z=2$.

3.1687A Ecuaţia planului care trece prin punctele $A(1,1,1)$, $B(-1,1,1)$, $C(1,-1,1)$, $D(0,-1,1)$ şi $E(-1,0,1)$ este

a) $y=1$; b) $x=1$; c) $x+y+z=3$; d) $z=1$; e) $x-y+z=1$; f) $y+z=0$.

3.1688A Să se determine parametrii reali α şi β astfel ca planele $(\alpha+2)x+3y+z+2\beta-1=0$ şi $6\alpha x+(4-\beta)y-\beta z+\alpha+2=0$ să fie paralele.

a) $\alpha=1,\beta=2$; b) $\alpha=-1,\beta=2$; c) $\alpha=-1,\beta=-2$; d) $\alpha=1,\beta=-2$; e) $\alpha=2,\beta=-1$; f) $\alpha=2,\beta=1$.

3.1689A Să se determine parametrul real m astfel ca dreptele

$$d_1: \frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+4}{3} \quad \text{şi} \quad d_2: \frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z+3}{m}$$

să fie perpendiculare.

a) $m=1$; b) $m=-1$; c) $m=2$; d) $m=3$; e) $m\in\emptyset$; f) $m=4$.

3.1690A Fie punctele $A(-2,4,-2)$, $B(1,3,1,)$, $C(2,4,0)$ şi $D(-1,y,-6)$. Să se determine valoarea lui y ştiind că A,B,C,D sunt coplanare.

a) $y=1$; b) $y=2$; c) $y=3$; d) $y=4$; e) $y=5$; f) $y=7$.

3.1691B Condiţia ca punctul (s,t,st), $s,t \in \mathbb{R}$, $t \in (-2,\infty)$, să aparţină planului $2x+3y+z+1=0$, defineşte o funcţie $s=s(t)$:

a) periodică; b) pară; c) impară; d) crescătoare; e) mărginită; f) descrescătoare.

3.1692B Dreptele de ecuaţii

$$\frac{x-5}{4}=\frac{y-7}{4}=\frac{z+3}{-5}, \quad \frac{x-8}{7}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{5}$$

sunt

a) incluse în planul xOy; b) paralele; c) perpendiculare; d) confundate; e) concurente; f) oarecare.

3.1693B Intersecţia planelor $P_1: 8x+3y+5z=4$, $P_2: 18x-3y+13z=6$ şi $P_3: 3x-3y+4z=1$ este

a) o dreaptă; b) o dreaptă ce conţine punctul (1,1,1); c) un plan; d) un segment de dreaptă; e) un subspaţiu vectorial în $\mathbb{R}^3$; f) un punct

3.1694B Se consideră punctele $A(3,-2,-5)$ şi $B(8,-4,-13)$. Fie $P(a,0,b)$ punctul situat în planul xOz cu proprietatea că $|PA-PB|$ este maximă. Decideţi:

a) $a=2,b=2$; b) $a=-2,b=5$; c) $a=3,b=-2$; d) $a=3,b=4$; e) $a=-2,b=3$; f) $a=1,b=-1$.

3.1695B Ecuaţia planului care trece prin punctul $A(3,4,-5)$ şi este paralel cu vectorii $\vec{u}=(3,1,-1)$, $\vec{v}=(1,-2,1)$ este

a) $x+4y+7z+16=0$; b) $x+4y+z+4=0$; c) $2x+4y+7z+3=0$; d) $x+y+7z+1=0$; e) $x+4y+z+10=0$; f) $x+y+z+16=0$.

3.1696B Ecuaţia planului care trece prin punctele $A(2,-1,3)$ $B(3,1,2)$ şi este paralel cu vectorul $\vec{u}=(3,-1,-4)$ este

a) $x+y+7z+42=0$; b) $x-4y+z+40=0$; c) $2x+4y+7z+30=0$; d) $x+y+7z+10=0$; e) $9x-y+7z-40=0$; f) $10x+y+z+36=0$.

3.1697B Punctul $M(m,n,p)$ aparţine planului $x-z+1=0$ şi dreptei ce trece prin $A(1,2,3)$ şi este perpendiculară pe planul de ecuaţie $x+y+z=1$. Atunci

a) $m=3,n=4,p=5$; b) $m=n=p=1$; c) $m=n=p=-1$; d) $m=1,n=2,p=3$; e) $m=0,n=4,p=5$; f) $m=2,n=1,p=-1$.

3.1698B Să se calculeze volumul piramidei ale cărei feţe sunt planele de coordonate şi planul $3x+6y-2z-24=0$.

a) 64; b) 8; c) 36; d) $\frac{3}{2}$; e) 100; f) $\frac{8}{3}$.

3.1699B Distanţa de la punctul $M_0(3,1,-1)$ la planul $22x+4y-20z=45$ este

a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{13}{2}$; d) $\frac{5}{9}$; e) $\frac{1}{7}$; f) $\frac{14}{5}$.

3.1700B Planul $x+y+z=a$ taie axele Ox, Oy, Oz respectiv în punctul A, B şi C. Dacă volumul tetraedrului $OABC$ este 1/6, atunci

a) $a=1$; b) $b=1/2$; c) $a=116$; d) $a=1/\sqrt{3}$; e) $a=2$; f) $a=3$.

3.1701B Proiecţia dreptei $x=y=az$ unde $a \in \mathbb{R}$, pe planul xOy are ecuaţiile $x-ay=z=0$. Atunci

a) $a=1$; b) nu se poate preciza valoarea lui a; c) $a=0$; d) $a=-1$; e) $a \in \varnothing$; f) $a=\sqrt{2}$.

3.1702B Simetricul punctului $A(1,4,-3)$ faţă de planul de ecuaţie $x+5y-2z+3=0$ este punctul A' de coordonate

a) $(-1,-4,3)$; b) $(1,-4,3)$; c) $(-1,-6,1)$; d) $(1,-6,-1)$; e) $(-1,-4,1)$; f) $(-1,-4,-1)$.

3.1703B Ecuaţia planului care trece prin punctul $M(2,8,0)$ şi conţine drepata D de ecuaţii $\frac{x-5}{4}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{9}$ este

a) $70x+19y-27z=0$; b) $8x-2y-21z=0$; c) $75x+20y-27x-310=0$; d) $75x+19y-27z-302=0$; e) $16x-2y-33z=16$; f) $x-y-6z+6=0$.

3.1704B Să se determine ecuaţia planului care trece prin punctele $A(1,2,3)$, $B(2,3,1)$, $C(3,1,2)$.

a) $2x+y+z-6=0$; b) $x+y+z-6=0$; c) $2x+3y+z-4=0$; d) $x-y+z-6=0$; e) $x+y-z-4=0$; f) $x-y-z+5=0$.

3.1705B Să se determine $\alpha \neq 0$ astfel ca punctul $A(0,\alpha,0)$ să se afle la distanţe egale de planul $3x+4y+25=0$ şi de punctul $B(4,0,3)$.

a) $\alpha=\frac{1}{9}$; b) $\alpha=\frac{100}{9}$; c) $\alpha=\frac{200}{9}$; d) $\alpha=-\frac{200}{9}$; e) $\alpha=\frac{1}{3}$; f) $\alpha=-\frac{1}{3}$.

3.1706B Să se determine ecuaţia carteziană a planului care trece prin punctul de coordonate (1,2,3) şi este perpendicular pe vectorul $\bar{a}=2\bar{\imath}-\bar{\jmath}-\bar{k}$.

a) $2x-y-z+3=0$; b) $x+y-z=0$; c) $x+y+z-6=0$; d) $3x-z=0$; e) $y+z-5=0$; f) $2x-y-z+5=0$.

3.1707C Fie $P(a,b,0)$ punctul din planul xOy pentru care suma distanţelor de la acest punct la punctele $A(-1,2,5)$ şi $B(11,-16,10)$ să fie minimă. Decideţi:

a) $a=3,b=-4$; b) $a=-2,b=-4$; c) $a=3,b=-2$; d) $a=1,b=4$; e) $a=10,b=3$; f) $a=1,b=-1$.

3.1708C Coordonatele punctului P din planul $2x - 3y + 3z - 17 = 0$ pentru care suma distanţelor la punctele $A(3, -4, 7)$ şi $B(-5, -14, 17)$ este minimă sunt

a) $(1, 2, -2)$; b) $(1, 2, -2)$; c) $(-2, -2, 5)$; d) $(4, 2, -2)$; e) $(5, 2, -2)$; f) $(1, 3, -2)$.

3.1709C Să se determine care dintre vectorii următori este vector director al bisectoarei unghiului ABC dacă $A(5, -14, 3)$, $B(-1, -2, 7)$, $C(-3, 1, 1)$.

a) $(-1, 3, 8)$; b) $(1, 1, 1)$; c) $\left(\frac{2}{3}, -2, -5\right)$; d) $(3, 3, -4)$; e) $(-1, 1, 1)$; f) $(1, 1, -1)$.

3.1710C Să se determine abscisa punctului situat pe axa Ox care este egal depărtat de planele $4x - 7y + 14z + 6 = 0$ şi $x - 2y + 2z + 2 = 0$.

a) $\frac{8}{7}$ şi $-\frac{20}{21}$; b) $\frac{8}{7}$; c) 1 ; d) -1; e) $\varnothing$; f) 2.

3.1711C Se cere ecuaţia planului ce trece prin punctul $M_0(1, 1, 2)$ şi care este paralel cu dreptele $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ şi $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$.

a) $2x + 3y = 4$; b) $x + z = 3$; c) $x - z = 5$; d) $x - z = 1$; e) $x + y + z = 2$; f) $2x + 3y - z = 7$.

3.10 Poliedre. Arii şi volume

3.1712A Diagonala unei feţe a unui cub de volum 8 este

a) 2; b) 4; c) $2\sqrt{2}$; d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$; e) $\sqrt{2}$; f) 1.

3.1713A Latura unui tetraedru regulat de volum a^3 este

a) $a\sqrt{2}$; b) $a\sqrt[3]{3}$; c) $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$; d) $a\sqrt{2}\sqrt[3]{3}$; e) $\frac{\sqrt[3]{3}}{a\sqrt{2}}$; f) $\frac{a}{\sqrt{2}\sqrt[3]{3}}$.

3.1714A Volumul unei prisme triunghiulare regulate cu latura bazei de lungime a şi înălţimea h este

a) $\frac{a^2h}{2}$; b) $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$; c) $\frac{a^2h}{4}$; d) $\frac{a^2h\sqrt{3}}{2}$; e) $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$; f) a^2h.

3.1715A Dacă raportul volumelor unei piramide patrulatere regulate şi al trunchiului obţinut prin secţionarea piramidei cu un plan paralel cu baza este $\frac{27}{19}$, atunci raportul subunitar al ariilor bazelor trunchiului este

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{\sqrt[3]{261}}{9}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{\sqrt[3]{19}}{3}$; e) $\frac{7}{9}$; f) $\frac{6}{21}$.

3.1716A Diagonala unui paralelipiped dreptunghic care are înălţimea de lungime 4, aria bazei 6 şi o latură a bazei 3, este de lungime

a) $\sqrt{13}$; b) $2\sqrt{5}$; c) 5; d) $\sqrt{61}$; e) $\sqrt{29}$; f) $\sqrt{43}$.

3.1717A Şase plane distincte care conţin înălţimea unei prisme patrulatere regulate de volum V şi planul mediator al înălţimii împart prisma în corpuri distincte de acelaşi volum v. Atunci v este

a) $\frac{V}{36}$; b) $\frac{V}{12}$; c) $\frac{V}{8}$; d) $\frac{V}{6}$; e) $\frac{V}{4}$; f) $\frac{V}{24}$.

3.1718A Aria laterală a unui tetraedru regulat de latură 2 este

a) $4\sqrt{3}$; b) $3\sqrt{3}$; c) $\sqrt{3}$; d) 4; e) 3; f) 1.

3.1719A Dacă volumul unui tetraedru regulat este 1, atunci prisma triunghiulară cu aceeaşi înălţime ce conţine tetraedrul şi cu o bază comună cu a tetraedrului, are volumul

a) 2; b) 1; c) 4; d) 6; e) 3; f) $\frac{3}{2}$.

3.1720A Volumul piramidei determinate de trei muchii adiacente ale unui cub de latură a este

a) $\frac{a^3}{6}$; b) $\frac{a^3}{3}$; c) $\frac{a^3}{2}$; d) a^3; e) $2a^3$; f) $\frac{2a^3}{3}$.

3.1721A Dacă volumul piramidei hexagonale regulate $VABCDEF$ este x, atunci cel al tetraedrului $VACE$ este

a) $\frac{x}{3}$; b) $\frac{x}{2}$; c) $\frac{x}{6}$; d) $\frac{2x}{3}$; e) $\frac{3x}{4}$; f) $\frac{x}{4}$.

3.1722A Dacă volumul şi aria totală a unui cub au aceeaşi valoare numerică, atunci latura cubului are lungimea

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) 6.

3.1723A Cubul construit pe baza unei piramide patrulatere regulate are acelaşi volum cu cel al piramidei. Atunci raportul dintre latura cubului şi înălţimea piramidei este

a) 1; b) 3; c) $\frac{1}{3}$; d) 2; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{2}{3}$.

3.1724A Un paralelogram de arie 2 se proiectează pe un plan π ce face un unghi de 30^o cu planul paralelogramului. Atunci aria poligonului rezultat prin proiecţie este

a) 2; b) 1; c) $\frac{1}{2}$; d) $\sqrt{3}$; e) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; f) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3.1725A Într-o prismă triunghiulară regulată toate feţele au arii egale. Dacă aria totală este $5\sqrt{3}$, atunci înălţimea prismei este

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) $2\sqrt{3}$; d) $\frac{1}{2}$; e) 1; f) 2.

3.1726A Secţiunea unui cub de latură 1 cu un plan ce conţine diagonala cubului şi este paralel cu diagonala unei feţe are aria

a) $\sqrt{3}$; b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $\frac{3}{\sqrt{2}}$; d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; e) $\sqrt{\frac{3}{2}}$; f) $\sqrt{2}$.

3.1727A Fie O' şi O'' centrele bazelor paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ de volum 24 şi fie M mijlocul muchiei CC'. Calculaţi volumul corpului $VABC$, unde $\{V\} = (MAB) \cap O'O''$.

a) 1; b) 3; c) $\frac{4}{3}$; d) 6; e) 12; f) $\frac{8}{3}$.

3.1728A Apotema unui tetraedru regulat de latură $\sqrt{6}$ este

a) $3/2$; b) $3/\sqrt{2}$; c) 3; d) $1/\sqrt{6}$; e) $\sqrt{6}$; f) $\sqrt{3}/2$.

3.1729A În piramida triunghiulară $OABC$, muchiile OA, OB, OC sunt perpendiculare două câte două. Dacă $OA = OB = 2$, $OC = 4$, să se găsească distanţa de la vârful O la faţa ABC.

a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{8}{3}$; c) $\frac{4}{\sqrt{6}}$; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{4}{7}$; f) $\frac{3}{4}$.

3.1730A În tetraedrul $ABCD$, triunghiul ABC este dreptunghic isoscel, iar piciorul înălţimii din D este centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Să se calculeze volumul V al tetraedrului $ABCD$, cunoscându-se raza cercului circumscris triunghiului ABC, $R = 12$ şi muchia $[BD] = 13$.

a) $V = 120\sqrt{2}$; b) $V = 120\sqrt{3}$; c) $V = 240$; d) $V = 250$; e) $V = 220$; f) $V = 120(1 + \sqrt{2})$.

3.1731A Baza unei prisme drepte este un triunghi cu laturile 6,8 şi 10, iar înălţimea este egală cu 25. Să se calculeze volumul V şi aria laterală A.

a) $V = 200, A = 600$; b) $V = 600, A = 648$; c) $V = 600, A = 600$;
d) $V = 1200, A = 600$; e) $V = 200, A = 648$; $V = 248, A = 600$.

3.1732A Fie un tetraedru $ABCD$ astfel încât $AB = BC$ şi $AD = DC$. Atunci

a) Tetraedrul este regulat; b) $AC \perp BD$; c) nu este posibil un astfel de tetraedru; d) $AC = BD$; e) triunghiul ABC este echilateral; f) triunghiul ACD este echilateral.

3.1733A Tetraedrul regulat $ABCD$, cu muchia a, se secţionează cu un plan variabil paralel cu muchiile opuse $[AB]$ şi $[CD]$. Determinaţi aria maximă a secţiunilor obţinute.

a) $\frac{2a^2}{3}$; b) $\frac{3a^2}{2}$; c) $\frac{4a^2}{3}$; d) $\frac{3a^2}{4}$; e) $\frac{a^2}{4}$; f) $\frac{a^2}{3}$.

3.1734A Se consideră cubul $[ABCDA'B'C'D']$ de latură a (muchiile sunt AA', AB, AD etc). Să se determine distanţa de la A la planul $(A'BD)$.

a) $\frac{a(1+\sqrt{3})}{3}$; b) $\frac{a}{\sqrt{3}}$; c) $a\sqrt{3}$; d) $\frac{a}{\sqrt{2}}$; e) $a\sqrt{2}$; f) $\frac{a}{3}$.

3.1735A Măsura unghiului diedru dintre două feţe ale unui tetraedru regulat este

a) $\arccos\sqrt{2}$; b) $\arccos\frac{1}{4}$; c) $\arccos\frac{1}{2}$; d) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $\arccos\frac{1}{3}$.

3.1736A O prismă triunghiulară regulată de baze ABC şi $A'B'C'$ are volumul V. Atunci volumul tetraedrului $ABCA'$ este

a) $V/2$; b) $V/6$; c) $V/3$; d) $2V/3$; e) $3V/4$; f) $V/4$.

3.1737A În piramida $VABCD$ baza $ABCD$ este un romb cu diagonalele de lungime 8 şi 6, iar înălţimea piramidei VO este de lungime 5. Atunci volumul piramidei este

a) 240; b) 60; c) 120; d) 480; e) 48; f) 40.

3.1738A Lungimea diagonalei unui cub este a. Atunci volumul cubului este

a) a^3; b) $a^3\sqrt{2}$; c) $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$; d) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$; e) $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$; f) $a^3\sqrt{3}$.

3.1739A Prisma triunghiulară regulată, dreaptă $ABCA'B'C'$ are muchia bazei $AB = a$ şi $BA' \perp CB'$. Calculaţi volumul prismei în funcţie de a.

a) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$; b) $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$; c) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$; d) $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$; e) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$; f) $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

3.1740A Un trunchi de piramidă provine dintr-o piramidă regulată cu volumul 125. Dacă raportul dintre lungimile bazei mici şi bazei mari ale trunchiului este $\frac{3}{5}$, să se calculeze volumul V al trunchiului.

a) $V = 100$; b) $V = 50\sqrt{2}$; c) $V = 98$; d) $V = 96$; e) $V = 48\sqrt{2}$; f) $V = 102$.

3.1741A Aria laterală a unei piramide patrulatere regulate este $2\sqrt{3}$, iar înălţimea este egală cu 1. Să se determine latura bazei.

a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) 2; d) $\sqrt{5}$; e) $\sqrt{6}$; f) $3\sqrt{3}$.

3.1742A Se consideră un triunghi dreptunghic isoscel ABC ($AB = AC = a$). În vârful A se ridică perpendiculara pe planul (ABC) pe care se ia un punct M. Se duce $AH \perp (MBC)$. Să se determine $x = AM$ dacă volumul piramidei $HABC$ este maxim.

a) $a\sqrt{2})$; b) $a\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) a; d) $\frac{a}{2}$; e) $\frac{a}{3}$; f) $a\frac{\sqrt{2}}{4}$.

3.1743A Cunoscând diagonala d şi suma s a celor trei dimensiuni a, b, c ale unui paralelipiped dreptunghic, să se calculeze aria sa totală.

a) sd; b) $\frac{s+d}{2}$; c) $s^2 - d^2$; d) $a^2 + b^2 + c^2$; e) $s^2 + d^2$; f) alt răspuns corect.

3.1744A O piramidă regulată are toate muchiile de aceeaşi lungime. Fie A mulţimea acelor numere naturale care pot reprezenta numărul de muchii ale unei astfel de piramide. Atunci

a) $A = \mathbb{N}^*$; b) $A = 2\mathbb{N}^*$; c) $A = \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$; d) $A = \{3, 4, 5\}$; e) $A = \{6, 8, 10\}$; f) $A = 2\,\mathbb{N}^* \setminus \{2, 4\}$.

3.1745A Să se calculeze suma distanţelor de la un punct interior unui paralelipiped dreptunghic, de laturi a, b, c, la cele şase feţe ale sale.

a) $a+b-c$; b) $a-b+c$; c) $a+b+c$; d) $2(a+b+c)$; e) $\frac{a+b+c}{3}$; f) $b+c-a$.

3.1746A Să se calculeze volumul unui paralelipiped dreptunghic a cărui arie totală este 3 şi are dimensiunile a, b, c respectiv proporţionale cu $4, 6, 9$.

a) $\sqrt{19}$; b) 19; c) $\frac{27}{\sqrt{19}}$; d) 216; e) $\frac{27}{19}$; f) $\frac{27}{19\sqrt{19}}$.

3.1747A Să se calculeze volumul unui paralelipiped drept cu baza un romb de latură $\sqrt{3}$, având un unghi ascuţit de $60°$, ştiind că lungimea diagonalei mari a paralelipipedului este $d = 5$.

a) $6\sqrt{3}$; b) $\sqrt{3}$; c) 6; d) $2\sqrt{3}$; e) $3\sqrt{3}$; f) 2.

3.1748B Ariile feţelor unui tetraedru sunt egale. Atunci suma distanţelor h_1, h_2, h_3, h_4 ale unui punct variabil O din interiorul tetraedrului la feţele sale este

a) neconstantă; b) egală cu raza sferei înscrise; c) egală cu raza sferei circumscrise; d) egală cu o înălţime a tetraedrului; e) egală cu suma înălţimilor; f) egală cu $\frac{2}{3}$ dintr-o înălţime.

3.1749B Fie $ABCD$ un tetraedru regulat, M mijlocul laturii AB şi N mijlocul laturii CD. Atunci

a) $MN \| BC$; b) $MN \perp BC$; c) $MN\sqrt{2} = AB$;
d) $MN\sqrt{3} = AB$; e) $MN = AB$; f) $MN = AB\sqrt{2}$.

3.1750B Fie $ABCD$ un tetraedru regulat cu muchiile de lungime a. Fie G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, ACD şi ADB. Să se calculeze aria triunghiului $G_1G_2G_3$.

a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$; b) $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$; c) $\frac{a^2\sqrt{3}}{36}$; d) $\frac{a^2}{36}$; e) $\frac{a^2\sqrt{2}}{9}$; f) $\frac{a^2\sqrt{2}}{36}$.

3.1751B Fie S şi s ariile bazelor unui trunchi de piramidă. Să se determine aria secţiunii făcute cu un plan dus la egală distanţă de baze.

a) $\sqrt{sS}$; b) $\frac{S^2+s^2}{2}$; c) $\frac{\sqrt{S}+\sqrt{s}}{2}$; d) $\frac{S+s}{3}$; e) $\left(\frac{\sqrt{S}+\sqrt{s}}{2}\right)^2$; f) $\left(\frac{S+s}{2}\right)^2$.

3.1752B Să secţionează un tetraedru regulat cu un plan paralel cu două muchii opuse. Atunci secţiunea este

a) romb; b) dreptunghi; c) pătrat; d) paralelogram; e) triunghi; f) pentagon.

3.1753B Pe planul triunghiului dreptunghic isoscel ABC, $AB = AC$, $\hat{A} = 90°$ se ridică o perpendiculară în A, pe care se ia un punct V astfel încât $VA = AD$, D fiind mijlocul lui BC. Să se determine mărimea unghiului diedru dintre planele VAB şi VBC.

a) $30°$; b) $45°$; c) $60°$; d) $90°$; e) $120°$; f) $150°$.

3.1754B În tetraedrul $OABC$ se dau $OA \perp OB, OB \perp OC, OC \perp OA$. Să se calculeze volumul V al tetraedrului $OABC$ dacă $OA = a$, $OB = b$ şi $OC = c$.

a) $V = ab\sqrt{a^2+b^2} + bc\sqrt{b^2+c^2} + ca\sqrt{c^2+a^2}$;

b) $V = \frac{1}{6}\sqrt{(a^2+b^2)(b^2+c^2)(c^2+a^2)}$; c) $V = \frac{\sqrt{32}}{a}bc$; d) $V = \frac{1}{6}abc$;

e) $V = \frac{1}{3}(a+b)(b+c)(c+a)$; f) $V = \frac{\sqrt{2}}{3}(a+b+c)\sqrt{abc}$.

3.1755B Un tetraedru $ABCD$ este astfel încât $AC \perp BD$. Să se calculeze raportul

$$\frac{AB^2+CD^2}{AD^2+BC^2}.$$

a) 2; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{1}{2}$; d) 1; e) $\frac{2}{3}$; f) $\frac{1}{3}$.

3.1756B Baza ABC a piramidei $[VABC]$ este un triunghi dreptunghic cu ipotenuza $BC = 25$ şi o catetă mai mică cu 5 decât cealaltă. Muchia VA este perpendiculară pe ABC şi are lungimea egală cu suma lungimilor catetelor triunghiului ABC. Să se determine volumul piramidei.

a) 2001; b) 1500; c) 1750; d) 1250; e) 2000; f) 1000.

3.1757B Un tetraedru are două feţe triunghiuri echilaterale de latură a şi două feţe triunghiuri dreptunghice isoscele. Aria totală S şi volumul V ale acestui tetraedru sunt

a) $S = \frac{a^2}{2}(1+\sqrt{3})$, $V = \frac{a^3}{6}$; b) $S = a^2\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$;

c) $S = \frac{a^2}{2}\left(1+\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$, $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$; d) $S = a^2\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$;

e) $S = a^2(\sqrt{3}-1)$, $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$; f) alte valori.

3.1758B Într-un tetraedru regulat de muchie l, să se calculeze distanţa dintre mijloacele a două muchii opuse.

a) $\frac{l}{\sqrt{3}}$; b) $\frac{l}{\sqrt{2}}$; c) $\frac{l}{4}$; d) $l\sqrt{3}$; e) $l\sqrt{2}$; e) $\frac{l}{5}$.

3.1759B Fie un tetraedru regulat. Să se exprime suma S a distanţelor de la un punct interior tetraedrului la feţele acestuia, în funcţie de înălţimea h a tetraedrului.

a) $S = h\sqrt{2}$; b) $S = 2h$; c) $S = h$; d) $S = \frac{h}{2}$; e) $S = 3h$; f) $S = \frac{h}{3}$.

3.1760B În tetraedrul regulat $ABCD$, fie M mijlocul muchiei $[DC]$. Calculaţi volumul piramidei $DABM$ în funcţie de muchia m a tetraedrului.

a) $\frac{\sqrt{3}}{9}m^3$; b) $\frac{\sqrt{2}}{4}m^3$; c) $\frac{2\sqrt{2}}{9}m^3$; d) $\frac{3\sqrt{3}}{8}m^3$; e) $\frac{\sqrt{2}}{24}m^3$; f) $\frac{m^3}{6}$.

3.1761B Să se determine volumul unei piramide patrulatere regulate, cunoscând aria S a secţiunii diagonale şi unghiul α făcut de o muchie laterală cu planul bazei.

a) $S\,\mathrm{tg}\,\alpha$; b) $S^{3/2}\,\mathrm{ctg}\,\alpha$; c) $\frac{S\sin\alpha}{2}$; d) $\frac{2}{3}\sqrt{S^3\,\mathrm{ctg}\,\alpha}$; e) $\frac{S^{3/2}\cos\alpha}{3}$; f) $\frac{S^{3/2}\,\mathrm{tg}\,\alpha}{3}$.

3.1762B Fie un triunghi ABC fixat astfel încât $AB = AC$. În vârful A se ridică perpendiculara pe planul triunghiului, pe care se consideră un punct mobil M. Se cere mulţimea proiecţiilor lui A pe planul (MBC).

a) un cerc; b) o dreaptă; c) un segment de dreaptă; d) un semicerc; e) interiorul triunghiului ABC; f) un semiplan.

3.1763B Volumele V_1, V_2, V_3 ale corpurilor obţinute prin rotaţia triunghiului ABC în jurul laturilor BC, CA respectiv AB verifică egalitatea $\frac{1}{V_1^2} - \frac{1}{V_2^2} - \frac{1}{V_3^2} = 0$. Ce fel de triunghi este ABC ?

a) echilateral; b) dreptunghic în A; c) isoscel cu $AB = AC$; d) oarecare; e) isoscel cu $AB = BC$; f) drepunghic în B.

3.1764B O piramidă regulată are ca bază un hexagon regulat de latură 1 şi înălţimea $h = 2$. Dacă α este unghiul dintre două muchii laterale alăturate, atunci

a) $2\sqrt{5}\sin\frac{\alpha}{2} = 1$; b) $\sqrt{5}\sin\alpha = 1$; c) $\sqrt{3}\cos\frac{\alpha}{2} = 1$; d) $\mathrm{tg}\alpha = \sqrt{2}$; e) $\sin^2\alpha = \frac{1}{6}$; f) altă soluţie.

3.1765B Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$. Să se calculeze unghiul dintre dreptele AC şi AB'

a) $\frac{\pi}{2}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{7\pi}{12}$; d) $\frac{\pi}{3}$; e) $\frac{\pi}{5}$; f) $\frac{3\pi}{8}$.

3.1766B Găsiţi unghiul dintre două diagonale ale unui cub.

a) $\arccos\frac{1}{3}$; b) $\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{\pi}{2}$; d) $\frac{\pi}{3}$; e) $\frac{\pi}{6}$; f) $\frac{\pi}{4}$.

3.1767B O piramidă patrulateră regulată este secţionată cu un plan ce trece printr-o muchie a bazei şi prin mijlocul înălţimii. Secţiunea este

a) trapez isoscel; b) dreptunghi; c) pătrat; d) triunghi; e) romb; f) paralelogram.

3.1768C Fie tetraedrul $OABC$ cu OA, OB, OC egale, perpendiculare două câte două şi OP perpendiculara din O pe planul ABC. Atunci lungimea h a lui OP şi φ măsura unghiului diedru format de planul lui ABC cu planul lui OAB sunt

a) $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\,\sqrt{2}$; b) $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\,\sqrt{3}$;
c) $h = a\sqrt{3}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\,\sqrt{3}$; d) $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{3}}{2}$;
e) $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.1769C Înălţimea unei piramide triunghiulare regulate este este 8 şi lungimea muchiei bazei este 2. Să se calculeze aria secţiunii cu un plan ce trece printr-o muchie a bazei şi este perpendiculară pe muchia laterală opusă.

a) $\frac{6}{7}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{1}{7}$; d) $\frac{12}{7}$; e) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; f) $\frac{7}{\sqrt{3}}$.

3.1770C Planul unui triunghi ABC cu înălţimea $AD = a$ şi unghiul drept A se îndoaie după dreapta AD până ce semiplanele (ADB) şi (ADC) devin perpendiculare. Să se afle volumul piramidei $ABCD$.

a) a^3; b) $\frac{a^3}{2}$; c) $\frac{a^3}{6}$; d) $\frac{a^3}{4}$; e) $\frac{2a^3}{3}$; f) $\frac{4a^3}{3}$.

3.1771C Prin fiecare vârf al unui tetraedru T se duce un plan paralel la faţa opusă obţinându-se un nou tetraedru T'. Raportul volumelor $K = \frac{vol\,(T)}{vol\,(T')}$ este

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{27}$; d) $\frac{3}{2}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{6}{7}$.

3.1772C Piramida $VABC$ are baza triunghiul echilateral ABC de latură a. Unghiurile diedre dintre planul bazei şi cele trei plane ale feţelor laterale sunt de $30°, 45°, 60°$. Determinaţi volumul piramidei.

a) $\frac{a^3(4-\sqrt{3})}{52}$; b) $\frac{a^3\sqrt{3}}{26}$; c) $\frac{a^3(2-\sqrt{3})}{4}$; d) $\frac{a^3(2+\sqrt{3})}{15}$; e) $\frac{a^3\sqrt{3}}{25}$; f) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

3.1773C În cubul $ABCDA'B'C'D'$ de muchie a, fie M mijlocul muchiei $[AB]$. Să se calculeze volumul V al tetraedrului $MA'B'C'$.

a) $V = \frac{3}{16}a^3$; b) $V = \frac{2}{3}a^3$; c) $V = \frac{1}{4}a^3$; d) $V = \frac{1}{5}a^3$; e) $V = \frac{2}{5}a^3$; f) $V = \frac{1}{6}a^3$.

3.1774C Fie tetraedrul $SABC$ cu $SA = SB = SC = AB = AC = a$ şi α măsura unghiului diedru format de feţele SAB şi SAC. Să se determine volumul tetraedrului $SABC$ în funcţie de a şi α.

a) $\frac{a^3\sin\alpha}{6}$; b) $\frac{a^3\sin 2\alpha}{3}$; c) $\frac{a^3\sin\alpha}{2}$; d) $\frac{a^3\sin\alpha}{8}$; e) $\frac{a^3\sin\alpha}{3}$; f) $\frac{a^3}{6}$.

3.1775C Cele şase muchii ale unui tetraedru se grupează în trei perechi opuse. Dacă două perechi sunt constituite respectiv din segmente ortogonale, atunci perechea a treia este constituită din

a) segmente ortogonale; b) segmente congruente; c) segmente paralele;
d) segmente coplanare; e) segmente concurente; f) segmente coliniare.

3.1776C Distanţa dintre centrele a două feţe ale unui tetraedru regulat de muchie a este egală cu

a) $\frac{2a}{3}$; b) $\frac{a}{3}$; c) $a\sqrt{3}$; d) $\frac{a}{\sqrt{3}}$; e) a; f) $\frac{a}{2}$.

3.1777C Volumul V al octaedrului regulat de muchie a (poliedrul regulat cu opt feţe triunghiuri echilaterale şi 12 muchii egale realizat luând ca vârfuri centrele feţelor unui cub) este

a) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$; b) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$; c) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$; d) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$; e) $V = a^3$; f) $V = \frac{a^3}{2}$

3.1778C Cele trei dimensiuni a, b, c ale unui paralelipiped dreptunghic sunt proporţionale respectiv cu numerele α, β, γ, iar volumul paralelipipedului este V. Atunci

a) $a = \alpha\sqrt[3]{V}$; b) $a = \sqrt[3]{V/(\alpha\beta\gamma)}$; c) $a = \alpha\sqrt{V/(\alpha\beta\gamma)}$; d) $a = \sqrt[3]{V\alpha\beta\gamma}$; e) $a = \alpha/\sqrt[3]{V/(\alpha\beta\gamma)}$; f) $a = \alpha/\sqrt[3]{V\alpha\beta\gamma}$.

3.1779C În cubul $[ABCDA'B'C'D']$ de muchie a, punctul M este mijlocul muchiei AB, N este mijlocul diagonalei $B'D$, iar P este mijlocul muchiei BC. Calculaţi volumul tetraedrului $[B'MNP]$.

a) $2a^3$; b) $\frac{3}{16}a^3$; c) $\sqrt{2}a^3$; d) $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$; e) $\frac{a^3}{16}$; f) $\sqrt{3}a^3$.

3.1780C Se consideră o piramidă având ca bază un pătrat de latură l, a cărui înălţime cade într-un vârf al bazei şi are lungimea l. Să se afle raza sferei circumscrise piramidei.

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}l$; b) $\frac{1}{2}l$; c) $\frac{\sqrt{3}}{2}l$; d) $l\sqrt{3}$; e) $l\sqrt{2}$; f) $\frac{1}{3}l$.

3.1781C O suprafaţă prismatică are drept secţiune dreaptă un triunghi echilateral ABC de latură 1. Pe muchiile din B şi C se iau de aceeaşi parte a planului ABC punctele B' respectiv C' astfel încât $BB' = \sqrt{2}$ şi triunghiul $AB'C'$ să fie dreptunghic în C'. Fie V volumul corpului $ABCC'B'$ şi α unghiul dintre ABC şi $AB'C'$.

a) $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$; b) $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $V = 1$, $\cos\alpha = \frac{1}{2}$; f) $V = 1$, $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

3.1782C În tetraedrul $ABCD$ avem $AB \perp AD$, $AC \perp AD$, $AB \perp AC$ şi $AB = AC = AD = a$. Dacă M şi N sunt mijloacele muchiilor $[DB]$ şi respectiv $[DC]$, să se calculeze volumul V al piramidei $DAMN$.

a) $V = \frac{a^3}{32}$; b) $V = \frac{a^3}{24}$; c) $V = \frac{a^3}{20}$; d) $V = \frac{2a^3}{25}$; e) $V = \frac{3a^3}{64}$; f) $V = \frac{5a^3}{128}$.

3.1783C Într-un paralelipiped dreptunghic $ABCDA_1B_1C_1D_1$, cu muchiile laterale AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, lungimile laturilor bazei sunt $AB = 8$, $AD = 6$. Calculaţi volumul paralelipipedului ştiind că perimetrul triunghiului ACC_1 este 60.

a) 1050; b) 1052; c) 1150; d) 1152; e) 1055; f) 1080.

3.1784C O prismă triunghiulară regulată $ABCA_1B_1C_1$ are toate muchiile egale cu a. Să se determine minimul lungimii segmentului MN dacă $M \in AA_1$, $N \in B_1C_1$.

a) a; b) $\frac{a}{2}$; c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{a}{3}$; e) 0; f) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

3.1785C Un paralelipiped are ca bază dreptunghiul $ABCD$, iar muchiile $[AB]$, $[AD]$ şi $[AA']$ au respectiv lungimile a, b, c. Unghiurile $\widehat{A'AB}$ şi $\widehat{A'AD}$ sunt congruente şi au măsura x (în radiani). Volumul paralelipipedului este (pentru orice x posibil)

a) abc; b) $\frac{1}{3}abc$; c) $abc\cos x$; d) $abc\sin x$; e) $abc\sqrt{\cos 2x}$; f) $abc\sqrt{-\cos 2x}$.

3.1786C Care este volumul corpului format de punctele dintr-un cub $ABCDA'B'C'D'$ de muchie 1, care au proprietatea că distanţele lor la feţele $ABCD$, $ABB'A'$, $ADD'A'$ pot fi lungimile laturilor unui triunghi ?

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{3}{4}$; e) $\frac{1}{6}$; f) 1.

3.1787C Ştiind că apotema unei piramide hexagonale regulate este egală cu 1 şi face cu planul bazei un unghi de 60°, să se calculeze aria totală a piramidei.

a) $\sqrt{3}$; b) $3\sqrt{3}$; c) $\sqrt{2}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; f) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

3.1788C Cubul $[ABCDA'B'C'D']$ are muchia a. Să se calculeze distanţa de la punctul A la diagonala BD'.

a) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$; b) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; c) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; d) $a\sqrt{2}(1+\sqrt{3})$; e) $\frac{a}{2}$; f) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

3.1789C Un trunchi de piramidă regulată are bazele pătrate de laturi a şi b $(a > b)$, iar înălţimea este h. Calculaţi înălţimea piramidei din care s-a format acest trunchi de piramidă.

a) $\frac{ah}{a-b}$; b) $\frac{b}{a}h$; c) $\frac{a}{b}h$; d) $\frac{ah}{a+b}$; e) $\frac{bh}{a+b}$; f) $\frac{bh}{a-b}$.

3.11 Corpuri rotunde. Arii şi volume

3.1790A Într-o sferă de rază 2, aria unei calote este 8. Atunci înălţimea calotei este de lungime

a) $\frac{2}{\pi}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{\pi}{4}$; d) $\frac{1}{\pi}$; e) 1; f) $\frac{1}{2}$.

3.1791A Aria unei sfere de volum $\frac{4\pi}{3}$ este

a) π; b) 2π; c) 3π; d) 4π; e) 6π; f) 8π.

3.1792A Un con are generatoarea de lungime 3 şi aria totală 4π. Atunci raza conului are lungimea

a) 3; b) 2; c) 4; d) 1; e) $\sqrt{2}$; f) 2.

3.1793A Volumul unui con de generatoare 5 şi rază 4 este

a) 20π; b) $\frac{80\pi}{3}$; c) 32π; d) 16π; e) $\frac{8\pi}{3}$; f) 4π.

3.1794A Generatoarea unui trunchi de con de arie laterală 24π şi raze 5 respectiv 7, este de lungime

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 6; f) 12.

3.1795A Volumul unui trunchi de con de raze 1, 2 şi înălţime 3 este

a) 2π; b) 3π; c) 4π; d) 5π; e) 6π; f) 7π.

3.1796A Raza unui cilindru de volum 6 şi înălţime $\frac{1}{3\pi}$ este

a) $\sqrt{2}$; b) $2\sqrt{2}$; c) $3\sqrt{2}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$; e) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$; f) $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$.

3.1797A Înălţimea unui cilindru de rază 2 şi arie totală 24π este

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 6; f) 8.

3.1798A Raza unei emisfere de volum egal cu cel al unui con de rază 3 şi înălţime 6 este

a) 1; b) $\sqrt{2}$; c) $\sqrt{3}$; d) 2; e) $3\sqrt{3}$; f) 3.

3.1799A Prin rotirea unui pătrat de latură 1 în jurul unei laturi se obţine un corp de arie totală

a) π; b) 2π; c) 3π; d) 4π; e) 6π; f) $\frac{\pi}{3}$.

3.1800A Volumul corpului obţinut prin rotirea unui romb format din două triunghiuri echilaterale de latură a în jurul diagonalei mari este

a) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$; b) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$; c) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$; d) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{12}$; e) $\frac{\pi a^2}{12}$; f) πa^2.

3.1801A Rotind un cerc al cărui diametru are lungimea 1 în jurul unui diametru, se obţine un corp de volum

a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{4\pi}{3}$; c) $\frac{2\pi}{3}$; d) $\frac{\pi}{3}$; e) $\frac{\pi}{2}$; f) π.

3.1802A Raportul razelor a două sfere este $\frac{1}{2}$, iar volumul sferei mari este π. Atunci volumul sferei mici este

a) $\frac{\pi}{24}$; b) $\frac{\pi}{2}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{\pi}{6}$; e) $\frac{\pi}{8}$; f) $\frac{\pi}{12}$.

3.1803A Volumul unui con a cărui secţiune axială este un triunghi echilateral, înscris într-un cilindru de rază 1 este

a) π; b) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$; c) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$; d) $\pi\sqrt{2}$; e) $\pi\sqrt{3}$; f) $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

3.1804A Un cilindru de secţiune axială pătrat de latură 2 are aria totală

a) π; b) 2π; c) 3π; d) 4π; e) 5π; f) 6π.

3.1805A Aria unui cerc mare al unei sfere de arie 9 este

a) 4π; b) $\frac{9\pi}{4}$; c) 9; d) 9π; e) $\frac{9}{4}$; f) $\frac{4}{9}$.

3.1806A Fie o sferă a cărei arie şi volum se exprimă prin acelaşi număr. Atunci raza R a sferei este

a) $R = 2$; b) $R = 1$; c) $R = 3$; d) $R = \sqrt{5}$; e) $R = \sqrt{2}$; f) $R = 1 + \sqrt{2}$.

3.1807A Raza cilindrului circumscris unui cub de latură a este

a) $a\sqrt{3}$; b) $a\sqrt{2}/2$; c) $a\sqrt{3}/2$; d) $a\sqrt{3}/3$; e) a; f) $a/2$.

3.1808A Să se afle la ce distanţă de vârful unui con circular drept de înălţime h, trebuie dus un plan paralel cu baza, pentru ca acest con să fie împărţit în două corpuri de volume egale.

a) $\frac{h}{2}$; b) $\frac{h}{\sqrt{2}}$; c) $\frac{h}{6}$; d) $\frac{h}{\sqrt[3]{2}}$; e) $\frac{2h}{5}$; f) $\frac{h}{4}$.

3.1809A Fie dat un con circular drept cu înălţimea de 5 cm şi raza bazei de 3 cm. Punctul P se află la aceeaşi distanţă de vârful conului şi de punctele de pe cercul bazei. La ce distanţă de planul bazei se află punctul P ?

a) 1,8 cm; b) 1,6 cm; c) 1,4 cm; d) 2,1 cm; e) 2,6 cm; f) 2,4 cm.

3.1810A Lungimile laturilor unui dreptunghi sunt $AB = 3$, $BC = 2$. Fie V_1 volumul corpului obţinut prin rotirea dreptunghiului în jurul laturii AB, V_2 volumul obţinut prin rotirea dreptunghiului în jurul laturii BC şi $k = \frac{V_1}{V_2}$. Atunci

a) $k = \frac{3}{2}$; b) $k = \frac{2}{3}$; c) $k = \frac{3}{4}$; d) $k = \frac{1}{2}$; e) $k = 2$; f) $k = \frac{4}{3}$.

3.1811A Unui trunchi de con circular drept cu razele bazelor r, R, înălţimea h şi generatoarea g, i se poate înscrie o sferă de rază ρ dacă între aceste mărimi există relaţiile

a) $Rr = \rho^2, h = 2\rho, g = R + r$; b) $Rr = \rho^2, h = 2\rho, g = R - r$;
c) $2Rr = \rho^2, h = 2\rho, g = R + r$; d) $4Rr = \rho^2, R + r = 2\rho, g = R + r$;
e) $Rr = \rho^2, h = 2\rho, g^2 = Rr$; f) $R + r = 2\rho^2, h = 2\rho, g = R - r$.

3.1812A Se dă o sferă de rază $R = 2$. Să se calculeze volumul V al unui con înscris în sferă, având generatoarea $G = 3$.

a) $V = \frac{189}{64}\pi$; b) $V = \frac{203}{81}\pi$; c) $V = \frac{90}{32}\pi$; d) $V = \frac{64}{27}\pi$; e) $V = \frac{315}{128}\pi$; f) $V = \frac{525}{243}\pi$.

3.1813A Într-un trunchi de con circular drept este înscrisă o sferă. Volumul acestei sfere este egal cu jumătate din volumul trunchiului de con. Se cere tangenta unghiului format de generatoare şi baza mare a trunchiului de con.

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) 1; d) $\sqrt{2}$; e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; f) $\sqrt{3}$.

3.1814A Într-o sferă de rază R se înscrie o prismă triunghiulară regulată cu înălţimea h. Se cere volumul prismei.

a) $\frac{h}{4}(4R^2 - h^2)$; b) $\frac{3\sqrt{3}h}{16}(4R^2 - h^2)$; c) $\frac{\sqrt{3}h}{16}(2R - h)^2$; d) $\frac{\sqrt{3}h}{4}(4R^2 - h^2)$;
e) $\frac{3\sqrt{3}h}{4}(4R^2 - h^2)$; f) $\frac{3\sqrt{3}h}{16}(8R^2 - h^2)$.

3.1815A Aria totală a unui cilindru circular drept este 80π, iar înălţimea 6. Să se afle volumul cilindrului.

a) 100π; b) 81π; c) 96π; d) 88π; e) 111π; f) 90π.

3.1816A Un triunghi dreptunghic cu catetele b şi c şi ipotenuza a se roteşte pe rând în jurul ipotenuzei şi al celor două catete. S_1, S_2, S_3 fiind ariile laterale ale celor trei corpuri formate avem

a) $S_1 = S_2 + S_3$; b) $S_1^2 = S_2^2 + S_3^2$; c) $\frac{S_2}{S_3} + \frac{S_3}{S_2} = \frac{S_2 + S_3}{S_1}$; d) $S_1^2 = S_2 S_3$;
e) $\frac{S_2}{S_3} + \frac{S_3}{S_2} < 2$; f) $S_1 = \frac{a^2}{bc}(S_2 + S_3)$.

3.1817A Volumul trunchiului de con cu razele $R = 5$, $r = 2$ şi generatoarea $G = 5$ este

a) 42π; b) 50π; c) 14π; d) 52π; e) 26π; f) 5π.

3.1818A Care este volumul cilindrului circular drept circumscris unui cub cu muchia a ?

a) $\frac{a^3\pi}{2}$; b) $a^3(1 + \sqrt{2})\pi$; c) $\frac{a^3(1+\sqrt{2})\pi}{2}$; d) $a^3\pi$; e) $\frac{a^3\pi}{3}$; f) $\frac{a^3\pi}{4}$.

3.1819A Un con circular drept are înălţimea 3. Să se determine volumul conului dacă suma dintre rază şi generatoare este 5.

a) 25π; b) $\frac{65\pi}{3}$; c) $\frac{16\pi}{5}$ sau $\frac{24\pi}{5}$; d) $\frac{64\pi}{25}$; e) problema nu are soluţie; f) $\frac{16\pi}{5}$.

3.1820B La un con circular drept, unghiul unei generatoare cu planul bazei este $\frac{\pi}{4}$, iar înălţimea este h. Atunci volumul V este dat de

a) $V = \pi h^3$; b) $V = \frac{\pi h^3}{2}$; c) $V = \frac{\pi h^3}{4}$; d) $V = \frac{\pi h^3}{3}$; e) $V = \frac{\pi h^3}{\sqrt{3}}$; f) $V = \frac{\pi h^3}{\sqrt{2}}$.

3.1821B În cubul înscris într-o sferă S se înscrie sfera s. Dacă α este raportul volumelor sferelor S şi s, iar β este raportul ariilor acestora, atunci

a) $\alpha = 3\sqrt{3}, \beta = 3$; b) $\alpha = 8, \beta = 4$; c) $\alpha = 2\sqrt{2}, \beta = 2$; d) $\alpha = 27, \beta = 9$;
e) $\alpha = 6\sqrt{6}, \beta = 6$; f) $\alpha = 5\sqrt{5}, \beta = 5$.

3.1822B Un con circular drept şi un cilindru circular drept au aceeaşi înălţime $h = 3$, aceeaşi arie laterală şi acelaşi volum. Aflaţi raza R a bazei conului.

a) 2; b) $\sqrt{3}$; c) 1/3; d) 4; e) 1; f) $1/\sqrt{3}$.

3.1823B Fie dat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB = 4, BC = CD = BA = 2$. Trapezul se roteşte în jurul dreptei BC. Volumul corpului astfel obţinut este

a) 12π; b) $12\pi\sqrt{2}$; c) 14π; d) $14\pi\sqrt{3}$; e) $14\pi\sqrt{2}$; f) $7\pi\sqrt{2}$.

3.1824B Fie v, x, y volumele generate prin rotirea unui triunghi dreptunghic în jurul ipotenuzei şi respectiv în jurul celor două catete. Atunci

a) $v^2 = x^2 + y^2$; b) $v = x + y$; c) $v^2 = xy$; d) $\frac{1}{v^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$; e) $v = \frac{x+y}{2}$;
f) $\frac{1}{v^2} = \frac{2}{xy}$.

3.1825B Pe un diametru fix AB al unei sfere (S) de rază R se consideră un punct variabil M. Fie sferele (S_1) şi (S_2) de diametre AM şi BM. Să se determine poziţia punctului M pentru ca volumul din interiorul sferei (S) şi exteriorul sferelor (S_1) şi (S_2) să fie maxim şi precizaţi valoarea V a volumului maxim.

a) M la mijlocul lui AB şi $V = \frac{2\pi R^3}{3}$; b) M la mijlocul lui AB şi $V = \frac{4\pi R^3}{3}$;
c) M la mijlocul lui AB şi $V = \pi R^3$; d) M la o treime de A din AB şi $V = \frac{2\pi R^3}{3}$; e) M la o treime de A din AB şi $V = \frac{4\pi R^3}{3}$; f) M la o treime de A din AB şi $V = \pi R^3$.

3.1826B Secţiunea axială a unui con este un triunghi echilateral. Să se calculeze volumul sferei înscrise în con dacă aria laterală a conului este 8π.

a) $\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi$; b) $\frac{64\sqrt{2}}{27}$; c) $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$; d) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$; e) $\frac{128\sqrt{3}}{81}$; f) $\frac{32\sqrt{3}}{27}$.

3.1827B Un con circular drept, care are raza bazei R şi înălţimea $h = 2R$, se taie cu un plan paralel cu planul bazei determinând astfel un trunchi de con

de înălţime d. Să se calculeze volumul acestui trunchi de con în funcţie de R şi d.

a) $\frac{\pi d}{12}(12R^2-6Rd+d^2)$; b) $\frac{\pi d}{3}(12R^2-6Rd+d^2)$; c) $\frac{\pi d}{12}(6R^2-6Rd+d^2)$;
d) $\frac{\pi d}{12}(12R^2-6Rd+3d^2)$; e) $\frac{\pi d}{12}(12R^2-Rd+d^2)$; f) $\frac{\pi d}{4}(12R^2-6Rd+d^2)$.

3.1828B Fie un cub $ABCDA_1B_1C_1D_1$ cu latura a. Se cere raza sferei care trece prin A, B, C şi prin centrul feţei $A_1B_1C_1D_1$.

a) $\frac{a}{4}$; b) $\frac{a}{2}$; c) $\frac{3a}{4}$; d) $\frac{a}{3}\sqrt{3}$; e) $\frac{a}{4}\sqrt{2}$; f) $\frac{a}{3}\sqrt{6}$.

3.1829B Un cilindru şi un con circular, cu aceeaşi înălţime, au acelaşi volum. Calculaţi raportul dintre raza conului şi raza cilindrului.

a) $\sqrt{2}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\sqrt{3}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\sqrt{5}$; f) $\frac{5}{4}$.

3.1830B Un triunghi dreptunghic cu catetele b şi c şi ipotenuza a se roteşte pe rând în jurul ipotenuzei şi al celor două catete. Dacă V_1, V_2, V_3 sunt volumele corpurilor astfel formate, avem:

a) $\frac{1}{V_1^2}=\frac{1}{V_2^2}+\frac{1}{V_3^2}$; b) $V_1=V_2+V_3$; c) $V_1^2=V_2V_3$; d) $\frac{V_2}{V_3}+\frac{V_3}{V_2}=\frac{V_2+V_3}{V_1}$;
e) $V_1^2=V_2^2+V_3^2$; f) $\frac{V_2}{V_3}+\frac{V_3}{V_2}<2$.

3.1831B Sfera înscrisă în cubul de latură 2 are volumul

a) $\frac{32\pi}{3}$; b) $\frac{8\pi}{3}$; c) π; d) $\frac{4\pi}{3}$; e) $\frac{\pi}{5}$; f) $\frac{16\pi}{5}$.

3.1832B Un trunchi de con având raza mare $r=9$ se circumscrie unei sfere de rază $R=6$. Să se calculeze raza mică a trunchiului de con.

a) 1; b) 5; c) 2; d) 6; e) 3; f) 4.

3.1833C Dacă un poliedru convex este circumscriptibil (există o sferă înscrisă în el, deci o sferă tangentă la toate feţele sale) iar aria totală este S şi volumul V, atunci raza r a sferei înscrise este dată de:

a) $r=\frac{2V}{3S}$; b) $r=\frac{3V}{S}$; c) $r=\frac{V}{S}$; d) $r=\frac{V}{2S}$; e) $r=\frac{V}{3S}$; f) $r=\frac{3V}{4S}$.

3.1834C Raportul dintre volumul corpului obţinut prin rotirea unui triunghi echilateral de latură a în jurul unei laturi şi cel determinat de triunghiul ortic prin aceeaşi rotire este

a) 3; b) 4; c) 6; d) $6\sqrt{3}$; e) 12; f) 16.

3.1835C Fie o sferă de rază r înscrisă într-un con circular drept, având unghiul de la vârf de 60°. Determinaţi în funcţie de raza sferei, aria totală şi volumul conului.

a) $9\pi r^2, 6\pi r^3$; b) $6\pi r^2, 3\pi r^3$; c) $9\pi r^2, 3\pi r^3$; d) $2\pi r^2, 3\pi r^3$; e) $9\pi r^2, \pi r^3$;
f) $9\pi r^2, 2\pi r^3$.

3.1836C În sfera de rază R se înscrie un corp format dintr-un cilindru, având raza bazei r, completat cu două conuri identice aşezate pe cele două baze ale cilindrului. Să se determine volumul unuia dintre conuri în funcţie de R şi r.

a) $\frac{1}{2}\pi r^2(R-\sqrt{R^2-r^2})$; b) $\frac{1}{3}\pi r^2(2R-\sqrt{4R^2-r^2})$; c) $\frac{1}{3}\pi r^2(R-\sqrt{R^2-r^2})$;
d) $\frac{1}{6}\pi r^2(R-\sqrt{R^2-r^2})$; e) $\frac{1}{6}\pi r^2(2R-\sqrt{4R^2-r^2})$; f) $\frac{1}{4}\pi r^2(2R-\sqrt{4R^2-r^2})$.

3.1837C Fie un con (circular drept) echilateral circumscris unei sfere. Fie A aria totală a conului, S aria sferei V volumul conului şi V' volumul sferei. Atunci

a) $\frac{S}{A}=\frac{1}{2}$, $\frac{V'}{V}=\frac{3}{4}$; b) $\frac{S}{A}=\frac{4}{9}$, $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$; c) $\frac{S}{A}=\frac{4}{9}$, $\frac{V'}{V}=\frac{4}{9}$;
d) $\frac{S}{A}=\frac{2}{3}$, $\frac{V'}{V}=\frac{3}{4}$; e) $\frac{S}{A}=\frac{1}{2}$, $\frac{V'}{V}=\frac{4}{9}$; f) $\frac{S}{A}=\frac{4}{7}$, $\frac{V'}{V}=\frac{4}{7}$.

3.1838C Desfăşurarea unui con este un sector de cerc cu raza $R=6$ şi unghi la centru de mărime $\frac{2\pi}{3}$. Să se calculeze aria laterală $\mathcal{A}$ a conului.

a) $\mathcal{A}=6\sqrt{3}\pi$; b) $\mathcal{A}=10\pi$; c) $\mathcal{A}=12\pi$; d) $\mathcal{A}=9\sqrt{2}\pi$; e) $\mathcal{A}=\frac{32}{3}\pi$;
f) $\mathcal{A}=15\pi$.

3.1839C Razele bazelor unui trunchi de con circular drept sunt R şi $\frac{R}{2}(3-\sqrt{5})$. Ştiind că în acest trunchi de con se poate înscrie o sferă, să se determine înălţimea trunchiului în funcţie de R.

a) $R\sqrt{5}$; b) $R(\sqrt{3}-1)$; c) $\frac{R}{3}(\sqrt{5}-1)$; d) $R(\sqrt{2}-1)$; e) $R(\sqrt{5}-1)$; f) $\frac{R}{2}(\sqrt{3}-1)$.

3.1840C Într-o piramidă patrulateră regulată se înscrie o sferă astfel ca înălţimea piramidei să fie de 4 ori diametrul sferei. Să se determine raportul dintre volumele sferei şi piramidei.

a) $\frac{\pi}{10}$; b) $\frac{3\pi}{32}$; c) $\frac{5\pi}{16}$; d) $\frac{5\pi}{32}$; e) $\frac{3\pi}{25}$; f) $\frac{6\pi}{25}$.

3.1841C Se consideră patru sfere de rază $\sqrt{3}$, tangente două câte două. Să se determine înălţimea unui con circular drept circumscris celor patru sfere.

a) $3+2\sqrt{2}+\sqrt{3}$; b) $\sqrt{6}+2\sqrt{2}+\sqrt{3}$; c) $2\sqrt{2}+\sqrt{3}$; d) $3+2\sqrt{3}+\sqrt{2}$;
e) $2\sqrt{3}+\sqrt{6}$; f) alt răspuns.

3.1842C Într-un trunchi de con, cu razele bazelor respectiv r_1 şi r_2, este înscrisă o sferă. Se cere aria sferei.

a) $4\pi r_1r_2$; b) $\pi(r_1^2+r_2^2)$; c) $2\pi r_1r_2$; d) $3\pi(r_1^2+r_1^2)$; e) $\frac{3\pi}{2}r_1r_2$; f) $2\pi(r_1^2+r_2^2)$.

3.1843C Fie conul circular drept cu raza bazei 3 şi înălţimea 4. Determinaţi raportul dintre volumul sferei circumscrise şi volumul sferei înscrise.

a) 4; b) $\frac{25}{11}$; c) $4\sqrt{3}$; d) $\left(\frac{25}{12}\right)^3$; e) $5\frac{\sqrt{3}}{2}$; f) 6.

3.1844C Un con circular drept are generatoarea de lungime 1 şi trei generatoare perpendiculare două câte două. Să se afle volumul conului.

a) $2\pi\sqrt{3}$; b) 2π; c) $\frac{2\pi}{9\sqrt{3}}$; d) π; e) $\pi\sqrt{2}$; f) $9\sqrt{3}\pi$.

Capitolul 5

Răspunsuri

1. Algebră

1.1 Mulţimi, funcţii. Funcţia de gradul al doilea

1 d) **2** e) **3** d) **4** b) **5** c) **6** b) **7** a) **8** f) **9** e) **10** a) **11** e) **12** d) **13** a) **14** c) **15** a) **16** f) **17** b) **18** e) **19** b) **20** e) **21** c) **22** e) **23** d) **24** f) **25** a) **26** c) **27** b) **28** c) **29** d) **30** a) **31** c) **32** d) **33** b) **34** b) Notăm $t = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$ şi obţinem $t \in \left[\frac{4}{5}, \infty\right)$ de unde $(x-2)^2 + \frac{1}{5} \geq 0$, deci $x \in \mathbb{R}$. **35** c) $(x-4)^2 + (y-4)^2 - 32 + m > 0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, de unde rezultă $-32 + m > 0$, deci $m > 32$. **36** a) **37** c) **38** c) **39** b) **40** a) **41** e) **42** d) **43** b) deoarece $A = (-3, \infty)$ şi $B = (-\infty, \frac{3}{2}]$. **44** b) **45** f) **46** b) **47** a) **48** f) **49** c) **50** a) **51** c) **52** f) **53** e) **54** a) **55** e) **56** b) **57** b) **58** a) **59** d) **60** c) **61** b) **62** c) **63** b) **64** d) **65** d) **66** d) **67** d) **68** c) **69** e) **70** d) **71** a) **72** a) $\sqrt[8]{72} < \sqrt[4]{12}$ deoarece $72 < 12^2 = 144$, iar $\sqrt[4]{12} < \sqrt{6}$, adică $12 < 6^2 = 36$ deci corect este a). **73** c) f este injectivă ($3x_1 + 2 = 3x_2 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2$) şi surjectivă deoarece $f(-\infty) = -\infty$, $f(+\infty) = \infty$ şi pentru orice $y \in \mathbb{R}$ există $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $y = 3x + 2$ şi anume $x = \dfrac{y-2}{3}$. Deoarece $3|x| + 2 \geq 2$, avem Im $g = [2, \infty)$, deci g nu este surjectivă. Funcţia g nu este nici injectivă pentru că $g(x_1) = 3|x_1| + 2 = 3|-x_1| + 2 = g(-x_1)$. **74** e) **75** c) **76** c) **77** c) **78** c) **79** c) **80** b) **81** d) **82** d) **83** b) **84** c) **85** b) **86** c) **87** a) **88** d) **89** f) **90** b) **91** d) Se face substituţia $t = x - \frac{1}{x}$. **92** e) **93** c) **94** d) **95** a) **96** a) **97** b) **98** b) Condiţii de existenţă: $x \geq 1$, $x^4 - x - 1 \leq 0$. După ridicare la pătrat rezultă şi condiţia $2x - x^2 \leq 0$, i.e. $x \in [0, 2]$. După o nouă ridicare la pătrat se obţine ecuaţia $4x^3 - 4x^2 - x = 0$ cu singura soluţie convenabilă $x = (1 + \sqrt{2})/2$. **99** c) **100** a) Condiţii: $x \in [-9, 97]$. Notăm $\sqrt[4]{97 - x} = u \geq 0$, $\sqrt{9 + x} = v \leq 0$. Se obţine sistemul $u + v = 8$, $u^4 + v^2 = 106$ de unde rezultă ecuaţia $u^4 + u^2 - 16u - 42 = 0$

cu singura soluţie pozitivă $u = 3$; se obţine $x = 16$. **101** e) **102** c) **103** c) **104** d) deoarece $A = [\frac{1}{2}, \infty)$ şi $B = [-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}]$. **105** d) **106** c) **107** e) **108** b) **109** d) **110** b) **111** d) **112** e) **113** d) **114** e) **115** c) **116** a) **117** e) **118** b) Se folosesc relaţiile lui Viete. **119** a) **120** a) **121** b) **122** a) **123** a) **124** d) **125** b) **126** d) Cazul $m = 2$ nu convine (o singură rădăcină) **127** b) Punctul $(-1, 3)$ al dreptei $y = 2 - x$ nu este vârful nici unei parabole. **128** b) **129** d) **130** b) **131** c) **132** b) **133** b) **134** c) **135** a) **136** b) **137** Deoarece $1 - x > 0$, $x < 1 \Rightarrow |x + 1| = x + 1$ pentru $x > 1$ ($|x + 1| = -x - 1$ pentru $x < -1$ ar da $2 = 0$) deci $x \in [-1, 1] \Rightarrow 1 - x = x + 1 \Rightarrow x = 0$, valabil c). **138** c) **139** a) **140** a) **141** c) **142** a) **143** e) **144** a) **145** b) **146** d) **147** d) **148** a) **149** f) **150** b) **151** b) **152** a) este necesar şi suficient ca ecuaţia $f(x) = g(x)$ să nu admită soluţii. **153** b) **154** a) **155** c) **156** c) **157** a) **158** e) **159** d) **160** b) **161** b) Se face graficul funcţiei şi rezultă condiţiile $a > 0$ şi $a - 2 \leq 1 - 2a$. **162** d) **163** c) Se determină $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $f(x) = y$ să aibă rădăcini reale dacă şi numai dacă $y \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$. **164** d) Se foloseşte identitatea $|x - y| = \sqrt{(x - y)^2} = \sqrt{(x + y)^2 - 4xy}$. **165** c) Avem $x, y \in \mathbb{N}, x \geq 4, y \geq 3$. Ecuaţia se rescrie $(x + 1) + (y + 1) = 9$, cu singura soluţie $x = 4, y = 3$. **166** b) Relaţia se rescrie $a^2\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) + 2ab\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq 2a^2 + 4ab$, şi este evident implicată de egalităţile $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 2$ şi $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$, care au loc pentru orice $x, y > 0$. **167** d) Cum $ab = cd$ şi $a - b = d - c \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ şi ecuaţia devine $[x - (a + b)]^2 + [y - (a - b)]^2 = 0 \Rightarrow x = a + b, y = a - b$. **168** e) $E(x, y) = (2x + 3y - 5)^2 + (y - 1)^2 + 7$, şi minimul se atinge pentru $\begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$, iar $E(1, 1) = 7$. **169** f) Obţinem $\frac{xy}{x+y} = \frac{(25a^2-7)/3}{5a} < 0 \Leftrightarrow a \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{7}}{5}\right) \cup \left(0, \frac{\sqrt{7}}{5}\right)$. **170** b) **171** c) **172** b) **173** d) **174** c) **175** a) **176** c) **177** d) **178** a) **179** d) **180** a) Din $y = -x^2 + 1$, $x \leq -1$ rezultă $x = -\sqrt{1 - y}$, $y \leq 0$, deci schimbând variabila avem $y = -\sqrt{1 - x}$, $x \leq 0$. Analog din $y = 2x + 3$, $x > -1$, $y > 1$ rezultă $x = \frac{1}{2}(y - 3)$, $y > 1$, deci schimbând rolul variabilelor $y = \frac{1}{2}(x - 3)$, $y > 1$, deci corect este a). **181** c) **182** a) **183** d) **184** f) **185** e) **186** d) **187** a)

1.2 Funcţia exponenţială şi funcţia logaritmică

188 b) **189** b) **190** c) **191** d) **192** a) **193** b) **194** c) **195** f) **196** a) **197** a) **198** c) **199** c) **200** d) **201** e) **202** f) **203** a) **204** c) **205** c) **206** c) **207** a) **208** d) **209** d) **210** c) **211** b) **212** d) **213** b) **214** c) **215** c) **216** c) **217** c) **218** a) **219** d) **220** b) **221** b) **222** e) **223** f) **224** c) **225** f) **226** f) **227** d) **228** b) **229** b) **230** d) Notăm $(1 + \sqrt{3})^x = t > 0$ şi inecuaţia devine $(t - 1)^2(t + 2) > 0$ cu soluţia $t \in (0, \infty) \setminus \{0\}$. **231** d) **232** d) **233** c) **234** f) **235** a) **236** f) **237** d) **238** e) **239** b) **240** c) **241** f) **242** e) **243** a) **244** d) **245** a) Se va observa că funcţia $f\colon [2, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}} + 3^{\sqrt{x^2-4}} + 4^{\sqrt{x^2-x-2}}$ este strict crescătoare, iar $f(2) = 3$. **246** b) **247** c) **248** b) **249** b) $x = 3^{\log_4(4y)} \Rightarrow 3^{3^{\log_4(4y)}} + 4^y = 13$ care are soluţie unică. **250** a) **251** d) **252** a) **253** Pentru $x = 3$ avem egalitate, iar funcţiile $f(x) = \frac{3^x}{6^x}$, $g(x) = \frac{4^x}{6^x}$, $h(x) = \frac{5^x}{6^x}$ sunt descrescătoare deci şi $\varphi(x) = f(x) + g(x) + h(x)$ este descrescătoare; $\varphi(0) = 3$, $\varphi(3) = 1$, prin urmare $x \leq 3$ verifică, deci d). **254** a) **255** b) **256** f)

1.3 Numere complexe. Inducţie şi combinatorică. Polinoame

257 c) **258** b) **259** a) **260** d) **261** b) **262** f) **263** e) **264** c) **265** e) **266** d) **267** c) **268** a) **269** b) **270** c) **271** f) **272** a) **273** a) **274** f) **275** f) **276** c) **277** c) **278** a) **279** e) **280** d) **281** e) **282** a) **283** c) **284** e) **285** f) **286** e) **287** c) **288** e) **289** b) **290** d) **291** c) **292** c) **293** d) **294** f) **295** c) **296** a) **297** a) **298** c) **299** a) **300** f) **301** b) **302** b) **303** c) **304** b) **305** a) **306** a) **307** f) **308** a) **309** b) **310** a) **311** e) **312** d) **313** c) **314** c) **315** b) **316** d) **317** e) **318** a) **319** d) **320** a) **321** f) **322** c) **323** a) **324** b) **325** c) **326** d) **327** d) **328** a) **329** b) **330** c) **331** c) **332** d) **333** d) **334** e) **335** b) **336** b) **337** a) **338** b) **339** a) **340** a) **341** f) **342** c) **343** d) **344** b) **345** b) **346** c) **347** f) **348** a) Se va arăta că $w = \bar{w}$. **349** b) Se va pune condiţia $w = \bar{w}$. **350** b) **351** d) **352** c) Se va folosi relaţia $(k + 1)C_{n+1}^{k+1} = (n + 1)C_n^k$. **353** d) **354** c) **355** e) Se calculează $(1 + i)^n$ în două moduri: se dezvoltă cu formula binomului lui Newton şi $(1 + i)^n = (\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}))^n$. **356** b) Avem $10 \cdot C_{40}^2$ cazuri cu o bilă albă şi C_{40}^3 cazuri cu 3 bile negre, deci în total $10 \cdot C_{40}^2 + C_{40}^3 = 17680$ cazuri cu cel mult o bilă albă. **357** d) **358** b) **359** b) **360** c) **361** a) **362** b) Rădăcinile sunt de forma $x_1 = \frac{\alpha}{q}$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \alpha q$, şi se vor folosi relaţiile lui Viète. **363** c) **364** d) **365** d) **366** e) Înlocuind i în ecuaţie, rezultă $m = 7 + 8i$; împărţind prin $z - i$, se află soluţiile $z_{2,3} \in \{1 + 2i, 3 - 2i\}$. Cum z_2 şi z_3 se pot alege în două moduri diferite, a poate lua două valori posibile. **367** c)

1.4 Matrice. Determinanţi. Sisteme liniare

368 f) **369** b) **370** e) **371** d) **372** d) **373** f) **374** a) **375** c) **376** f) **377** e) **378** c) **379** e) **380** a) **381** b) **382** d) **383** e) **384** b) **385** a) **386** d) **387** a) **388** d) **389** a) **390** c) **391** f) **392** e) **393** b) **394** f) **395** e) **396** b) **397** d) **398** d) **399** d) **400** c) **401** c) **402** d) **403** c) **404** c) Se adună toate liniile la prima, se dă factor comun $x + 4a$ şi se scade prima coloană din celelalte. **405** a) **406** b) **407** d) **408** c) **409** c) **410** e) **411** b) **412** d) **413** f) **414** b) **415** a) **416** d) **417** c) **418** a) **419** e) **420** d) **421** d) **422**

c) Dacă punem $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, atunci $A = I_3 + B$ şi deoarece $I_3 B = B I_3$, putem aplica formula binomului pentru calculul lui $(I_3 + B)^n$, unde se va ţine seamă că $B^n = 0$ pentru $n \geq 3$. **423** f) **424** d) **425** d) **426** d) Prin calcul rezultă

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$A^4 = I_4$ deci $A^{20} = (A^4)^5 = I_4$. **427** d) **428** a) **429** a) **430** b) **431** b) **432** d) **433** f) **434** d) **435** e) **436** a) **437** d) **438** b) Pentru calculul lui $\det(I_n + aA)$ se vor aduna toate coloanele (liniile) acestui determinant la prima coloană (linie). **439** e) Se scrie $A = 2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi rezultă

$A^n = 2^n \begin{pmatrix} \cos\frac{n\pi}{3} & -\sin\frac{n\pi}{3} & 0 \\ \sin\frac{n\pi}{3} & \cos\frac{n\pi}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **440** d) **441** a) Sistemul $AB = O_n$ cu necunoscute coeficienţii $b_1, \ldots, b_n$ ai matricei $B = \begin{pmatrix} b_1 & \ldots & b_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & \ldots & b_n \end{pmatrix}$ este sistem liniar omogen de determinant nul, deci admite soluţii nebanale. **442** e) Indicaţie: prin schimbări de linii sau coloane între ele şi prin înmulţiri cu -1 ale unor linii sau coloane $|D|$ nu se schimbă. Rămân de studiat cazurile:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \quad \text{si} \quad \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \quad \text{etc.}$$

443 c) **444** b) **445** a) **446** f) **447** c) **448** e) **449** b) Determinantul (Vandermonde) al sistemului este $ab(b-a)$. **450** e) Obţinem $\Delta = 0 \Leftrightarrow a \in \{-1, 2\}$, iar pentru $a = -1$ sistem simplu nedeterminat, deci $a = 2$. **451** d) **452** b) **453** c)

1.5 Structuri algebrice

454 c) **455** e) **456** a) **457** f) **458** b) **459** f) **460** d) **461** f) **462** d) **463** c) **464** c) **465** d) **466** c) **467** c) **468** b) **469** a) **470** d) **471** c) **472** a) **473** b) **474** d) **475** a) **476** e) **477** f) **479** b) **480** f) **481** a) **482** f) **483** a) **484** b) **485** c) **486** a) **487** b) **488** d) **489** f) **490** b) **491** e) **492** b) Trebuie să fie satisfăcută una din relaţiile $AB = O_2$, $BA = O_2$. **493** a) **494** f) **495** a) **496** d) **497** c) **498** b) **499** e) **500** b) **501** a) **502** b) **503** e) **504** a) **505** e) **506** d) **507** c) **508** c) **509** e) **510** b) **511** d) **512** d) **513** b) **514** d) **515** c) **516** e) Fie $H = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Atunci mulţimea $\{a_1^2, a_1 a_2, \ldots, a_1 a_n\}$ este egală cu H, deci există $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ astfel încât $a_1 a_j = a_1$; rezultă că elementul neutru este a_j şi deci aparţine lui H. Analog se arată că orice element din H are simetricul tot în H. **517** b) **518** b) **519** d) **520** d) **521** c) **522** a) **523** b) **524** c)

2. Analiză matematică

2.1 Numere reale. Progresii. Şiruri

525 c) **526** f) **527** a) **528** b) **529** d) **530** a) **531** e) **532** c) **533** f) **534** b) **535** f) **536** e) **537** a) **538** e) **539** f) **540** c) **541** a) **542** b) **543** b) Se ţine seama că $\varepsilon_1 = |\pi^2 - 10|$, $\varepsilon_2 = |e^3 - 20|$, $\pi \cong 3,1416$, $e \cong 2,7183$. **544** a) **545** e) **546** c) **547** c) **548** a) **549** b) **550** d) **551** c) **552** c) **553** f) **554** e) **555** a) **556** e) **557** d) **558** a) **559** b) Dacă $x_{2n} \to \ell_1$, $x_{2n+1} \to \ell_2$, $x_{3n} \to \ell_3$, atunci $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3$ deoarece subşirurile $x_{2n} \cap x_{3n}$ şi $x_{2n+1} \cap x_{3n}$ au amândouă limita ℓ_3. **560** d) **561** a) Din prima relaţie $z = 3 - x - y$ şi prin înlocuire în a doua se obţine $x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y + 3 = 0$, care, considerată ca o ecuaţie în y, conduce la $y = \frac{1}{2}(3 - x \pm \sqrt{-3(x-1)^2}$. Rezultă $x = 1$, etc. **562** c) **563** d) **564** d) $D = (1, \infty) \cup \{e^{-n} | n \in \mathbb{N}^*\}$ **565** e) **566** c) **567** d) **568** f) Se recomandă graficul lui f. **569** a) **570** b) **571** b) **572** a) **573** c) **574** b) Se porneşte de la identitatea $\sum_{k=1}^{n} q^{k-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$, $\forall q \neq 1$. Derivând în raport cu q, obţinem: $\sum_{k=1}^{n} (k-1) q^{k-2} = \left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)'$; înmulţind cu q, obţinem suma seriei $\sum_{k=1}^{n} (k-1) q^{k-1}$.

2.2 Limite

575 c) **576** a) **577** d) **578** b) **579** d) **580** c) **581** e) **582** f) **583** d) **584** b) **585** a) **586** d) **587** d) **588** c) **589** c) **590** d) **591** d) **592** d) **593** a) **594** b) **595** c) **596** e) **597** a) **598** a) **599** c) **600** c) **601** d) **602** d) **603** a) **604** b) **605** f) **606** e) **607** f) **608** a) **609** c) **610** c) **611** c) **612** f) **613** d) **614** d) **615** c) **616** c) **617** d) **618** a) **619** b) Pentru $0 < \alpha < 1$ avem $0 < a_n < \alpha^n \to 0$; pentru $\alpha = 1$ avem $a_n = \frac{1}{2^n} \to 0$; pentru $\alpha > 1$ avem $0 < a_n < \frac{\alpha^n}{\alpha \cdot \alpha^2 \cdots \alpha^n} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}} \to 0$. **620** f) **621** c) $\ell = \lim\limits_{x \to 7} \dfrac{\dfrac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7} - \dfrac{\sqrt[3]{x+20} - 3}{x-7}}{\dfrac{\sqrt[4]{x+9} - 2}{x-7} - \dfrac{\sqrt[5]{x+25} - 2}{x-7}}$. Notăm $t = \sqrt{x+2}$, $u = \sqrt[3]{x+20}$, $v = \sqrt[4]{x+9}$, $w = \sqrt[5]{x+25}$ şi obţinem succesiv $\lim\limits_{t \to 3} \dfrac{t-3}{t^2-9} = \lim\limits_{t \to 3} \dfrac{1}{t+3} = \dfrac{1}{6}$,

$\lim\limits_{u\to 3}\dfrac{u-3}{u^3-27}=\lim\limits_{u\to 3}\dfrac{1}{u^2+3u+9}=\dfrac{1}{27}$, $\lim\limits_{v\to 2}\dfrac{v-2}{v^4-16}=\lim\limits_{v\to 2}\dfrac{1}{v^3+2v^2+4v+8}=\dfrac{1}{32}$, $\lim\limits_{w\to 2}\dfrac{w-2}{w^5-32}=\lim\limits_{w\to 2}\dfrac{1}{w^4+2w^3+4w^2+8w+16}=\dfrac{1}{5\cdot 16}=\dfrac{1}{80}$. Se poate utiliza şi regula lui l'Hospital direct pentru tipul $\dfrac{0}{0}$. **622** d) **623** b) **624** b) **625** c) **626** b) **627** b) **628** a) **629** e) **630** a) **631** c) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton crescător, mărginit de 0 şi 1, iar dintre limitele posibile $l\in\{1\pm\sqrt{1-b}\}$ obţinute trecând la limită în relaţia de recurenţă, convine doar $l=1-\sqrt{1-b}$. **632** f) **633** a) **634** c) **635** e) **636** a) **637** e) **638** a) **639** e) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c}}{3}-1\right)^n=e^{\frac{1}{3}\lim\limits_{n\to\infty}[(n(a^{\frac{1}{n}}-1)+n(b^{\frac{1}{n}}-1)+n(c^{\frac{1}{n}}-1)]}$

$=e^{\frac{1}{3}(\ln a+\ln b+\ln c)}=\sqrt[3]{abc}$. **640** d) **641** a) **642** c) $y_n=\dfrac{1^2}{n^3+n^2}+\dfrac{2^2}{n^3+n^2}+\ldots+\dfrac{n^2}{n^3+n^2}<x_n<\dfrac{1^2}{n^3+1}+\dfrac{2^2}{n^3+1}+\ldots+\dfrac{n^2}{n^3+1}=z_n$ dar $y_n=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6(n^3+n^2)}\to\dfrac{1}{3}$, $z_n=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6(n^3+1)}\to\dfrac{1}{3}$ deci $x_n\to\dfrac{1}{3}$. **643** f) **644** c) **645** a) **646** a) **647** e) Dacă tasta funcţională este f, după n apăsări pe tasta respectivă se obţine valoarea $x_n=(f\circ f\circ\ldots\circ f)(x_0)$ unde f apare de n ori, $n\in\mathbb{N}$. Acesta este un şir definit prin recurenţă sub forma $x_n=f(x_{n-1})$. Şirurile $x_n=\sin x_{n-1}$, $x_n=\operatorname{arctg}x_{n-1}$ sunt convergente la 0. Şirul $x_n=\cos x_{n-1}$ converge la o valoare $\neq 1$. Şirul $x_n=e^{x_{n-1}}$ este nemărginit şi după mai multe apăsări pe tasta e^x calculatorul va afişa un mesaj de eroare prin depăşirea capacităţii registului de memorare. Şirul $x_n=\ln x_{n-1}$ nu este corect definit (la un moment dat $x_{n-1}<0$ şi x_n nu mai poate fi calculat, calculatorul semnalând o eroare). Şirul $x_n=\sqrt{x_{n-1}}$ este convergent la 1. **648** d) **649** d) **650** e) **651** a) **652** a) **653** c) Aplicând inegalitatea Cauchy-Schwartz $\left(\sum\limits_{k=1}^n x_ky_k\right)^2\le\left(\sum\limits_{i=1}^n x_i^2\right)\left(\sum\limits_{j=1}^n y_j^2\right)$ pentru $y_1=\cdots=y_n=1$, obţinem $\frac{1}{n}\left|\sum\limits_{i=1}^n x_i\right|\le\sqrt{\frac{x_1^2+\cdots+x_n^2}{n}}$, de unde $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_1+\cdots+x_n}{n}=0$. Un contraexemplu pentru răspunsurile (greşite) b,d,e,f îl constituie şirul $x_n=\frac{1}{n}$, $n\in\mathbb{N}$, iar pentru răspunsul (greşit) a, intercalatul acestui şir cu şirul nul. **654** a) **655** b) **656** a) **657** c) **658** c) **659** c) Dacă $S_n=1+2x+3x^2+\cdots+nx^{n-1}$, calculând S_n-xS_n obţinem în final $S_n=\dfrac{1-x^n}{(1-x)^2}-\dfrac{nx^n}{1-x}$. Pentru $x<1$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\dfrac{1}{(1-x)^2}$, iar pentru $x>1$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}e^{n(1-x)}=0$; rezultă $l=1-0=1$. **660** f) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ nu există deoarece limitele laterale sunt diferite,

$\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=0$ conform criteriului majorării, ($|g(x)|\le e^{-x}$) şi $\lim\limits_{x\to\infty}h(x)=\infty$ conform criteriului minorării ($h(x)\ge e^x$). **661** f)

2.3 Funcţii continue

662 b) **663** b) **664** a) **665** d) **666** f) **667** c) **668** a) **669** d) **670** e) **671** f) **672** c) **673** b) **674** d) **675** a) **676** a) **677** e) **678** c) **679** e) **680** d) **681** e) **682** d) **683** e) **684** f) **685** a) **686** d) **687** b) **688** c) **689** c) **690** a) **691** e) **692** f) **693** d) **694** b) **695** a) **696** e) **697** d) **698** e) **699** c) **700** c) **701** d) **702** d) **703** b) Se va folosi definiţia cu şiruri a continuităţii. **704** d) Fie $x\in\mathbb{R}$ arbitrar. Din enunţ rezultă imediat că $f(x)=f\left(\dfrac{x+1}{2}-1\right)$ şi prin inducţie $f(x)=f\left(\dfrac{x+1}{2^n}-1\right)$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$. Din continuitate se deduce că $f(x)=f(-1)$. **705** c) **706** b) **707** d) **708** c) **709** d) **710** a) **711** f) **712** c) **713** d) Imaginea este evident un interval, dar $f\left(\left[\frac{3}{4},\frac{5}{4}\right]\right)=\left[0,\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},1\right]$, deci f nu are proprietatea lui Darboux.

2.4 Derivabilitate

714 a) **715** c) **716** b) **717** d) **718** c) **719** d) **720** b) **721** a) **722** a) **723** c) **724** d) **725** e) **726** b) **727** a) **728** a) **729** a) **730** e) **731** b) **732** c) **733** f) **734** b) **735** e) **736** d) **737** e) **738** d) **739** d) **740** c) **741** c) **742** b) **743** d) **744** d) **745** a) **746** c) **747** a) **748** a) **749** d) **750** c) **751** b) **752** a) **753** a) **754** c) **755** c) **756** c) **757** c) **758** a) **759** b) Dacă $x\neq\pm1$, $f'(x)=\dfrac{2}{1+x^2}\dfrac{1-x^2}{|1-x^2|}$. **760** b) **761** a) **762** b) Se va arăta că $f^{(n)}(x)$, $x>0$, este de forma $\dfrac{P(x)}{Q(x)}e^{-\frac{1}{x}}$ unde P şi Q sunt funcţii polinomiale. **763** b) **764** e) **765** e) **766** e) $4xg''(x)+2g'(x)=g(x)\Rightarrow 2g^{(n-1)}(x)+4[xg^{(n)}(x)+(n-2)g^{(n-1)}(x)]=g^{(n-2)}(x)\Rightarrow(4n-6)g^{(n-1)}(0)=g^{(n-2)}(0)$ etc. **767** c) **768** e) **769** a) **770** c) **771** e) $f(x)=\begin{cases}-x, & x<-1\\ 1, & x=-1\\ -(n+1)x, & x\in(-\frac{1}{n},-\frac{1}{n+1}]\\ 1, & x=0\\ nx, & x\in(\frac{1}{n+1},\frac{1}{n}]\\ 0, & x>1\end{cases}$ este continuă în $x=0$. **772** f) $f'(x)=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x+1}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\right)$, $f'_s(-1)=-\infty$, $f'_d(-1)=+\infty$, $f'_s(1)=-\infty$, $f'_d(1)=+\infty$, deci $x_1=-1$ şi $x_2=1$ sunt puncte de întoarcere.

2.5 Studiul funcţiilor cu ajutorul derivatei

773 d) **774** e) **775** c) **776** d) **777** f) **778** c) **779** b) **780** a) **781** f) **782** f) **783** e) **784** c) **785** a) **786** e) **787** c) **788** c) **789** a) **790** b) **791** e) **792** c) **793** f) **794** d) **795** c) **796** a) **797** f) **798** d) **799** c) Se pune condiţia $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. **800** d) **801** c) **802** b) **803** e) **804** e) **805** c) **806** d) **807** c) **808** f) **809** e) Se calculează $f''(x) = \frac{1}{x}(1 + 6ax^2)$; dacă $a < 0$, atunci f'' are o singură rădăcină reală pozitivă, iar pentru $a \geq 0$, f'' nu are nici o rădăcină reală. **810** c) **811** e) **812** a) **813** b) Extremele funcţiei au loc în acele puncte pentru care $\operatorname{tg}^2 x = n$. Se deduce imediat că $M_n = \dfrac{n^{\frac{n}{2}}}{(n+1)^{\frac{n+1}{2}}}$. **814** c) **815** a) **816** a) **817** a) **818** d) **819** c) **820** b) **821** e) **822** c) **823** f) **824** c) **825** e) **826** d) **827** f) **828** f) **829** b) **830** c) **831** d) **832** f) **833** c) **834** b) **835** a) **836** a) **837** d) **838** b) **839** d) **840** d) **841** f) **842** f) Se calculează derivata $f'(x) = -\dfrac{x+2}{(x+1)^2}e^{-x}$, $\forall x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ şi $f'(x) = \dfrac{x}{(x+1)^2}e^x$, $\forall x \in (0, \infty)$; în $x = 0$ funcţia f nu este derivabilă. Funcţia are două puncte de extrem local $x_1 = -2$ (maxim local) şi $x_2 = 0$ (punct de minim). **843** b) $f'(x) = \dfrac{x^3 + x + a}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$; folosind metoda şirului lui Rolle, rezultă că f' are o singură rădăcină reală, α, pentru orice $a \in \mathbb{R}$. Punctul de abscisă α este minim global al funcţiei f şi deci $f(\mathbb{R}) = [f(\alpha), \infty)$; trebuie deci impuse condiţiile $f'(\alpha) = f(\alpha) = 0$. Rezultă două soluţii: $a_1 = -2$, $\alpha_1 = 1$, $a_2 = 2$, $\alpha_2 = -1$; deci $S = a_1 + a_2 = 0$.

2.6 Grafice de funcţii

844 b) **845** c) **846** b) **847** c) **848** d) **849** b) **850** c) **851** e) **852** c) **853** a) **854** c) **855** c) **856** e) **857** e) **858** b) **859** f) **860** e) **861** a) **862** a) **863** b) **864** b) **865** d) **866** d) **867** d) **868** c) **869** d) **870** a) **871** d) **872** b) **873** f) **874** c) **875** d) **876** c) **877** e) **878** f) **879** d) **880** d) **881** b) **882** d) **883** b) **884** a) **885** e) **886** d) **887** c) **888** b) **889** b) **890** c) **891** a) Fie $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$; $f'(x) = 12x^2 - 3$; $f''(x) = 24x$; $f(x) = 4\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 (x+1)$. Pentru g, acolo unde $f(x) < 0$ luăm simetricul graficului faţă de axa Ox. **892** a) $f'(x) = x^{\frac{1-2x}{x}}(1 - \ln x)$, $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 1$. Funcţia are un maxim global în $x = e$ şi $f(e) = e^{\frac{1}{e}}$. **893** c) **894** b) **895** b) **896** a) **897** d) **898** c) **899** c) **900** c) **901** d) **902** e) **903** e) **904** c) **905** b) **906** d) **907** d) **908** b) **909** a) **910** d) **911** e) **912** e) **913** d) **914** a) **915** c) Obţinem $f'(x_k) = \dfrac{(2k\pi + \frac{3\pi}{2})^2 + (2k\pi + \frac{\pi}{2})^2}{\pi(2k\pi + \frac{3\pi}{2})(2k\pi + \frac{\pi}{2})}$ şi $l = \lim\limits_{k \to \infty} \dfrac{8\pi^2 k^2 + \ldots}{4\pi^3 k^2 + \ldots} = \dfrac{2}{\pi}$. **916** d)

Obţinem $f'(x) = -2 \cdot \dfrac{3x^2 + 3x + 1}{x^2(x+1)^3}$, $f''(x) = 6 \cdot \dfrac{(2x+1) \cdot [(x+1)^2 + x^2]}{x^4(x+1)^4}$. **917** b) **918** a) **919** c) **920** b) Dacă $a \leq 0$, atunci $D = \mathbb{R}$, dacă $a > 0$, atunci $D = \mathbb{R} \setminus \{\ln a\}$; $f'(x) = \dfrac{e^x - ax - a}{(e^x - a)^2}e^x$. Pentru a studia ecuaţia $e^x - ax - a = 0$, se poate folosi metoda grafică: fie $g(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$ şi atunci ecuaţia devine $a = g(x)$. Pe graficul lui g rezultă că ecuaţia are două rădăcini reale dacă şi numai dacă $a > 1$.

2.7 Primitive

921 e) **922** b) **923** a) **924** b) **925** c) **926** c) **927** a) **928** d) **929** c) **930** a) **931** c) **932** b) **933** c) **934** c) **935** d) **936** d) **937** b) **938** a) **939** d) **940** c) **941** b) **942** e) **943** a) **944** f) **945** d) **946** a) **947** e) **948** c) **949** b) **950** e) **951** c) **952** c) **953** a) **954** c) **955** d) **956** b) **957** c) **958** c) **959** b) **960** e) **961** c) **962** e) **963** b) **964** d) **965** e) **966** a) **967** d) **968** b) **969** d) **970** e) **971** c) **972** c) Se consideră funcţia continuă

$$g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = \begin{cases} x\cos\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

şi notăm cu G o primitivă a sa. Rezultă că orice primitivă a lui f ar fi de forma $F(x) = -x^2\cos\dfrac{1}{x} + 2G(x) + C$. Se va verifica că această funcţie este derivabilă în origine şi derivata sa este $f(0)$ doar pentru $a = 0$. **973** b) **974** d) $\sqrt{x} = t$ **975** b) **976** e) **977** c) **978** c) **979** b)

2.8 Integrale definite

980 a) **981** a) $I = \displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^6 x)(1 + \operatorname{ctg}^2 x)dx = -\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^6 x)(\operatorname{ctg} x)'dx = -\left(\frac{1}{3}\operatorname{ctg}^3 x + \frac{1}{7}\operatorname{ctg}^7 x\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{10}{21}$. **982** c) **983** c) **984** a) **985** c) **986** d) **987** a) **988** c) $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}}dx = (\arcsin x + \sqrt{1-x^2})\Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} - 1$. **989** a) $y = x^3\sqrt{x^4+1}$ este impară deci $I = 0$. **990** c) **991** a) $I = \displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^3 x(1 + \operatorname{ctg}^3 x)dx = -\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^3 x \cdot (\operatorname{ctg} x)'dx = -\left.\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4}\right|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4}$. **992** c) **993** a) **994** c) **995** a) **996** d) **997** c) **998** e) **999** b) **1000** f) **1001** a) **1002** d) **1003** c) **1004** e) **1005** b) **1006** b) **1007** a) **1008** c) **1009** a) **1010** b) **1011** d) **1012** f) **1013** a) **1014** c) **1015** e) **1016** c) **1017** b) **1018** c) **1019** d) **1020** d) **1021** c) **1022** b) **1023** a)

1024 f) $A=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{1+\frac{k}{n}}=\int_0^1\frac{dx}{1+x}=\ln 2$; analog se calculează şi B. **1025** d) **1026** c) **1027** c) **1028** b) **1029** e) **1030** d) **1031** f) **1032** a) **1033** a) **1034** c) **1035** d) **1036** d) **1037** b) **1038** c) **1039** b) **1040** b) **1041** d) **1042** a) **1043** a) **1044** b) **1045** e) **1046** c) **1047** a) **1048** c) **1049** c) **1050** a) Se integrează ambii membri ai egalităţii între $-a$ şi a. **1051** a) **1052** b) **1053** c) **1054** f) Pentru $a>3$ avem $\int_1^3\frac{dx}{1+|x-a|}=\int_1^3\frac{dx}{1+a-x}=\ln\frac{a}{a-2}$. **1055** e) $f'(x)=\frac{6}{x}-\frac{2x}{x^2}e^{x^2}=\frac{6-2e^{x^2}}{x}$; ecuaţia $f'(x)=0$ are soluţia $x=\sqrt{\ln 3}$, care este punct de maxim global al funcţiei f; $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=-\infty$. Ultima limită se poate calcula, de exemplu, astfel:

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)\le\lim\limits_{x\to\infty}\left(6\ln x-\int_1^{x^2}dt\right)=-\infty$. **1056** d) $\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}dx=$

$-\frac{1}{2}\int_0^1((1-x^2)-1)^2\sqrt{1-x^2}(1-x^2)'dx=-\frac{1}{2}\int_0^1\left[(1-x^2)^{\frac{5}{2}}-2(1-x^2)^{\frac{3}{2}}+\right.$

$\left.(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right](1-x^2)'dx==\left[-\frac{1}{7}\sqrt{(1-x^2)^7}+\frac{2}{5}\sqrt{(1-x^2)^5}-\frac{1}{3}\sqrt{(1-x^2)^3}\right]\Big|_0^1=$

$\frac{1}{7}-\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{8}{105}$.

3. Geometrie

3.1 Vectori. Operaţii cu vectori

1057 d) **1058** d) **1059** c) **1060** c) **1061** d) **1062** c) **1063** c) **1064** d) **1065** f) **1066** a) **1067** a) **1068** e) **1069** a) **1070** d) **1071** f) **1072** b) **1073** e) **1074** a) **1075** a) **1076** a) **1077** f) **1078** e) **1079** d) **1080** a) **1081** b) **1082** d) **1083** f) **1084** f) **1085** b) **1086** a) **1087** a) **1088** f) **1089** c) **1090** f) **1091** c) **1092** b) **1093** c) **1094** d) **1095** e) **1096** a) **1097** f) **1098** a) **1099** c) **1100** a) **1101** c) **1102** a) **1103** a) **1104** a) **1105** e) **1106** d) **1107** e) **1108** e) **1109** f) **1110** d) **1111** a) **1112** a) **1113** b) **1114** a) **1115** c) **1116** f) Notând cu O intersecţia diagonalelor paralelogramului avem $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MO}$, $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MO}$. **1117** d) Avem $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN})=\frac{1}{2}(x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC})$. P se află pe mediană dacă vectorul $\overrightarrow{AA_1}$ al medianei este coliniar cu $\overrightarrow{AP}$. Cum $\overrightarrow{AA_1}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$ aceasta revine la $x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=\alpha(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$, cu $\alpha\in\mathbb{R}$, sau cum $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$ sunt independenţi la $x=y=\alpha$. **1118** e) **1119** d) Trebuie ca $\overrightarrow{BC}\perp\vec{u}$. Fie $\vec{u}=m\vec{\imath}+n\vec{\jmath}$ şi cum $\overrightarrow{BC}=3\vec{\imath}-4\vec{\jmath}$, condiţia devine $3m-4n=0$. **1120** c) $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AP})$. **1121** c) In paralelogramul $ACC'A'$ avem $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB})$ iar $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AO})$. **1122** d) **1123** a) **1124** a) **1125** f) **1126** a) **1127** c) **1128** d) **1129** e) **1130** a) **1131** d) **1132** b) Deoarece $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+k\overrightarrow{BC}$ rezultă $\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN}=\left(\frac{1}{2}+k\right)\overrightarrow{AC}-k\overrightarrow{AB}$ iar $\overrightarrow{PN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. Coliniaritatea vectorilor $\overrightarrow{MN}$ şi $\overrightarrow{PN}$ atrage $k=1$.

3.2 Dreapta în plan

1133 a) **1134** d) **1135** b) **1136** a) **1137** c) **1138** a) **1139** b) **1140** a) **1141** a) **1142** c) **1143** f) $m_{BC}=-\frac{1}{2}$. **1144** c) $m_{BC}=1$ şi înălţimea are ecuaţia $y+1=-(x-1)$. **1145** d) Mijlocul sègmentului BC este $M(6,2)$ şi ecuaţia medianei $\frac{y-4}{2-4}=\frac{x-5}{6-5}$. **1146** e) **1147** c) **1148** d) **1149** d) $m_{OA}=\frac{3}{2}$ şi d are ecuaţia $y-3=-\frac{2}{3}(x-2)$. **1150** e) **1151** b) $B(0,1)$, $A\left(\frac{a-1}{a},0\right)$. Se obţine $\frac{|a|}{|a-1|}+1=3$. **1152** c) Ecuaţia lui AB prin tăieturi este $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1=0$. **1153** b) $m_{AM}=\frac{b}{a-2}$; $m_{BM}=\frac{b-1}{a}$ şi $b=ma$, $\frac{b(b-1)}{a(a-2)}=-1$. **1154** d) $m_{AM}=\frac{y_0}{x_0-a}$, $m_{BM}=\frac{y_0-b}{x_0}$, $m_{CM}=\frac{b-y_0}{a-x_0}$, $m_{OM}=\frac{y_0}{x_0}$. **1155** b) **1156** b) BC are ecuaţia $\frac{y+2}{3}=\frac{x-7}{-4}\Leftrightarrow 4y+3x-13=0$. **1157** c) $|m+7|=17\to m_1=-24$, $m_2=10$. **1158** e) $P(-1,-1)\in D_1$ şi $d(P,D_2)=\frac{1}{10}$. **1159** a) **1160** d) **1161** d) $S=$ aria $\Delta ABC+$ aria ΔDAC. **1162** c) **1163** d) **1164** d) **1165** f) **1166** a) **1167** c) **1168** e) **1169** e) **1170** f) **1171** d) **1172** e) $\frac{x_c+2+1}{3}=2\to x_c=3$. $\frac{y_c+3+4}{3}=4\to y_c=5$ Mediana din C este dreapta GC cu panta $m=1$. **1173** e) $AD: 2y+x-4=0$; $CD: 2y-x+4=0$. **1174** b) $AB:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1=0$; $BC:-\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1=0$. **1175** e) **1176** e) **1177** b) $m_{AC}=m$. Ecuaţia lui AB, $y=-\frac{1}{m}(x-1)$. $B\left(-2,\frac{3}{m}\right)$ şi $|AB|=|AC|$ conduce la $m^4-8m^2-9=0$ cu soluţia $m^2=9$. **1178** a) d are ecuaţia $y=x+2$. $|AC|=|BC|$ conduce la $a+4b=15$. Cum $b=a+2$ rezultă $a=\frac{7}{5}$, $b=\frac{7}{5}+2$. **1179** a) $|AC|=|BC|$ conduce la $a=5$ şi atunci $x_0=\frac{5}{2}$, $|AM|=|MB|$ conduce la $y_0=\frac{11}{4}$. **1180** a) Ecuaţia lui MA este $\frac{y-a}{3-a}=\frac{x-a}{1-a}$ şi atunci $x_p=\frac{2a}{3-a}$. Ecuaţia lui MB este $\frac{y-a}{5-a}=\frac{x-a}{3-a}$ de unde rezultă $y_Q=-\frac{2a}{3-a}$. Atunci PQ are ecuaţia $\frac{x}{x_P}+\frac{y}{y_Q}-1=0$ cu panta $m=-\frac{y_Q}{x_P}$. **1181** b) $b=a-4$, $m_{AM}=\frac{b-2}{a-1}$, $m_{BM}=\frac{b}{a-4}$, $\frac{b-2}{a-1}\cdot\frac{b}{a-4}=-1\Rightarrow b-2=-a+1$ şi $b=-a+3\to s=3$. **1182** c) $m_{A'B'}=-\frac{5+m}{4+m}$. Ecuaţia mediatoarei lui $A'B'$ este $y-\frac{5+m}{2}=\frac{4+m}{5+m}\left(x-\frac{4+m}{2}\right)$. Se obţine $x_0=-\frac{1}{2}$. **1183** c) **1184** a) $d_2: y=x-1$; $d_3: y=-x+1$, $d_3\cap d_1=B(0,1)$; $d_2\cap d_1=C(-2,-3)$, $S=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}1&0&1\\0&1&1\\-2&-3&1\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}(1+2+3)=3$. **1185** c) $x_M=y_M$ şi $\left|\begin{vmatrix}1&0&1\\x_M&x_M&1\\1&3&1\end{vmatrix}\right|=\left|\begin{vmatrix}3&1&1\\x_M&x_M&1\\4&2&1\end{vmatrix}\right|$. Se obţine $3|x_M-1|=2$ cu soluţiile $\frac{5}{3}$

şi $\frac{1}{3}$. **1186** a) $a=b=4$. Înălţimea din C are ecuaţia $y=x$. Ecuaţia lui BC este $y=\frac{x}{4}+3$ iar înălţimea din A este $y=-4x+12$. Se obţine $x_0=\frac{12}{5}$, $y_0=\frac{12}{5}$. **1187** c) $A_b\left(-\frac{b}{2},0\right)$, $B_b(0,b)$; $d_1: y=3\left(x+\frac{b}{2}\right)$, $d_2: y=-x+b$, $b=y+x$ şi $y=3x+\frac{3}{2}(y+x)$ este locul geometric. **1188** d) $y_M=x_M+1$, $x_Q=\frac{x_M+3}{2}$, $y_Q=y_P=y_M=x_M+1$, $x_M=y_Q-1\to 2x_Q=y_Q-1+3$.

3.3 Conice

1189 c) **1190** a) **1191** b) **1192** c) **1193** a) **1194** d) **1195** f) **1196** c) **1197** d) **1198** d) **1199** c) **1200** a) **1201** e) **1202** a) **1203** b) $a=-1$, $b=3$; $R=\sqrt{5}$. **1204** c) $a=R$, $b=0$; $R=2$. **1205** b) **1206** c) **1207** b) **1208** a) **1209** c) $|F_1F_2|=4$. **1210** e) $\triangle FOB$ este dreptunghic isoscel. **1211** f) **1212** a) $y=mx+n$ este tangentă la $y^2=2px$ dacă $p=2mn$. **1213** b) **1214** b) Intersecţia dreptei cu parabola: $x_1=5+n-\sqrt{25-10n}$, $y_1=5-\sqrt{25-10n}$; $x_2=5-n+\sqrt{25-10n}$, $y_2=5+\sqrt{25-10n}$. Apoi $40=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2=8(25-10n)$ etc. **1215** d) **1216** a) **1217** c) **1218** c) **1219** a) Ecuaţia tangentei: $3x-2y-8=0$. **1220** c) **1221** d) **1222** a) **1223** a) **1224** c) **1225** a) **1226** b) **1227** c) **1228** d) Fie $x=a\cos t$, $y=b\sin t$, $t\in(0,2\pi)$ coordonatele unui punct variabil al elipsei $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Dreapta $y-b\sin t=m(x-a\cos t)$ de pantă fixată m intersectează elipsa în punctele de abscisa x_1,x_2, soluţii ale ecuaţiei $\frac{x^2}{a^2}+\frac{(mx-ma\cos t+b\sin t)^2}{b^2}=1$. Coordonatele mijlocului segmentului determinat de intersecţia dreptei cu elipsa sunt $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{ma^2}{b^2}(ma\cos t-b\sin t)$, $\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{m^2a^2-b^2}{b^2}(ma\cos t-b\sin t)$. Aşadar punctul în discuţie se găseşte pe dreapta $y=\frac{m^2a^2-b^2}{ma^2}x$. **1229** d) Din simetria hiperbolei, patrulaterul este dreptunghi cu bazele $2\sqrt{2}$ şi 2. **1230** d) **1231** e) **1232** f) **1233** c) **1234** b) **1235** a) **1236** b) **1237** c) **1238** c) **1239** d) **1240** f) **1241** a) **1242** c) **1243** a) **1244** f) **1245** e) $F_1(-4,0)$, $F_2(4,0)$, $d_1^2=26$, $d_2^2=10$. **1246** f) $a=-1$, $b=0$; $x_0=y_0$; $|AC|^2=(x_0+1)^2+x_0^2=25$ deci $x_0=3$ este singura soluţie pozitivă. **1247** c) Ecuaţia cercului are forma $x^2+y^2-2ax-2by=0$. Se obţine $a=-1$, $b=3$. **1248** b) $p=0$, $m=-1$, $n=-\frac{4}{3}$. **1249** a) **1250** c) **1251** c) Dreapta variabilă $y=mx$; $N(2,2m)$. Perpendiculara în N pe d este $y=2m$ iar perpendiculara în O pe ON este $y=-\frac{1}{m}x$. Eliminând m se obţine $y^2+2x=0$. **1252** c) **1253** c) $m=2$ din perpendicularitate iar condiţia de tangenţă duce la $n^2=45$. **1254** b) (C_1) are centrul în $B(1,1)$ şi $R=3$. $|AB|=5=3+r$. **1255** a) $M\left(m,\pm\frac{b}{a}m\right)$; $N\left(m,\pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2}m^2-b^2}\right)$; $P(m,0)$, $|PM|^2=\frac{b^2}{a^2}m^2$; $|PN|^2=\frac{b^2}{a^2}m^2-b^2$. **1256** a) $d: x=m$; $y_M=\sqrt{\frac{4}{9}m^2-4}$, $y_N=-\sqrt{\frac{4}{9}m^2-4}$; paralela la una dintre asimptote dusă prin $M: y-y_M=\frac{2}{3}(x-m)\Rightarrow y_p=y_M-\frac{2}{3}m$. Similar $y_Q=y_N-\frac{2}{3}m=-y_M-\frac{2}{3}m$; rezultă $p=\left|\left(\frac{2}{3}m-y_M\right)\left(\frac{2}{3}m+y_M\right)\right|=\frac{4}{9}m^2-\frac{4}{9}m^2+4=4$. **1257** c) $m_{MF_1}=\frac{y_0}{x_0+c}$; $m_{MF_2}=\frac{y_0}{x_0-c}$; $m_{MF_1}\cdot m_{MF_2}=-1$ deci $y_0^2=-x_0^2+c^2$ de unde $y_0^2+x_0^2=c^2=a^2-b^2$. **1258** a) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ şi $x^2+y^2=c^2$ are soluţii numai dacă $c^2\geq b^2\Leftrightarrow a^2\geq 2b^2$. **1259** e) **1260** c) $(0,-2)$; $(0,2)$. **1261** f) Punctele de intersecţie cu Ox : $(-2,0);(4,0)$. Tangentele $y=-3x-6$; $y=3x-12$. **1262** a) Condiţia de tangenţă: $-m^2+n^2=1$. $|AP|=|n-m|$, $|BQ|=|m+n|$. **1263** c) Ecuaţia cercului $x^2+y^2-2x-2y=0$; $T_A: y=x-2$; $T_B: y=x+2$. **1264** d) $x=\pm c\Rightarrow y=\pm b\to a=\pm 3$. **1265** a) $x_M=-2\sqrt{3}$; $x_N=2\sqrt{3}$; $m_1=m_{T_M}=-\frac{3\sqrt{3}}{4}$, $m_{BN}=m_2=-\frac{9}{4\sqrt{3}}=m_1$. **1266** c) $m_{FP}=\frac{y_P}{a-c}$, $m_{FQ}=-\frac{y_Q}{a+c}$; $m_{FP}\cdot m_{FQ}=-\frac{y_Py_Q}{a^2-c^2}=-1$. **1267** a) $d_1=\frac{\left|-\frac{cx_0}{a^2}-1\right|}{\sqrt{\frac{x_0^2}{a^4}+\frac{y_0^2}{b^4}}}$, $d_2=\frac{\left|\frac{cx_0}{a^2}-1\right|}{\sqrt{\frac{x_0^2}{a^4}+\frac{y_0^2}{b^4}}}$. **1268** b) $(T): \frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}-1=0$; $(T'): \frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}+1=0$; $d_1=\frac{\left|-\frac{cx_0}{a^2}-1\right|}{\sqrt{\frac{x_0^2}{a^4}+\frac{y_0^2}{b^4}}}$, $d_2=\frac{\left|cx_0a^2+1\right|}{\sqrt{\frac{x_0^2}{a^4}+\frac{y_0^2}{b^4}}}=d_1$. **1269** b) $(T): y=x\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}$; directoarea: $x=-1$, $P\left(-1,-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$, $Q\left(0,\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. **1270** d) $(d): y-y_0=-\frac{y_0}{p}(x-x_0)$, $x_N=p+x_0$, $x_{M_1}=x_0$, $|M_1N|=p$. **1271** c) $d: y=-\frac{y_0}{x_0}x+2y_0$, $P=(2x_0,0)$, $Q=(0,2y_0)$. **1272** c) Dreptele variabile $y=m_1(x+2)$, $y=m_2(x-2)$, $|AQ|=y_Q=-4m_2$; $|BP|=y_P=4m_1$. Rezultă $m_1m_2=-1$ deci punctul de intersecţie priveşte segmentul fix AB sunt un unghi de 90°. **1273** c) $P(x_0,0)$, $Q(0,y_0)$, $R(x_R,y_R)$, $x_R=\frac{2(2x_0-y_0+2)}{5}$, $y_R=-\frac{1}{2}x_R+2$ iar condiţia de coliniaritate revine la $\frac{x_R}{x_0}+\frac{y_R}{y_0}-1=0$. **1274** d) d are ecuaţia $y=m(x-2)$, $y_M=-2m$, $|AM|=2\sqrt{1+m^2}$, $x_N=2\sqrt{1+m^2}$ sau $x_N=-2\sqrt{1+m^2}$, $y_N=-2m$, $m^2=\frac{y^2}{4}$ şi $x^2=4(1+m^2)=4\left(1+\frac{y^2}{4}\right)=4+y^2$. **1275** a) **1276** c) **1277** e) **1278** d) **1279** f) **1280** c) $|MF|=a-\frac{c}{a}x_0=3-\frac{\sqrt{5}}{3}x_0$, $|MF'|=3+\frac{\sqrt{5}}{3}x_0$ şi $s=a^2+b^2$. **1281** c) $|MF_2|=\frac{c}{a}x_0-a$, $c^2=34$, $|MF_1|=\frac{c}{a}x_0+a$, $d=a^2-b^2=25-9=16$. **1282** c) Tangenta în P la cerc are panta $m_1=-\frac{x_1}{y_0}$, iar tangenta în Q la hiperbolă are panta $m_2=\frac{x_2}{y_0}$. Prin urmare $x_1x_2=y_0^2$ deci $(a^2-y_0^2)(a^2+y_0^2)=y_0^4$ etc.

3.4 Funcţii şi identităţi trigonometrice

1283 c) **1284** e) **1285** b) **1286** b) **1287** d) **1288** c) **1289** b) **1290** f) **1291** c) **1292** e) **1293** c) **1294** a) **1295** b) **1296** b) **1297** d)

1298 a) **1299** b) **1300** f) **1301** b) **1302** f) **1303** d) **1304** e) **1305** d) **1306** b) **1307** b) **1308** b) **1309** d) **1310** a) **1311** e) **1312** c) **1313** a) **1314** d) **1315** b) **1316** b) **1317** e) **1318** b) **1319** c) **1320** e) **1321** c) **1322** b) **1323** c) **1324** a) **1325** d) **1326** c) **1327** c) **1328** c) **1329** c) **1330** b) **1331** e) **1332** c) **1333** b) **1334** d) **1335** a) **1336** c) **1337** d) Se amplifică E cu $2\sin\frac{2\pi}{7}$. **1338** a) **1339** d) **1340** a) **1341** a) **1342** c) **1343** d) **1344** b) **1345** d) Dacă $f(x)$ are perioada principală $T>0$, atunci $f(qx)$ are perioada $\frac{T}{q}$, $\forall q\in\mathbb{Q}_+^*$. Dacă $\{f_k(x)\}_{k=\overline{1,n}}$ au perioada principală $T>0$, atunci suma funcţiilor $\{f_k(q_kx)\}_{k=\overline{1,n}}$, unde $q_k=\frac{m_k}{p_k}\in\mathbb{Q}_+^*$ sunt fracţii ireductibile, are perioada principală $T_*=\frac{[p_1,\dots,p_n]}{(m_1,\dots,m_n)}$, unde am notat prin $[\dots]$ c.m.m.m.c., iar prin $(\dots)$, c.m.m.d.c.. **1346** a) **1347** b) **1348** e) **1349** c) **1350** e) **1351** f) **1352** c) **1353** a) **1354** c) **1355** c) **1356** d) **1357** c) **1358** b) **1359** c) **1360** b) **1361** c) **1362** f) **1363** b) **1364** a) **1365** a) **1366** b) **1367** c) **1368** b) **1369** d) **1370** d) **1371** c) **1372** a) **1373** b) $f(x)=2\sin(\frac{\pi}{3}+x)$ şi $-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}+x<\frac{5\pi}{6}$. **1374** c) **1375** c) **1376** d) **1377** a) **1378** d) $(\cos x+\mathrm{i}\sin x)^5=\cos 5x+\mathrm{i}\sin 5x=\cos^5x+\mathrm{i}5\cos^4\sin x-10\cos^3x\sin^2x-\mathrm{i}10\cos^2\sin^5x+5\cos x\sin^4x+\mathrm{i}\sin^5x$ **1379** a) Se aplică formula lui Moivre $(\cos\alpha+\mathrm{i}\sin\alpha)^5=\cos 5\alpha+\mathrm{i}\sin 5\alpha$, apoi se egalează partea reală folosind relaţia $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$. **1380** a) **1381** d) **1382** e) **1383** f) $\cos^4\frac{\pi}{12}=\cos^4\frac{11\pi}{12}=\left(\frac{1+\cos\frac{5\pi}{6}}{2}\right)^2=\frac{7+4\sqrt{3}}{16}$. **1384** c) Se va folosi relaţia $2\operatorname{ctg}2\alpha+\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{ctg}\alpha$. **1385** c) **1386** f) **1387** a) **1388** a) **1389** c) **1390** a) **1391** d) **1392** a) **1393** c) **1394** d) **1395** c) $x\in(0,\frac{\pi}{6})$, deci $\sin x\in(0,\frac{1}{2})$ şi $\cos x\in(\frac{\sqrt{3}}{2},1)$; $y\in(\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{3})$, deci $\sin y\in(-1,-\frac{\sqrt{3}}{2})$ şi $\cos y\in(0,\frac{1}{2})$. **1396** b) **1397** c) **1398** b) Se notează $t=\sin^2x\cos^2x$ şi se exprimă sumele ca polinoame în variabila t. **1399** c) **1400** e) **1401** c) **1402** e) **1403** c) **1404** d) **1405** f) **1406** d) $x=\frac{\pi}{4}$, $y=1$. **1407** c) **1408** f) **1409** d) **1410** d) **1411** c) **1412** c) **1413** b) **1414** e) **1415** b) **1416** e) **1417** c) **1418** b) **1419** b) $\sin\frac{2\pi}{10}=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{10}\right)\Rightarrow\sin\frac{2\pi}{10}=\cos\frac{3\pi}{10}\Rightarrow 2\sin\frac{\pi}{10}\cos\frac{\pi}{10}=4\cos^3\frac{\pi}{10}-3\cos\frac{\pi}{10}\Rightarrow 4\sin^2\frac{\pi}{10}+2\sin\frac{\pi}{10}-1=0$. Sau scriem $\sin\pi=\sin\left(\frac{2\pi}{5}+\frac{3\pi}{5}\right)=\sin\frac{2\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5}+\sin\frac{3\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}=0$, de unde rezultă $16\cos^4\frac{\pi}{5}-12\cos^2\frac{\pi}{5}+1=0$. **1420** c) $\frac{a+b}{2}\in(0,\frac{\pi}{2})\Rightarrow\cos\frac{a+b}{2}>0$, iar $E=-2\cos\frac{a+b}{2}\sin^2\frac{a-b}{2}\le 0$. **1421** d) **1422** c) **1423** e) **1424** a) **1425** c) $E\sin\frac{x}{2}=\sin\frac{x}{2}+\cos x\sin\frac{x}{2}+\dots+\cos nx\sin\frac{x}{2}=$
$=\sin\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\left(\sin\frac{3x}{2}-\sin\frac{x}{2}+\sin\frac{5x}{2}-\sin\frac{3x}{2}+\dots+\sin\frac{(2n+1)x}{2}-\sin\frac{(2n-1)x}{2}\right)=$
$=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{(2n+1)x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)=\sin\frac{(n+1)x}{2}\cos\frac{nx}{2}$.

3.5 Ecuaţii trigonometrice

1426 c) **1427** d) **1428** e) **1429** a) **1430** d) **1431** c) **1432** a) **1433** b) **1434** b) **1435** e) **1436** b) **1437** c) **1438** b) **1439** e) **1440** d) **1441** e) **1442** d) **1443** c) **1444** d) **1445** a) **1446** e) **1447** c) **1448** a) **1449** e) **1450** c) **1451** a) **1452** d) **1453** f) **1454** e) **1455** f) **1456** e) **1457** c)

1458 c) **1459** a) **1460** b) **1461** c) **1462** f) **1463** c) **1464** b) **1465** b) **1466** a) **1467** c) **1468** e) **1469** d) **1470** d) **1471** c) **1472** b) **1473** a) Ecuaţia se scrie $\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=m$; ecuaţia are soluţii dacă şi numai dacă $m^2\le(\sqrt{3})^2+1=4$, deci $m\in[-2,2]$. În această ipoteză ecuaţia este echivalentă cu $\sin(2x+\frac{\pi}{6})=\frac{m}{2}$. **1474** c) Se calculează ca sumă de progresii geometrice expresiile $S_n+i\tilde{S}_n$ şi $S_n-i\tilde{S}_n$ unde

$$S_n=1+\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha}+\dots+\frac{\cos n\alpha}{\cos^n\alpha}\text{ şi }\tilde{S}_n=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha}+\dots+\frac{\sin n\alpha}{\cos^n\alpha}.$$

1475 a) **1476** d) **1477** e) **1478** a)

3.6 Aplicaţii ale trigonometriei în algebră

1479 b) **1480** c) **1481** d) **1482** a) **1483** d) **1484** d) **1485** b) **1486** f) **1487** a) **1488** c) **1489** e) **1490** a) **1491** f) **1492** d) **1493** a) **1494** b) **1495** b) **1496** d) **1497** c) **1498** f) **1499** b) **1500** c) **1501** d) **1502** a) **1503** d) **1504** c) **1505** a) **1506** f) **1507** b) **1508** d) din $|\overline{z}|=|z^n|$ rezultă $|z|=0$, deci $z_1=0$ sau $|z|=1$. În cel de-al doilea caz, înmulţind ecuaţia cu z rezultă $z^{n+1}=1$. Numărul rădăcinilor distincte este deci $n+2$, iar $S=z_1^{n+2}+\dots+z_{n+2}^{n+2}=0+z_1+\dots+z_{n+2}=0$. **1509** c) **1510** b) **1511** e) **1512** a) **1513** a) **1514** a) **1515** e) Re $z\in(-1,1]$; Im $z=0$. **1516** a) **1517** c) **1518** c) $fg=\frac{1}{x^2-1}\left(x^{2n}-1\right)$. Rădăcinile ecuaţiei $x^{2n}-1=0$ sunt $x_k=\cos\frac{k\pi}{n}+\mathrm{i}\sin\frac{k\pi}{n}$, $k\in\{0,1,\dots,2n-1\}$. **1519** e) **1520** d) $\left|\frac{u+v}{\bar{u}+v}\right|=1$. **1521** f) **1522** c) **1523** e)

3.7 Aplicaţii ale trigonometriei în geometrie

1524 c) **1525** e) **1526** d) **1527** f) **1528** f) **1529** b) **1530** a) **1531** d) **1532** b) **1533** e) **1534** c) **1535** a) **1536** c) **1537** d) **1538** c) **1539** b) **1540** d) **1541** a) **1542** d) **1543** d) **1544** d) **1545** b) **1546** a) **1547** b) **1548** b) **1549** f) **1550** a) **1551** f) **1552** d) Din teorema sinusului rezultă

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{b+c}{\sin B+\sin C}=\frac{b-c}{\sin B-\sin C}.$$

Ultima egalitate se rescrie $\frac{5}{2\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}}=\frac{1}{2\sin\frac{B-C}{2}\cos\frac{B+C}{2}}$, deci

$$\operatorname{tg}\frac{B-C}{2}=\frac{1}{5}\operatorname{tg}\frac{B+C}{2}=\frac{1}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{15}.$$

1553 c) **1554** b) **1555** b) **1556** a) **1557** a) **1558** d) **1559** d) **1560** f) **1561** a) **1562** c) **1563** d) **1564** a) **1565** c) **1566** e) Notând diagonalele cu $2x$, $2y$

şi latura cu l observând că $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ rezultă $xy = 2$ şi $\frac{x}{y} = \sqrt{2}-1$, de unde

$$x = \sqrt{2(\sqrt{2}-1)}, \quad y = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)}, \quad l = \sqrt{2(\sqrt{2}-1)+2(\sqrt{2}+1)} = 2\sqrt[4]{2};$$

dar $r \cdot l = 2$, deci $r = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. **1567** d) Aplicând teorema cosinusului, obţinem

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2bc\cos C \Leftrightarrow a^2 - 6a\cos\alpha + 5 = 0,$$

iar $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \cos^2\alpha \geq \frac{5}{9}$. Dar $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}]$, deci $\alpha \in (0,\ \arccos\frac{\sqrt{5}}{3}]$. **1568** e) **1569** b) **1570** c) **1571** c) **1572** c) **1573** d) Se notează $x = \cos\frac{A+B}{2}$ şi relaţia din enunţ se scrie $4x^2 - 4x\cos\frac{A-B}{2} + 1 = 0$ care este o ecuaţie de gradul II. Punând condiţia ca discriminantul să fie pozitiv avem $\cos^2\frac{A-B}{2} - 1 \geq 0$ de unde $\cos^2\frac{A-B}{2} = 1$ şi apoi $\hat{A} = \hat{B} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$. **1574** b) **1575** a) $2\sin C = \sin B \leq 1 \Rightarrow C < \frac{\pi}{6}$, deci $2C \leq \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$. Atunci $B > \frac{\pi}{2}$ şi $A + B + C = \pi$ conduc la $A < \frac{\pi}{2}$. Avem $\sin A = \sin B\cos C + \sin C\cos B = 2\sin C\cos C - \sin C\sqrt{1-4\sin^2 C} < 2\sin C\cos C = \sin 2C$, deci $\sin A < \sin 2C$; dar A şi $2C$ sunt ambele ascuţite, deci $A < 2C$. **1576** d) **1577** c) **1578** c) **1579** e)

3.8 Drepte şi plane în spaţiu

1580 d) **1581** c) **1582** e) **1583** c) **1584** e) **1585** b) **1586** e) **1587** b) **1588** d) **1589** b) **1590** d) **1591** e) **1592** e) **1593** b) **1594** d) **1595** f) **1596** d) **1597** b) **1598** b) Dreptele pot fi concurente sau paralele. **1599** d) **1600** d) **1601** c) **1602** e) **1603** b) **1604** c) **1605** b) **1606** c) **1607** b) **1608** f) **1609** d) **1610** c) **1611** c) **1612** c) **1613** d) **1614** a) **1615** a) **1616** e) **1617** c) **1618** e) **1619** c) **1620** d) **1621** f) **1622** e) Cele trei drepte rezultă coplanare. Locul geometric căutat sunt cele patru drepte perpendiculare pe planul dreptelor, care trec prin centrul cercului înscris în triunghiul determinat de cele trei drepte, şi respectiv prin cele trei centre de cercuri exînscrise acestui triunghi. **1623** c) **1624** e) **1625** d) **1626** b) **1627** f) $MNPQ$ este paralelogram şi măsura unghiului $\widehat{MNP}$ este α. **1628** a) **1629** a) **1630** b) **1631** e) **1632** d) **1633** d) **1634** a) **1635** d) **1636** b) **1637** e) **1638** d) **1639** c) **1640** f) **1641** e) **1642** f) Se pot găsi patru puncte necoplanare care aparţin locului geometric. **1643** e) **1644** e) **1645** c) **1646** d) **1647** c) se intersectează planul MNP cu fiecare muchie a cubului. Poligonul de intersecţie este un hexagon regulat de latură $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **1648** f) **1649** c) **1650** f) **1651** a) **1652** d) Folosind teorema celor trei perpendiculare, rezultă că patrulaterul are două unghiuri opuse de 90^o. **1653** b) **1654** a) **1655** a) **1656** d) aplicând reciproca teoremei lui Pitagora, rezultă că triunghiul ABC este dreptunghic. **1657** b) **1658** a) **1659** a) **1660** d)

3.9 Ecuaţiile dreptei şi planului

1661 d) **1662** f) $\sqrt{169-d^2} + \sqrt{400-d^2} = 21$. **1663** b) **1664** a) **1665** d) **1666** e) **1667** f) **1668** a) **1669** d) **1670** b) **1671** a) **1672** b) **1673** c) **1674** a) **1675** f) **1676** b) **1677** f) **1678** a) **1679** e) **1680** a) **1681** a) **1682** a) **1683** d) **1684** d) **1685** b) **1686** a) **1687** d) **1688** d) **1689** a) **1690** f) **1691** f) **1692** f) **1693** f) **1694** e) Punctele A şi B sunt de aceeaşi parte a planului xOz. Minimul se realizează când P este intersecţia dintre AB şi xOz. **1695** a) **1696** e) **1697** a) **1698** a) **1699** b) **1700** a) **1701** a) **1702** c) **1703** d) **1706** a) **1707** a) A şi B se află de acceaşi parte a planului xOy. Dacă B' este simetricul lui B faţă de xOy, atunci suma minimă este AB'. **1708** c) similar problemei 1707. **1709** a) Un vector director este $\frac{\vec{BA}}{BA} + \frac{\vec{BC}}{BC}$. **1710** a) **1711** d) Dacă $\bar{v}_1(2,1,2)$ şi $\bar{v}_2(1,2,1)$, $\bar{v}_1 \times \bar{v}_2$ este un vector normal la plan.

3.10 Poliedre. Arii şi volume

1712 c) **1713** d) **1714** b) **1715** c) **1716** e) **1717** f) **1718** b) **1719** e) **1720** a) **1721** b) **1722** f) **1723** c) **1724** d) **1725** a) **1726** e) **1727** a) **1728** b) **1729** a) **1730** c) **1731** c) **1732** b) **1733** e) **1734** b) **1735** f) **1736** c) **1737** c) **1738** c) **1739** d) **1740** c) **1741** a) **1742** b) **1743** c) **1744** e) **1745** c) **1746** f) **1747** a) **1748** d) $\frac{Sh}{3} = \frac{Sh_1}{3} + \frac{Sh_2}{3} + \frac{Sh_3}{3} + \frac{Sh_4}{3} \Rightarrow h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = h$. **1749** c) **1750** c) **1751** e) **1752** b) **1753** c) **1754** d) **1755** d) **1756** c) **1757** d) **1758** b) **1759** c) **1760** e) **1761** d) **1762** d) **1763** b) **1764** a) **1765** d) **1766** a) **1767** a) **1768** a) **1769** d) **1770** c) **1771** c) **1772** a) **1773** f) **1774** d) **1775** a) **1776** b) **1777** d) **1778** b) **1779** e) **1780** c) **1781** a) **1782** b) **1783** d) **1784** c) **1785** f) **1786** b) **1787** e) **1788** a) **1789** a)

3.11 Corpuri rotunde. Arii şi volume

1790 a) **1791** d) **1792** d) **1793** d) **1794** b) **1795** f) **1796** c) **1797** d) **1798** f) **1799** d) **1800** d) **1801** a) **1802** e) **1803** c) **1804** f) **1805** e) **1806** c) **1807** b) **1808** d) **1809** b) **1810** b) **1811** a) **1812** a) **1813** c) **1814** b) **1815** c) **1816** c) **1817** d) **1818** a) **1819** d) **1820** d) **1821** a) Raza sferei mari este raza celei mici înmulţită cu $\sqrt{3}$. **1822** b) **1823** c) **1824** d) **1825** c) **1826** f) **1827** a) **1828** c) **1829** c) **1830** a) **1831** d) **1832** f) **1833** b) **1834** e) Obţinem $V_{total} = \frac{3\pi a^3}{4}$, $V_{ortic} = \frac{\pi a^3}{16}$; $V_{total}/V_{ortic} = \frac{3/4}{1/16} = 12$. **1835** c) **1836** c) **1837** c) **1838** c) **1839** e) **1840** b) **1841** a) **1842** a) **1843** d) **1844** c)